

迈向一种广义的观察者理论

Hatem Elshatlawy^{1,2}, Dean Rickles², Xerxes D. Arsiwalla³
and Alexander Blum⁴

¹Wolfram Research, USA.

²University of Sydney, Sydney, Australia.

³Wolfram Institute for Computational Foundations of Science,
USA.

⁴Max Planck Institute for the History of Science, Berlin, Germany.

Contributing authors: hatemelshatlawy@gmail.com;
dean.rickles@sydney.edu.au; x.d.arsiwalla@gmail.com;
ablum@mpiwg-berlin.mpg.de;

Abstract

我们提出了一个正式的框架,用于理解并统一“观察者”这一概念在物理学、计算机科学、哲学及相关领域中的含义。在控制论反馈模型的基础上,我们引入了最小观察者的操作性定义,探讨其在塑造基础性概念方面的作用,并指出在缺少观察者时哪些内容将无从定义。借助量子引力、数字物理学、二阶控制论以及近年来的规则学 (ruliological) 和前几何学方法的洞见,我们认为观察者是测量、参考系以及意义涌现所不可或缺的参考点。我们展示了这一形式体系如何为意识、量子测量和计算边界等相关的争论带来新的理解;其方式是通过关于观察者等价性和复杂度量的若干定理。这一视角为研究复杂性和结构在自然系统与人工系统中如何涌现开辟了新的途径。

Keywords: 观察者理论, 最小观察者, 二阶控制论, 前几何物理, 量子引力, 规则学, 意识, 计算

1 引言：观察者的历史视角

“观察者, 当他似乎是在观察一块石头时, 如果相信物理学, 那么他实际上是在观察这块石头对他自身产生的效应。因此, 科学似乎与自己发生冲突: 当它最想要客观的时候, 它却不由自主地陷入了主观性。”

– 伯特兰·罗素,《意义与真理之探究》(伦敦: George Allen & Unwin, 1940), 14–15.

2 迈向一种广义的观察者理论

“观察者”的概念自古以来就是哲学乃至现代物理学的核心难题，它塑造了我们如何诠释测量、实在与知识。像亚里士多德这样的古典思想家把观察者视为自然世界的被动旁观者。但随着现代科学的开端，正如弗朗西斯·培根在他的《新工具》(关于解释自然的第 98 条箴言)中所表达的那样，观察者被要求扮演更加主动的角色：

在生活事务中，发现一个人品性、其心智运作秘密的最佳方式，是看他如何应对困境。同样地，当自然被人为地扰动时，它的秘密比它自行其是要更容易显露出来。

在现代物理学中——考虑到爱因斯坦相对论中参考系之间的鲜明差异，以及海森堡的不确定性原理——观察者的主动且具约束性的角色开始被认为不仅是权宜之计，而且是不可避免的 [1, 2]。

在量子力学中，观察者问题变得显式化，最终引发了关于意识、测量仪器以及物理定律本身是否决定测量结果的质疑 [5, 6]。当测量似乎在“坍缩”波函数时，干预被视作观察的前提条件。在控制论领域，发生了一种互补的发展：观察被明确视为干预的前提条件，因为(对结果的)观察为代理人在反馈回路中调整其行为提供了输入 [7, 8]。在生物学 [9] 和人工智能 [10] 领域也可以观察到类似的发展，观察者日益被视为一种由反馈驱动的代理或子系统，它既能够影响其环境，也受到其环境的影响。

本文旨在将这些多样的线索整合为一种广义的观察者理论。具体而言，我们提出最小观察者的一个形式化定义，讨论其哲学意义，并解释哪些概念(如测量、内部与外部之分、涌现的复杂性)有赖于观察者的在场。我们还将这些思想与量子引力和数字物理学中的紧迫问题联系起来 [12, 13, 37, 38]，在这些领域中，实在和计算的最终结构可能取决于以观察者为导向的框架。此外，我们还指向双重方面一元论(dual-aspect monism)的论证 [31] 以及关于意识的争论，它们进一步凸显了观察者内部过程与外部意义如何可能是交织在一起的。

此外，所谓最小观察者，我们指的是能够展现观察核心特征的最简单实体：感知外部状态的能力、基于输入更新内部配置的能力，以及产生行动或输出的能力，从而形成一个闭合的反馈回路。这个定义——我们在后续章节中将正式化——确保观察者在与塑造其感知和响应的有意义交互中，保持与其环境的功能性区分。

为了使我们的论述尽可能严谨，我们纳入了一些新的数学发展：关于观察者等价性和观察复杂性的定理、用于阐明反馈回路的显式图解，以及与物理和哲学中既有理论的深入比较。

2 迈向一种广义的观察者理论

2.1 对统一模型的需要

尽管各个领域都在引用“观察者”，但尚不存在一个统一的观察者形式体系。量子物理学家根据测量仪器或“外部”经典系统来定义观察者 [4, 14]，认知科学家把观察者视为具有感知能力的代理 [15]，计算机科学家则把他们视为抽象的数据收集子程序 [11]。这种基于领域的观念碎片化遮蔽了共同原则，并阻碍了跨学科整合。一种广义的观察者理论旨在：识别观察的核心功能特征(感知、状态更新、响应)；阐明这些特征如何从最小反馈回路扩展到有意识或社会性嵌入的观察者；提供一个框架来处理基础性问题(量子测量、实在论与反实在论)以及实践性问题(AI 设计、伦理、可解释性)。

2.1.1 观察者模型中的记录保存与信息处理

统一的一个有前景的途径在于识别一个共享不变量：观察作为信息记录过程。休·埃弗雷特对量子力学的表述将观察者概念化为伺服机构 (servomechanisms)，即通过存储器登记环境交互的自动化运作机器。他提出，观察最好被理解作为一种记录保存过程——观察者并非外部代理，而是作为物理子系统，将测量结果存储为其自身状态演化的一部分 [47]。这一洞见表明，观察在核心意义上包含一个反馈回路，其中感知更新内部记录，并塑造后续响应。

这一视角重新出现在詹姆斯·哈特尔 (James Hartle) 的信息收集与利用系统 (Information Gathering and Utilizing Systems, IGUSes) 概念中，这是用于在物理学中建模观察者的一个广义框架。IGUS 涵盖任何系统——生物的、机械的或计算的——只要它收集、存储并处理信息以做出决策或产生输出 [48]。IGUS 模型的一个关键特征是其按时间排序的记忆，它保留过去的输入以告知未来的状态，这与埃弗雷特的记录保存伺服机构相呼应。正如巴恰加卢皮 (Bacciagaluppi) 所指出的，埃弗雷特的伺服机制观察者概念在基于退相干的讨论中重新浮现，其中 IGUS 将数据的持续积累和处理形式化 [50]。这表明被记录的信息——而非主观意识——定义了观察者在物理学中的角色。

2.1.2 迈向统一的观察者框架

通过强调记录保存在物理和认知模型中的重要性，我们可以提炼出观察的一条基本原理。无论在量子测量、人工智能还是生物感知中，观察者都可以被描述为具有内部状态的信息处理单元，其内部状态编码并更新对其环境的表征。这一共享功能为一个跨学科的观察者理论提供了令人信服的基础，使一个统一的框架能够在共同的结构范式下调和各种不同的方法。

3 控制论中的最小观察模型

3.1 控制论与观察导论

控制论 (cybernetics)，由诺伯特·维纳 [7] 开创并由罗斯·阿什比 [8] 发展，是研究生物体与机器中通信和控制的学科。其标志是反馈回路，在其中系统感知某个变量、处理该信息并对环境采取行动，从而影响未来的感觉输入。图 1 (下方) 展示了这一回路的简单示意图，强调了观察者的角色。

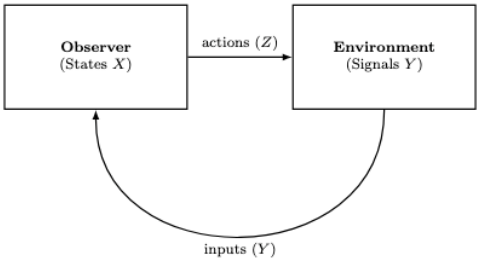


Fig. 1 最小观察者-环境反馈回路

3.2 传感器-执行器反馈回路

一个简化的控制论观察者由三个基本部分组成：

- 1. **传感器**：检测环境或内部状态（例如温度、光强度）。
- 2. **处理单元**：解释传感器数据，通常是将其与目标或参考值进行比较。
- 3. **执行器**：执行改变系统本身或环境的动作。

3.3 最小控制论观察者的例子

恒温器

一个恒温器通过将设定点与当前温度传感器读数进行比较并切换加热器来维持温度。尽管它很简单，却被广泛视为一个最小观察者系统：它感知（温度）、处理（与设定点比较）并行动（开启/关闭加热）。¹

简单反应式代理（布拉滕贝格车辆）

布拉滕贝格车辆（Braitenberg vehicles）[18] 展示了纯粹反应式的传感器-执行器连接如何能产生涌现的、“看似智能”的行为。尽管缺乏复杂认知，它们通过接收感官数据、更新运动输出并在反馈回路中影响其环境，满足了基本的观察者标准。

4 二阶控制论

4.1 概述

一阶控制论把观察者保持在系统外部：这是一种第三人称视角。在二阶控制论[16] 中，观察者被整合到系统内部，允许自我指涉，从而不仅提供了第一人称视角，而且让观察者进入其自身的领域。

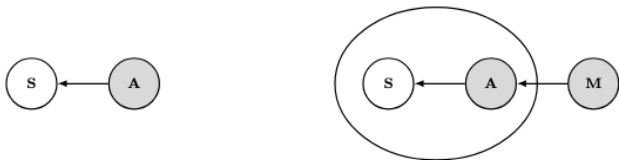


Fig. 2 一阶与二阶控制论：（左）一阶观察者观察系统。（右）二阶观察者修改观察过程本身。

4.2 关键概念

观察者包含：观察者是反馈过程的一部分，而非中立的第三方观测点。**自我指涉**：观察者能够观察并修改自身的规则，从而引向学习或适应。**建构主义**：实在通过观察者的活动和诠释而涌现 [9, 17]。

¹值得注意的是，从托诺尼（Tononi）的整合信息理论（IIT）的视角看，即便这样一个最小的反馈系统，也可能被认为具有一种极其原始的意识形式，因为它整合信息（感知到的温度）并产生分化的响应（加热动作）——尽管处于非常低的复杂度或 Φ 水平， Φ 是 IIT 衡量意识的指标 [23]。

示例：学习型神经网络

一个神经网络通过响应误差信号来更新其权重 W ，这体现了二阶控制论。网络观察 (通过损失函数) 输出与目标之间的不匹配，调整 W 以减少未来的不匹配——从而重构其自身的内部参数。

5 为观察者发展一个元模型

5.1 元模型的核心组成部分

在众多例子中，我们识别出以下反复出现的特征：

1. 感知机制 (知觉)
2. 处理单元 (诠释)
3. 响应机制 (行动)
4. 反馈回路 (适应)
5. 内部模型或表征 (预测)
6. 边界定义 (自我与环境)
7. 自我监控 (自我观察)

5.2 最小观察者的形式化定义

定义 1 (最小观察者) 设 O 为一个由元组描述的系统

$$O = (X, Y, Z, f, g, \mathcal{B}),$$

其中：

X ：内部状态空间 (有限或可数无限)。

Y ：输入 (传感器) 空间。

Z ：输出 (行动) 空间。

$f: X \times Y \rightarrow X$ ：状态转移函数。

$g: X \rightarrow Z$ ：输出函数。

$\mathcal{B}$ ：一种边界条件，划定了“内部” (观察者的内部状态) 与“外部” (环境) 的分界。

那么 O 是最小的，如果：

$Y \geq 1$ (非平凡感知)，

$Z \geq 1$ (非平凡行动)，

$X > 1$ (非平凡内部动力学)，

反馈闭合：观察者的行动 $g(x)$ 改变环境，环境反过来又改变后续的输入 $y \in Y$ 。

这里的“最小性”指什么？

这个定义把最小观察者定位为能够在功能意义上进行观察的最简单系统：它必须感知 (Y)、更新其状态 (f)、并行动 (g)，同时具有一个边界 ($\mathcal{B}$) 和反馈回路以确保与环境交互。这在结构意义上是“最小的”——它避免了记忆、学习或自我意识等复杂性，专注于观察的基本要素。然而，“最小性”可以有多种诠释：**结构最小性**，指进行观察所需的最少组成部分 (例如下文的恒温器例

6 迈向一种广义的观察者理论

子 (第 5.3 节) 就符合结构最小性: 它是一个基本的反馈系统, 没有自我修改或自我生产); **功能最小性**, 指仍然发挥有意义作用的最简单系统 (例如区分内部与外部状态); 以及**本体论最小性**, 指识别所有类似观察现象从中涌现的基本单元 (可能与自主性或自创生 (autopoiesis) 相关)。

5.3 恒温器作为形式化示例

作为说明, 设 $X = \{\text{ON}, \text{OFF}\}$, $Y = \{\text{Cold}, \text{Hot}\}$, $Z = \{\text{HeaterOn}, \text{HeaterOff}\}$ 。定义

$$\begin{aligned} f(\text{OFF}, \text{Cold}) &= \text{ON}, & f(\text{OFF}, \text{Hot}) &= \text{OFF}, \\ f(\text{ON}, \text{Cold}) &= \text{ON}, & f(\text{ON}, \text{Hot}) &= \text{OFF}. \end{aligned}$$

和

$$g(\text{ON}) = \text{HeaterOn}, \quad g(\text{OFF}) = \text{HeaterOff}.$$

一个边界 B 在物理上将控制器与环境空气分隔开。这满足最小观察者的标准: 恒温器感知“冷/热”, 在 $\{\text{ON}, \text{OFF}\}$ 之间切换, 并通过开启/关闭加热来行动。

6 基础性问题与依赖于观察者的概念

6.1 将模型与基础性问题联系起来

物理学中的测量与观察者角色

量子理论以测量为核心而闻名, 引发了关于波函数坍缩究竟是由意识、经典仪器还是退相干触发的争论 [5, 6, 14]。我们的最小观察者模型虽然是经典的, 却阐明了测量的功能性要求: 一个系统必须感知、存储并作用于输入, 从而建立一个区分何为被测量之物 (环境) 与何为测量者 (观察者) 的边界。这种以边界为中心的视角与量子力学的关联性诠释相呼应, 在那种诠释中, 所有状态和事件都是相对于观察者的 [32]。²

计算与复杂性

图灵机 [11] 是最小通用计算的典型。我们的最小观察者“志向较低”: 它不要求通用的问题求解, 而是确保基本的传感器-执行器反馈。尽管如此, 桥接这些模型可以凸显有趣的点, 例如观察者在原则上能否在给定足够多的状态 X 和适当的转移集合 f 的情况下模拟任意的计算过程。

意识之争

最小观察者能否阐明意识的“难题” [19–22] 仍存争议。然而, 边界 B 和较复杂观察者中的内部建模 h 可能构成自我指涉过程的基础, 而这些过程常被视为主观体验和意识现象学的关键 [23–31]。虽然最小观察者并不蕴含意识, 但它们提供了构建模块来分析分层观察如何扩展到与觉知相关的现象。

²将这种最小观察者自然延伸到量子领域, 可以利用量子力学的认知诠释, 例如 QBism。在 QBism 中, 与量子态相关的概率表示观察者对测量结果的主观置信度或下注赔率。因此, 一个量子最小观察者可以被形式化为这样一个实体: 其内部状态对应于不断演化的信念状态, 这些状态通过量子贝叶斯推断规则更新, 并由相对于其世界行动的量子测量结果所驱动。

6.2 识别没有观察者就无法定义的内容

没有观察者：

- 1. 在**内部与外部空间**之间没有明确的区分
- 2. 没有确定的**测量结果**
- 3. 没有**参考系或情境化框架**
- 4. 没有**分层观察**的层级 (例如组织、社会或多层次仪器)
- 5. 没有**粗粒化或层级组织**，因为正是观察者强加了边界，使现象得以在不同尺度或抽象层面被描述

观察者提供了使物理学 (和意义) 成为可能的划分。这一点与斯蒂芬·沃尔弗拉姆 (Stephen Wolfram) 的“规则学” (ruliological) 观点强烈共鸣：在他计算宇宙的图景中，只有当观察者选择底层因果网络的某种特定叶状结构 (foliation) 时，实在才变得可处理，从而创造出我们随后当作经验与科学解释之织物的粗粒化结构、框架、结果和层级 [78, 82–84]。

如前所述，层级结构从根本上依赖于那些在多个尺度上定义内部状态和边界的观察者。因此，观察者充当“接口”，结构化了系统与其环境之间的交互。这一视角与克里斯·菲尔兹 (Chris Fields) 的研究强烈共鸣，后者强调由观察者创造的边界和接口如何定义系统各组成部分与其周围环境之间的信息交互 [51]。没有观察者，就没有原则性的方式来划分实在、建立层级框架或定义能促成有意义诠释层涌现的粗粒化描述。

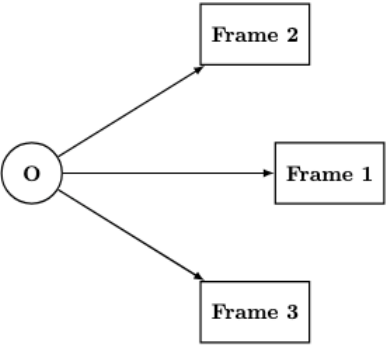


Fig. 3 观察者在物理或认知空间中定义多个参考系。

因此，观察不仅作为一种机制，而且作为划分、测量和归类现象的一个概念基础。

7 启示与洞见

7.1 案例研究：电子是观察者吗？

一个反复出现的问题是，基本粒子 (例如电子) 是否够格作为观察者。根据定义 1，电子不符合最小标准。尽管它与场相互作用，但不存在基于测量输入来

更新“电子状态”的内部机制。相反，量子力学通过薛定谔方程或量子场相互作用来描述其演化，而不是一个具有内部反馈回路的传感器-执行器模型。电子被观察，但其本身并不观察，它缺乏一个可定义的边界 B ，以在控制论意义上将“内部状态”与“环境数据”区分开。

7.2 量子引力与数字物理学

在量子引力和前几何物理的方法中 [12, 35, 37–39]，时空从底层离散结构或信息过程中涌现 [40–46]。如果宇宙本质上是计算的 [13, 36]，那么观察者在定义事件或离散状态更新方面就起着关键作用。具体而言，最小观察者可以充当锚点，稳定局部测量，从而有效地将“潜在状态”转化为类经典结果。它们还可以定义局部参考系或涌现几何的区域，将边界引入一个原本无界的计算宇宙，从而赋予信息流局部的意义。

这些考量与将形式语言和信息结构联系到涌现物理实在的建构主义视角紧密相符 [38]。这类最小观察者模型不仅丰富了关于经典性或几何如何从更基本的基底中涌现的讨论，还对像双重方面一元论这样的哲学框架具有启示意义 [31]。值得注意的是，最小观察者概念可能为关于观察者、意识与实在基本结构之间关系的长期争论提供新的洞见。

的确，观察者作为边界和信息接口定义者的角色，为通向量子力学的认知性或信息性诠释（如 QBism）提供了一座桥梁，并与双重方面一元论相吻合，后者认为心理属性和物理属性同时从底层信息基底中涌现 [31]。因此，最小观察者的概念可以充当一个统一基础，提供一个具体模型来探索主观体验与客观实在的双重方面如何从一种更原始的信息基底中共同涌现。正如巴恰加卢皮 (Bacciagaluppi) 所指出 [50]，这一观点可以追溯到埃弗雷特对观察者的处理，进一步暗示了量子认识论、建构主义与数字物理学的连贯综合。

8 最小观察的计算模型

8.1 元胞自动机与通用性

规则 110 及其超越

规则 110 是一种一维元胞自动机，尽管具有极其简单的局部规则，却已知是图灵完备的 [13]。然而，要把它视为一个观察者，我们必须说明某些元胞（或模式）如何“感知”局部构型并产生影响环境的“输出”。在此类自动机中，最小观察者可以被实现为一个子晶格，它监控局部状态并根据规则 $f(x, y)$ 改变它们。这展示了涌现的复杂性如何从重复的、基于局部观察的更新中产生。

8.2 与元模型综合

当被放入更大的计算或物理语境时，最小观察者的定义就像一个模块。例如，在机器人群体或分布式计算网络中，每个节点或代理都可以被视为一个具有状态、传感器通道和输出的最小观察者。通过链接或嵌套这些观察者，我们可以分析多代理系统中连贯的群体行为、共识或涌现模式如何出现。

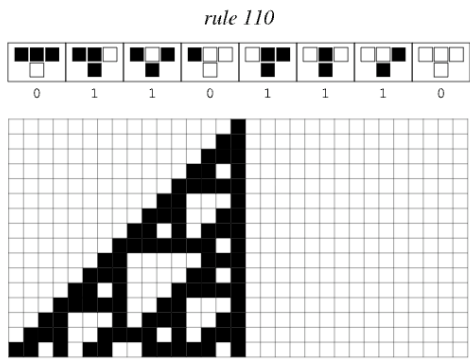


Fig. 4 规则 110 是斯蒂芬·沃尔弗拉姆 [13] 引入的初等元胞自动机规则之一。它根据一个元胞及其紧邻邻居的颜色，规定该元胞中的下一个颜色。其规则结果被编码为二进制表示 $110 = 01\ 101\ 110_2$ 。上方连同它从单个黑元胞开始演化 15 步所产生的结果一起示出

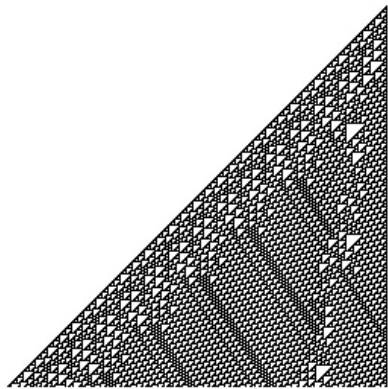


Fig. 5 CA 规则 110 的 250 次迭代

9 物理学中观察者的本体论

9.1 内部与外部空间

内部空间与外部空间的区分，以及由此产生的边界概念，是从热力学到场论等广泛领域中基本的问题。观察者明确地定义边界 B ，它把无结构的“外部”数据转化为结构化、可测量的信号和内部状态 [52]。图 7 提供了一个示意图，展示一个连续介质环境中的观察者如何为测量定义一个感兴趣的区域，这与物理学中的关联性或相对于观察者的方法强烈共鸣 [32]。

这种边界构造与克里斯·菲尔兹将观察者分析为信息理论接口密切相关，后者把物理系统划分为相互交互但不同的子系统，从而为客观测量和通信确立必要条件 [51]。菲尔兹的诠释强调，观察者对接口的选择——类似于量子力学中的海森堡切割——明确划定了宇宙的哪些部分被视为“被观测系统”与“观测仪器”，从而强化了这些区分本质上是观察者定义且依赖情境的 [51]。因此，

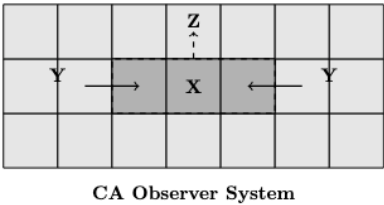


Fig. 6 一个元胞自动机片段，其中一“块”元胞被指定为观察者。观察者的边界 B 包围内部状态 X ，并定义哪些邻近元胞构成输入 Y 。对局部环境的作用作为 Z 。

边界定义行为作为任何有意义观察者模型的一个核心、不可或缺的特征而出现，将经典控制论观察者与基础的量子理论讨论联系起来。

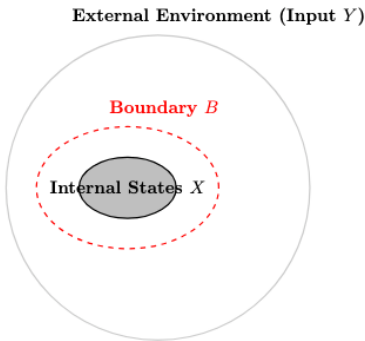


Fig. 7 连续介质场场景中的观察者围绕某些自由度 (浅灰色区域) 定义边界 B 。外部环境 (白色) 成为输入 Y ，而内部状态 (深灰色) 属于 X 。

9.2 观察者的层级

社会系统中的嵌套观察

一家公司可以通过收集数据 (市场、消费者反馈)、处理内部状态 (政策决策) 并向外行动 (产品发布) 来充当观察者。个体员工也充当次级观察者，形成一个嵌套或层级结构 [33]。

物理学中的分层仪器

大型实验 (例如粒子对撞机) 具有多层探测器，每一层都在“观察”子事件。它们的输出反馈到聚合设备中，这些设备观察观察者，形成一个二阶回路，产生最终的“测量结果”。图 8 展示了嵌套观察的一个示意图。

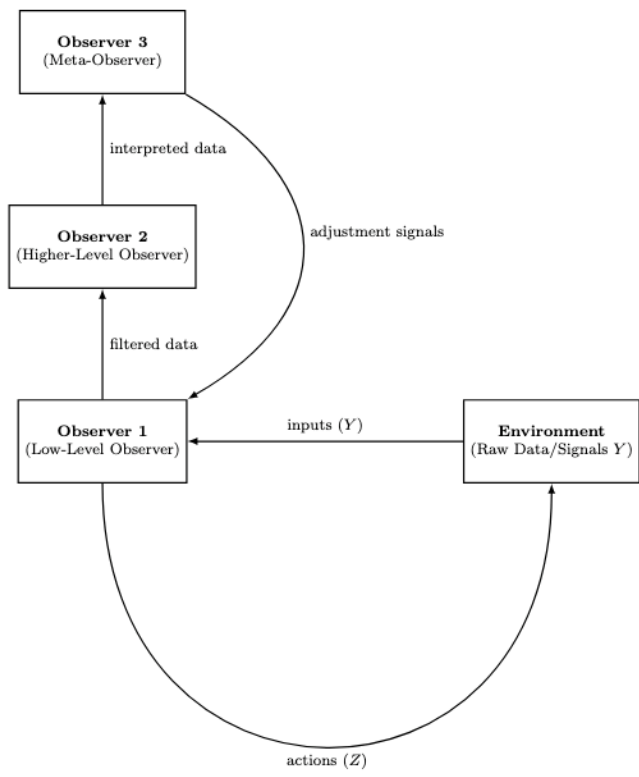


Fig. 8 层级观察者模型：高层级观察者改进并修改低层级观察者的诠释，形成一种多层级的观察结构。

10 扩展框架：哲学、定理、伦理与比较

10.1 哲学深度与参与

10.1.1 重访康德、胡塞尔与维特根斯坦

康德式先验唯心论

康德主张，心灵通过天赋结构（空间、时间、范畴）主动组织经验。我们模型中的观察者强加边界 B 并定义函数 f, g 来解释信号，类似于康德的直观形式和范畴。自在的环境仍是不可及的；观察者所登记的是一种结构化的“现象”领域。形式上，人们可以把 $f : X \times Y \rightarrow X$ 诠释为将原始输入 Y 塑造成观察者内部“范畴” X 的“先验函数”。这一视角深化了这样的认识论立场：即“原始数据”不能被独立于观察者的诠释结构来认识。恩斯特·冯·格拉斯费尔德 (Ernst von Glasersfeld) 的激进建构主义进一步推进了这一观念，提出知识并非对外部实在的表征；相反，它完全从观察者自我建构的经验接口中涌现，强化了观察者积极建构其自身经验世界的观点 [62]。它还可能暗示与新康德主

义方法和当代结构实在论的潜在契合，在这些视角中，关系结构和观察交互变得比固有属性或对象本身更基本 [63, 64]。

现象学与语言

胡塞尔的现象学和维特根斯坦的后期哲学汇聚于一个自然契合我们观察者形式体系的主题：意义只有通过观察者的情境化活动才能产生。对胡塞尔而言，意识是意向性的 (intentional)——总是指向某个对象。最小观察者的反馈回路实现了一种原意向性：传感器输入 Y 选择目标状态，内部更新 f 纳入该目标，行动 g 将观察者投射回其对象。胡塞尔的悬置 (epoché) 随后表现为对边界 B 的高阶调制，将某些输入加括号而将另一些前置，从而重新划定“内部”与“外部”之间的界线。维特根斯坦补充了公共维度：什么算作有意义的输出 $g(x)$ 取决于与邻近观察者所玩的“语言游戏”。每个观察者携带一本局部规则手册——它特定的 f, g 对——而不同的规则手册产生不同的语义场。因此，多观察者情境中的一致或冲突变成一个关于两个反馈回路是否可被部分同构的问题。简言之，意向性的定向性 (胡塞尔) 与遵循规则的意义 (维特根斯坦) 是同一枚控制论硬币的两面：两者都归结为观察者如何用 B 划分世界并与其他代理的对话中通过 f, g 更新自身 [49]。

10.1.2 实在论、反实在论与建构主义

我们的形式体系支持一种介于严格实在论 (环境完全先于观察者参与而存在) 与激进反实在论 (观察者创造所有事实) 之间的“中间立场”。观察者通过其行动-感知回路共同定义现象；环境可能独立存在，但只有当观察者的边界 B 与其发生互动时，它才被“测量”或被客观化。在这里，我们在一种有意限定的意义上使用“测量”，以强调观察不只是揭示预先存在的属性，而是积极参与结构化被观察到的现象。

巴斯卡 (Bhaskar) 的批判实在论 [53] 主张一种独立存在的分层实在，但又承认它只能通过观察部分地被通达。在我们的框架内，观察者的内部状态空间 X 明确量化了外部实在有多少被观察者的结构所过滤。因此，我们的模型通过提供一种严谨的形式机制——即边界条件 (B) 与内部状态 (X) 之间的相互作用——来丰富巴斯卡的观点，以理解观察者如何部分地塑造被感知为实在之物。

类似地，由马图拉纳 (Maturana) 和瓦雷拉 (Varela) 的自创生观察者所体现的建构主义传统，把实在视为通过持续的传感器-执行器参与而被主动带来的 [9, 17]。我们的框架通过阐明观察者-边界交互如何随时间动态演化，为这一立场增添了深度，把握了实在如何通过持续的历史性状态更新过程而涌现。它由此为建构主义论证提供了计算支撑，明确展示感知-行动回路和边界动力学如何导致观察者-环境区分的共同创造。

本质上，我们的观察者模型通过具体地演示边界的结构化交互和反馈回路如何能产生一种客观却又相对于观察者的本体论，从而桥接了实在论与建构主义，为古老的哲学洞见增添了形式化和计算维度。

10.1.3 伦理意涵

AI 中的能动性与责任

当 AI 系统自我修改其边界时，问题就出现了：如果这样一个观察者重新定义了它收集什么数据或如何行动，那么谁该负责？能够重构自身 f, g, B 的最小观

察者接近某种自主性，这使标准的问责模型变得复杂。随着 AI 系统演化，它们可能不仅改变内部参数（权重），还会改变输入和输出如何被划分或归类。这种对 $\mathcal{B}$ ——界定“系统”与“环境”的边界——的重新定义，模糊了传统的责任界线。关于道德感受性 (moral patiency) 和道德能动性 (moral agency) 的问题变得核心 [54–56]，促使政策制定者和伦理学家重新考虑归因责任或义务的框架。

价值的环境定义

一个生态观察者，作为一个具身且情境化的代理，可能感知各种生物多样性指标，通过 f 解释它们，并采取行动以保护或利用这些指标 [58–60]。它所采纳的边界 $\mathcal{B}$ ——无论是一种经济视角还是一种生态视角——决定了“价值”如何被识别或忽略。因此，观察者通过选择相关信号并丢弃其他信号来塑造环境政策。这一视角表明，我们如何定义“资源”或“资产”与我们如何测量它们之间存在动态相互作用。如果观察者倾向于短期经济收益，其 f 函数可能忽略长期生态后果 [57]。相反，一个以可持续性为导向的观察者会纳入更广泛的时间尺度和系统相互依赖，从而重塑政策结果。将观察者理论纳入环境伦理，可以指导更整体性的决策过程，揭示纯粹市场驱动估值中的盲点。

10.2 与既有观察者理论的比较

10.2.1 QBism：用观察者的边界形式化信念状态

QBism 的观点：

量子贝叶斯主义 (Quantum Bayesianism, QBism) 把波函数视为观察者关于量子系统的主观信念。量子态并不描述客观的系统属性，而是反映代理人的个人置信度。重要的是，QBism 并不把通过玻恩规则进行的信念更新规定为 (历时性的) 概率更新，而是利用玻恩规则来检测代理人在给定时刻其概率分配内部的不一致 (共时性的融贯) [85]。QBism 同样不把贝叶斯更新规定为唯一融贯的策略——信念更新根本上取决于每个代理人特定的信念条件 [85, 86]。

虽然 QBism 在概念上澄清了测量交互，它却刻意避免提供解释信念状态如何与测量结果物理交互的第三人称或物理动力学机制。这是有意的：QBism 旨在通过把量子力学重构为代理人的决策论工具来消解测量问题，从而避免经由另一个物理过程来解释 [87]。尽管如此，澄清代理-环境边界在概念上仍是有益的，尤其是在显式建模情境中。

结构化的观察者-系统交互：

我们的最小观察者框架通过把观察者定义为一个结构化实体 $O = (X, Y, Z, f, g, \mathcal{B})$ 来显式形式化这些概念，其中内部状态 X 表示主观信念，边界 $\mathcal{B}$ 明确区分观察者与其环境。测量形式地对应感官输入 $y \in Y$ 越过边界，通过一般转移函数 $f: X \times Y \rightarrow X$ 更新观察者的内部状态。关键的是， f 不一定仅仅表示贝叶斯更新，而是可以反映与代理人的先前条件一致的任何融贯的信念调整策略。因此，这一形式体系并非要消解 QBism 中的模糊性，而是以操作化的方式具体化 QBism 原则，显式建模主观信念与外部量子事件之间的接口。

现象学情境 (QBism)：

考虑一个量子抛硬币情境。最初，观察者编码关于结果的主观不确定性。测量时，观察到的结果越过边界 $\mathcal{B}$ 进入感觉输入空间 Y ，促使状态转移 f 产生一

个新的内部信念状态。这一具体描述操作化了 QBism 的主观信念视角，显式建模跨代理-系统边界的信息流。这种显式建模虽然并非 QBism 所必需，但提供了清晰性，并能够探索涉及多个相互作用的观察者的情境。

现象学说明 (QBism):

设想两个具有不同先验的观察者观察同一次量子抛硬币。每个观察者，用内部状态集 X 表示，在测量后独立更新信念。随后的通信（跨越边界 B 的交互）允许观察者交换信息；然而，仅靠通信本身并不保证主观信念的趋同，因为贝叶斯代理需要相当多的先验一致（例如重叠的先验或共同的样本空间）才能达成共识 [86]。因此，这个显式建模的观察者框架允许对 QBism 关系论认识论进行严谨而细致的探索，强调主观信念对齐所固有的复杂性和深度。

10.2.2 关系量子力学：通过内部结构的相对于观察者的状态

RQM 的观点:

关系量子力学 (Relational Quantum Mechanics, RQM) 主张系统的状态不是绝对的；它只相对于给定的观察者或参考系而存在 [32]。不同观察者对事件序列可以有不同描述，并且不存在整个宇宙的“上帝之眼”波函数。在 RQM 中，任何物理交互都可以充当观察——即便是无生命对象，也可以在一个对象拥有相对于另一系统的状态这一意义上成为“观察者”。然而，RQM 的原始表述（例如卡罗·罗韦利 (Carlo Rovelli) 的表述）提供的是概念框架而非精细的操作模型：它说每个观察者可能有自己的信息希尔伯特空间，但它并未说明观察者如何被结构化，或者如何精确地定义一个事实何时变得相对于某特定观察者。例如，RQM 主张，如果观察者 A 测量系统 S ，那么 S 对 A 具有确定的结局状态，但尚未交互的第二个观察者 B 可能仍把复合系统 $A + S$ 描述为处于叠加态。这引出了问题：究竟什么才算一个“观察者”，以及一个事件相对于该观察者被实现的判据是什么？最小观察者模型通过给出观察者的严谨操作定义以及某事为该观察者成为事实的那一刻，来解决这一问题。

形式化观察者的关系角色:

在我们模型中，边界 B 明确划定了观察者内部自由度与外部系统之间的划分。这为落实 RQM “状态相对于观察者”的核心思想提供了具体方式。根据该模型，当某个输入 y 越过 B 并更新观察者的内部状态 X 时，一次物理交互就成为观察。在那时，我们说外部系统相对于该观察者具有一个确定性属性，由观察者的内部记录编码。因此，每个观察者 $O = (X, Y, Z, f, g, B)$ 都看到世界的一个不同状态，因为每个观察者都保持反映其交互历史的独特内部记录。我们的框架使这种关系性变得显式：如果关于系统的某个量未被编码在 X 中（因为交互尚未发生），那么从该观察者的视角看，尚不存在确定的事实。相反，一旦 X 被某个结果更新，该结果就成为相对于该观察者的事实，即使对于另一个观察者该结果仍未实现。因此，该模型摆脱了对普遍、绝对波函数的需要；每个观察者内部记录的状态就足够了。实际上，这建议将量子态（或经典数据）分配给观察者-系统对，而非仅分配给系统——观察者的内部状态 X 由此成为系统描述的一部分。最小观察者模型所增添的是一个观察者相对性的操作判据：当一个事件或状态作为越过边界 B 的交互结果被记录在（或可从之推断出）观察者的内部状态 X 中时，它才是相对于观察者的。

观察者的内部结构 (X, Y, Z) 在 RQM 语境中:

我们模型的另一个新贡献是它显式区分了观察者内部的各种角色。传统 RQM 把观察者视为相对于其定义状态的单一整体。我们的模型引入了内部结构: X (记忆)、 Y (传感器输入) 和 Z (行动)。例如, 输入空间 Y 精确指定观察者检测哪些环境交互, 而内部状态空间 X 明确限制观察者的信息容量, 反映被观察事实的部分性和粗粒化性质。这种细粒度结构化澄清了 RQM 所隐含的观察者记录部分信息的假设。例如, 一个只有两个内部状态 (“事件发生” vs. “未发生”) 的观察设备代表了最简单的可能关系情境: 相对于这个最小观察者, 实在化约为二元区分。相比之下, 更丰富的状态空间允许更详细的描述, 捕捉日益细粒度的关系状态。行动输出 Z 的存在进一步丰富了 RQM 的视角, 表明观察者是能够影响其环境的主动代理。因此, 我们的形式体系澄清了观察者如何通过边界跨越和内部更新进行交互, 严谨地追踪关系事实并消除关于其实现和通信的模糊性。

现象学情境 (RQM):

考虑著名的“维格纳的朋友”情境。爱丽丝 (观察者 O_A) 在实验室内测量一个电子的自旋, 而维格纳 (观察者 O_W) 则被隔离在外部, 却计划稍后测量爱丽丝-电子复合系统。根据 RQM, 电子的自旋态相对于爱丽丝是确定的, 但相对于维格纳是不确定的 (纠缠的)。最小观察者模型通过给每个观察者分配一个不同的边界和内部状态来显式表示这个情境: 爱丽丝的边界 B_A 包含她的测量仪器, 在观察到结果 (自旋向上) 后, 她的内部状态 X_A 被更新以编码这一事实。对维格纳而言, 其边界 B_W 尚未与爱丽丝的实验室交互, 没有输入进入他的状态空间 X_W , 因此从他的视角看, 尚未发生确定的结果。只有当维格纳跨过自己的边界 B_W 交互 (通过观察爱丽丝的记录) 后, 该自旋才成为相对于他的确定事实。这使 RQM 的关键主张——即事实在交互时关系性地出现——变得显式。因此, 我们的模型操作化并具体地追踪关系状态如何以及在何时出现——为 RQM 的哲学和概念主张增添了显著的操作清晰度和形式严谨性。

10.2.3 哥本哈根诠释: 通过 X 和 B 的一个具体经典-量子分割**哥本哈根的观点:**

哥本哈根诠释强调量子系统 (由波函数描述) 与记录结果的经典测量仪器之间根本性的划分——海森堡切割。传统上, 只要仪器和观察者保持经典可描述而测量系统保持量子, 这个切割的精确定位就是灵活的。测量使波函数坍缩, 产生确定的经典结果, 但哥本哈根诠释让这一边界的确切性质和位置模糊不清。关于切割是否涉及有意识的观察者还是宏观仪器, 争论持续存在, 产生了诸如薛定谔的猫和维格纳的朋友等著名难题。最小观察者模型通过在观察者自身的某种形式结构中显式嵌入经典-量子切割来澄清此问题。

最小观察者作为切割:

在我们的框架中, 观察者显式地体现经典仪器及其信息存储结构。内部状态空间 X 通过构造是经典的, 由稳定状态 (记忆位或指针位置) 组成。边界 B 明确划定了量子-经典接口: B 之外的万物保持量子, 而 X 中的内部状态是经典记录。测量由此涉及两个明确阶段: (1) 边界 B 处的量子交互产生输入 $y \in Y$ (例如光子击中照相底片), (2) 内部状态 X 通过转移函数 $f: X \times Y \rightarrow X$ 更

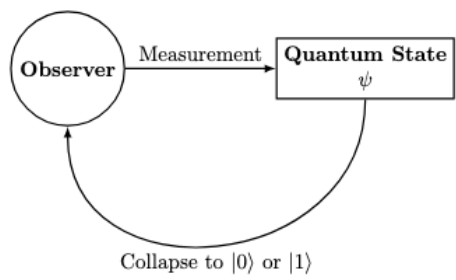


Fig. 9 测量量子态的量子观察者。

新为一个确定的结局状态。测量之前，系统从观察者视角看可能保持叠加；之后， X 持有一个单一的确定经典结果。因此，我们的模型为量子测量何时发生提供了一个数学上严谨的判据，消除了对模糊的波函数坍缩概念的需要。海森堡切割的位置通过对 B 的放置变得显式可调——从直接的探测器边界到包含整个实验室——为哥本哈根传统上定性的表述提供了一个量化基础。

经典记录的出现：

最小观察者模型进一步阐明了量子事件如何产生经典记录。在哥本哈根的术语中，经典记录是一个可无歧义读取的结果，例如指针读数或探测器喀哒声。在我们的框架中，经典记录精确对应稳定的内部状态 X 。测量之前，观察者的内部状态不确定；测量交互将 X 更新为一种稳定经典状态。一旦被记录，这种经典状态持续存在，与实验上由退相干和放大确保的经典稳健性一致。因此，量子到经典的转变显式对应跨界输入更新内部观察者状态。该模型由此为量子态坍缩提供了一个透明、物理基础的说明，而不诉诸意识或特殊坍缩规则——只需有限的内部存储和基于边界的交互。

现象学情境 (哥本哈根)：

考虑一个斯特恩-盖拉赫实验：一束银原子 (量子自旋) 穿过仪器，分裂为自旋向上或自旋向下分量。根据哥本哈根诠释，原子在击中探测器前保持叠加。我们的最小观察者模型显式澄清了这一情境。探测器及其读出电子学构成观察者 O ，边界 B 定义在探测器交互表面。观察者的内部状态空间 X 最初编码一个中性的“就绪”状态。当一个自旋未知的原子在探测器表面 (边界 B) 交互时，一个输入 $y \in Y$ 越入探测器，触发 f 将 X 更新为一种稳定确定状态——要么是“已记录自旋向上”，要么是“已记录自旋向下”。这明确界定了量子系统何时转变为经典记录。交互之前，自旋态在观察者 O 内是不确定的；交互之后， X 显式编码一个单一经典结果。因此，最小观察者模型操作性地识别了量子坍缩为经典实在的确切时刻和机制，解决了哥本哈根诠释中长期存在的模糊性，并为量子-经典边界提供了新的实验判据。

10.3 观察者的内禀空间与背景无关框架

10.3.1 内禀观察者空间的概念

内禀观察者空间指的是把所有可能观察者的集合视为一个具有自身结构的时空，而非假设单一“上帝之眼”视角。在物理学中，一个例子是时空中所有观察者状态的流形。例如，在广义相对论中，可以考虑由每个点上所有未来类时单位切向量构成的 7 维流形——本质上就是“所有可能的观察者”（该观察者空间中的每个点对应一个具有位置和速度的观察者）[72]。目标是从这个观察者空间内部描述物理学，仅使用观察者之间的关系，而不诉诸外部绝对框架。这是一种内禀方法，因为描述是用观察者可以在内部定义的量（其自身的时钟、尺子、测量记录等）给出的，而非由外部背景定义的坐标。

在内禀观察者空间形式体系中，人们常常引入观察者的等价类和相对于观察者的坐标：如果存在一个变换将一个观察者的观测映射到另一个观察者的观测，那么两个观察者可能在某些内禀意义上被视为“相同”。这里存在一个哲学上的微妙之处。一种观点（“无处之视角” view from nowhere）把不同的观察者框架视为对底层不变实在的单纯视角，通过等价类来识别它们。另一种观点（“处处之视角” view from everywhere）认为每个观察者的框架定义其自身的实在，无需被商掉 [73]。在实践中，大多数物理理论定义一个观察者空间以及联系观察者的变换，从而既可以商掉这些差异（以寻找不变物理学），也可以把每个视角视为基本的。下面我们把这些思想形式化，定义观察者等价和坐标结构，然后讨论如何在观察者空间本身——而不仅仅在时空——走向背景无关，如何引向范畴论、微分几何和物理学中的新表述。

10.3.2 观察者的等价类

观察者与框架——在本节的相对论部分，我们暂时在运动学意义下使用“观察者”，即一条带局部正交标架（或 vierbein）的类时世界线。在狭义相对论中该标架可被洛伦兹变换拖动，在广义相对论中可被时空微分同胚拖动；因此，第 1 节的完整反馈回路观察者由一个轨道（规范类）这样的标架表示，而非单一坐标图。

观察者等价意味着在某种变换下，两个观察者被视为物理上或功能上相同。例如，在相对论中，相对性原理断言所有惯性系基本等价——不存在优先惯性系。这可以被表述为：“所有参考系等价”，反映了一种民主原则，即物理学不应把某个观察者凌驾于另一个之上 [74]。任何两个以恒定相对速度运动的惯性观察者都通过洛伦兹变换相关；在对称变换下，它们构成单一等价类。更一般地，在广义相对论中任何两个观察者（无论是否惯性）都可以通过作用于时空流形上的微分同胚（一种光滑坐标变换）联系起来。如果一个微分同胚把某个观察者的世界线和测量映射到另一个的，那么由于广义协变性（微分同胚对称性），两者被视为相同的物理情境。在规范理论的语言中，选择不同观察者或参考系通常类似于一次规范变换——一种不改变物理内容的描述性改变 [72, 73]。因此，观察者的一个等价类可以由理论的对称变换定义：所有通过有效换系（狭义相对论中的庞加莱变换，或广义相对论中的任意微分同胚）相关的观察者属于同一类，代表从不同视角看到的同一个“物理情境”。

用更抽象的术语，可以用广群（groupoids）或范畴（categories）来形式化观察者及其变换。我们可以定义一个观察者范畴，其中每个对象是一个观察者（或观察者的坐标系），每个态射是一个换观者变换（如坐标变换或洛伦兹加

速)。这个范畴自然是一个广群 (每个变换都可逆), 封装了所有观察者地位平等、可过渡到彼此视角的思想 [74]。在该框架内, 两个观察者对象之间的同构 (可逆态射) 表明它们在关系意义上实际上是同一个观察者。换句话说, 同构是一本将某一观察者的内部描述翻译成另一个的词典。利用这一想法, 人们可以严谨地定义一种等价关系: $O_1 \sim O_2$ 当且仅当存在一个保结构的双射映射 (同构) 联系观察者 O_1 和 O_2 。可以证明, 这个 $\sim$ 确实满足自反性、对称性和传递性 (即它是一个等价关系)。实际上, $O_1 \sim O_2$ 意味着这两个观察者仅在其相关结构的重新标号 (如坐标标签或内部状态) 上不同, 同时保留所有关系——它们是“用两种不同语言描述的同一个人”。

例如, 在一个形式化的观察者即系统模型 (在下面的计算语境中会更多讨论) 中, 一个定理指出: 如果两个观察者系统的内部状态集、输入通道和输出通道之间存在一个双射, 使得它们的转移和观察动力学重合, 那么这两个观察者系统等价; 这个双射同态定义一个观察者同构。换言之, 如果两个观察者仅在重新标号其内部状态、输入和输出的方式上不同, 并以一种保留其反馈和状态转移动力学结构的方式, 那么它们就是“等价的”。由此我们得到观察者等价类, 即所有彼此同构的观察者的集合。

通过因式分解出 (即识别) 这些变换相关的观察者, 我们得到观察者空间, 其中点通常对应等价类, 而非个体观察者。因此, 对观察者关系的研究可以转化为对观测观察者无关结构的分类——即在重新标号和换观者下不变的结构。这与物理学中规范不变性或广义协变性的思想平行, 但应用于观察者本身的空间。在这些观察者空间中, 不变物理量可能包括某些整体不变量 (如拓扑不变量) 或可能仍然取决于个体观察者 (如其视角所界定的视界) 的量。这在观察者关系和物理定律之间建立了深刻的联系。

10.3.3 范畴论、微分几何与量子引力

范畴论提供了一个自然语言来讨论这种结构。数据结构之间的一种关系 (例如经由同构) 可以视为数据范畴中的一个态射; 公共上下文 (context) 的概念则对应于范畴论中的极限 (limits) 和余极限 (colimits)。在观察者空间中, 一个公共上下文对应一个观察者的观点或参考系统, “商”下剩余的结构对应这些上下文的极限。范畴论方法在量子力学中很常见 (例如量子协议的范畴语义 [70], 或关于被动线性网络的构成式框架 [71]), 也用于抓住“可观测性”或“经典性”的结构。在微分几何方面, 观察者空间通常具有黎曼结构 (如上所述)。在量子引力中, 人们可能希望看到某个具体的运动学或动力学结构出现在这个观察者空间中 (即所谓的几何从观察者出现)。对观察者空间的观察者协变量子化自然联系到背景独立的量子引力方法, 以及旨在用相对于观察者的数据重建相对论结构的框架 (如 Gielen 和 Wise 对广义相对论提升到观察者空间的处理 [72])。

通过反思观察者的空间结构, 我们获得一个统一的图景: 我们不是指定一个绝对背景时空然后讨论其中的场, 而是定义一个观察者的空间, 附带它们在测量中的关系结构, 并在此结构上表达物理。这在概念上延伸了背景独立性的理念: 不仅时空结构, 就连“其上的观察者”也不能被当作外部、先验给出的。这也指出了一种比通常范畴论基础更丰富的方法——观察者本身成为一类特殊的对象, 其关系构成物理结构。

消除背景结构: 在传统物理学中, 人们假定一个时空背景 (通常是一个半黎曼流形), 其中物理事件被放置。即使物理定律是协变的, 时空本身通常被视为固定的舞台。在这个背景下, 观察者被放置为时空内部的轨迹或轨迹族。在背

景无关的方法中，我们转而把观察者及其中介的观察作为基本的舞台或背景。这样，物理不会预先指定任何固定的外部结构给“所有‘上帝之眼’的观察者”所看到的東西。相反，人们想描述观察者之间共享的、与观察者无关的结构，以及在某种意义上是返回其自身（不给出外部绝对参照）的结构。这是走向在观察者空间本身的背景独立性——在某种意义上，观察者空间取代了时空。

观察者空间中的物理：这里的目标是建立一个观察者空间的结构——一个刻画观察者、其关系及其可能关联物理量的空间成立机制——考虑时空局部标架的几何。我们可以考虑一个观察者与系统相互作用、观察其矩阵元、测量概率或相位、通过改变环境施加反馈，并获得不确定性的积累（行动使状态坍塌）。这类考虑在“观察者空间”视角下被自然框定，而这一视角正变得与量子引力中的具体方案相关 [72, 73, 76]。

广义相对论中的观察者：例如，在广义相对论中，惯性观察者沿测地线移动。然而，有加速度的观察者或加速的观察者看到一个视界，这可能对他们可见的膨胀以太（ether）产生影响，也可能不会，具体取决于他们的加速度对类时性的影响 [75]。在观察者空间方案中，这被解读为：具有不同加速度（不同世界线）的观察者具有不同的可访问信息。以上（时空中的）运动学观察者空间结构，通过断言时代或视界构成观察者领域，映射到观察者空间结构。观察者不变量的概念因此变为：不依赖于（时空的或观察者空间的）框架选取的量。

范畴结构：通过利用观察者空间及其相关映射（从观察者到新观察者的变换、等价的观察者类、结构保留的映射），我们可以将时空纤维化到一个观察者空间基上，其纤维是与给定观察者相关的对象。或者，我们建立一个与观察者相关的范畴（时空流形具有它自身的时空范畴），然后用观察者标记那些对象。单个观察者并不足以具有上帝之眼视角；我们考虑所有观察者及其关系。然后物理定律可以被表述为驻留在这个观察者范畴中的不变结构。

时空涌现：在这种背景无关的图景中，时空本身可以被视为从观察者空间的一个涌现概念。即便在没有预先给定的时空舞台时，将观察者空间结构化为一个流形，也可能产生看起来像时空的结构。例如，一个位置的局域惯性观察者集合可以被赋予一个共形几何，这提供时空的一个近似。自然假设是：观察者的选择是实现时空几何性与局域性的关键。这提供了一个可能更有原则的框架，用以解释玻尔-罗森菲尔德论证以及时空作为涌现概念的证据。

相对论与热力学：一旦时空几何被理解为从观察者空间涌现，观察者相关的现象（如黑洞熵、霍金辐射或加速观察者）在多观察者框架下可能被重新诠释。观察者框架的差异决定了熵或温度是否被定义。我们在此探索的这些思想，是更广阔的观察者空间纲领的一部分 [72–74]。这为地蕴广延量子引力提供一个自然的试验场，并可能与文献中的其他方案对读。我们建议以观察者空间作为新的物理基础，在那里观察者的关系（而非位置在时空中的单独世界线）是根本性的。

密钥的观察者空间特征：更精细的结构从我们假定为观察者空间的媒质中浮现。我们希望观察者之间的转换（基域）以相对速度、加速度和旋转等参数来参数化，这些参数可能是观察者之间（拓扑）域区分的来源 [74]。我们因此预期从观察者空间的度量承接观察者转换的微几何。这样一个构造在时空与观察者域之间建立桥接，或将时空嵌入观察者域。一个微几何规范变换可被期望成为通常的时空坐标变换，并变形微几何测地线以解释运动学差异。观察者空间产生这种结构与时空涌现的机制仍是一个开放问题，但我们的目标是指出这一研究纲领并定性概述其可行性。

围绕“无处处之视角”的争论是一个开放的哲学与物理学问题。一些物理理论用由对称变换相关的观察者等价类来作商，把物理量视为观察者无关的。其他理论（如 RQM、某些量子引力候选）把观察者相对性当作根本而开箱即用。在我们的纲领中，这两种立场都是抽象允许的，并且可以通过一个明确的额外原则或限制（如观察者空间上的规范对称性）来区分。选择其一意味着在谁的报告被视为客观问题上的立场。

从观察者空间结构到物理定律的映射不仅适用于经典物理，也适用于量子理论。把观察者空间结构提升到量子理论，我们可能得到量子动力学的观察者协变表述。这与关于量子引力中“观察者是否是根本的”、能否在量子理论内部自治描述观察者等问题相关 [69]。观察者空间方法可能通过避免引用外部时间或实验室来提供一条通向观察者辅助量子力学表述的路径。

（以下若干小节基于原文中关于观察者空间的说明整理翻译，保留原有结构。）

10.4 数学形式化与定理

在前面的章节中，我们呈现了内禀观察者空间、范畴论视角和背景无关的概念框架。现在转向一个精确的代数形式体系。我们的目标是定义如何以保持状态转移和输出结构的方式把一个观察者映射到另一个观察者，从而展现与前面讨论的同构相对应的一种形式等价。我们还引入量化度量（复杂度和适应速度），以捕捉观察者在反馈回路中如何处理输入并响应。

10.4.1 观察者等价与不变量

注 1 关于交换性和“同态”。严格地说，下面引入的映射捕捉的是相关转移图交换的要求：对任何内部状态 x 和输入 y ，映射 ϕ_X 必须与 f 交织以保持转移， ϕ_Z 也必须与 g 交织以保持输出。从范畴论意义上，我们要求的是交换图中的复合相容性，而非在严格的群论意义上使用“同态”一词。

定义 2 (观察者同态) 设

$$O_1 = (X_1, Y_1, Z_1, f_1, g_1, B_1) \quad \text{且} \quad O_2 = (X_2, Y_2, Z_2, f_2, g_2, B_2)$$

为两个观察者（如定义 1 所示）。从 O_1 到 O_2 的一个同态是一个三元组 (ϕ_X, ϕ_Y, ϕ_Z) ，使得：

$$\phi_X : X_1 \rightarrow X_2,$$

$$\phi_Y : Y_1 \rightarrow Y_2,$$

$$\phi_Z : Z_1 \rightarrow Z_2,$$

并且对所有 $x \in X_1$ 和 $y \in Y_1$ ，以下交换条件成立：

$$\phi_X(f_1(x, y)) = f_2(\phi_X(x), \phi_Y(y)),$$

$$\phi_Z(g_1(x)) = g_2(\phi_X(x)).$$

直观上， (ϕ_X, ϕ_Y, ϕ_Z) 保证了 O_1 中的转移函数 f_1 和输出函数 g_1 以保结构方式映射到 O_2 中的 f_2 和 g_2 。等价地，我们有两个交换图：

定理 1 (等价关系) 设 O_1 和 O_2 为两个观察者。定义 $O_1 \sim O_2$ 当且仅当存在 O_1 与 O_2 之间的一个双射同态 (ϕ_X, ϕ_Y, ϕ_Z) 。那么 $\sim$ 是观察者上的一个等价关系。

$$\begin{array}{ccc}
 X_1 \times Y_1 & \xrightarrow{f_1} & X_1 \\
 \downarrow \phi_X \times \phi_Y & & \downarrow \phi_X \\
 X_2 \times Y_2 & \xrightarrow{f_2} & X_2
 \end{array}$$

Fig. 10
转移函数 f 的交换图。

$$\begin{array}{ccc}
 X_1 & \xrightarrow{g_1} & Z_1 \\
 \downarrow \phi_X & & \downarrow \phi_Z \\
 X_2 & \xrightarrow{g_2} & Z_2
 \end{array}$$

Fig. 11
输出函数 g 的交换图。

Proof **自反性**: 取 $\phi_X = \text{id}_{X_1}$, $\phi_Y = \text{id}_{Y_1}$, $\phi_Z = \text{id}_{Z_1}$ 。它们平凡地满足两个图中的交换条件。

对称性: 如果 (ϕ_X, ϕ_Y, ϕ_Z) 是从 O_1 到 O_2 的双射, 那么 $(\phi_X^{-1}, \phi_Y^{-1}, \phi_Z^{-1})$ 是从 O_2 到 O_1 的双射, 并以反方向满足相同的交换性质。

传递性: 如果 (ϕ_X, ϕ_Y, ϕ_Z) 是从 O_1 到 O_2 的双射, (ψ_X, ψ_Y, ψ_Z) 是从 O_2 到 O_3 的双射, 那么它们复合起来产生从 O_1 到 O_3 的双射, 且保持所有交换要求。

因此, $\sim$ 是一个等价关系。 $\square$

如果两个观察者 O_1 和 O_2 仅在一个双射、图交换的重标号上不同, 则称它们等价。在范畴论语言中, 这对应观察者对象之间的一个同构。观察者的任何在这种同构下保持不变的性质——例如 X, Y, Z 的最小基数、某些反馈回路的存在、或稳定吸引子——都有资格作为该等价类的一个不变量。

10.4.2 复杂度度量与结果

观察复杂度度量。

为量化观察者 $O = (X, Y, Z, f, g, \mathcal{B})$ 的“大小”或“复杂程度”, 定义

$$\mathcal{C}(O) = \log(X \times Y \times Z) - \Lambda(O),$$

其中

$\log(X \times Y \times Z)$ 捕捉内部状态、输入和输出的组合容量, 并且

$\Lambda(O)$ 计量 f 和 g 中的冗余或对称性。(如果多个 $x \in X$ 以相同方式响应并产生相同输出, 它们并不增加真正的复杂度。)

命题 2 (观察复杂度的界) 对于一个满足 $X > 1$, $Y \geq 1$, $Z \geq 1$ 的最小观察者, 我们有

$$\mathcal{C}(O) \geq \log(2).$$

此外, 如果 O 能够适应或学习 (增加 X 或改变 f, g), 那么 $\mathcal{C}(O)$ 可以任意增大。

证明梗概 最小观察者要求 $X \times Y \times Z \geq 2$ ，所以 $\log(X \times Y \times Z) \geq \log(2)$ 。虽然 $\Lambda(O)$ 会减去冗余，但对于一个结构上最小的系统，它不能把 $C(O)$ 压到零以下。随着 $X, Y, Z \rightarrow \infty$ ，或随着 f, g 变得更加多样， $C(O)$ 可以无界增大。□

回路效率与适应速度。

最后，考虑观察者 O 对给定环境“适应”得有多快。定义一个适应函数

$$\alpha_O : X \times Y^* \rightarrow \mathbb{N},$$

它对输入序列 $(y_1, y_2, \dots) \in Y^*$ ，返回 O 达到稳定构型或实现测量/控制目标所需的次数或状态转移数。在有限状态系统中，人们常用马尔可夫链击中时间来证明 α_O 的有界性；在连续域中，可以援引 Lyapunov 方法或近似动态规划。

跨 (f, g) 的所有允许设计优化 α_O ，类似于一个最优控制或强化学习问题，寻求最小期望适应时间。值得注意的是，通过定理 1 属于同一等价类（即同构）的两个观察者必须表现出相同的适应概况、复杂度度量和其它不变量，直至状态、输入和输出的重标号。这凸显了前面强调的关系一致性，并确保是观察者的结构——而非仅仅记号——决定系统的动力学。

10.5 回应反驳

10.5.1 还原论批评

有人担心把简单设备（恒温器）称为“观察者”会稀释这一概念。我们反驳说，最小观察者是基础性构建模块：分层、二阶回路或强化的预测机制 h 能够产生意识系统或社会系统的复杂性。反馈和边界定义 B 的存在是观察的必要条件，无论在一个简单还是高级的实体中。

10.5.2 自我指涉中的无穷倒退

二阶或多层观察者似乎可以无限倒退：谁观察观察者的观察者，等等？我们提出层级封装：每个观察者只引用或修改其自身状态的一个有限子集。形式地，我们禁止不收敛或不产生稳定引用的观察循环。这确保了元观察关系格中一个良基的偏序。

11 结论与展望

我们提出了一个全面、严格形式化的最小观察者理论，统一了来自控制论、量子测量、数字物理学以及关于实在、意义和意识的哲学讨论中的概念。我们的模型确立了构成观察者的最小标准（感知、行动、状态转移、边界），展示了基本概念（测量结果、参考系、层级组织）如何依赖于这类观察者的存在，与康德、胡塞尔和维特根斯坦的视角对话，将我们基于反馈的方法置于经典哲学话语之中，提供了关于观察者等价、复杂度度量和回路适应速度的严谨数学结果，并通过强调可扩展性、层级封装和边界重构作为关键要素，回应了主要批评（还原论、无穷倒退）。通过阐明核心反馈回路和边界定义的显式图解，我们展示了观察者概念如何在从简单恒温器到物理学中多层实验仪器的语境中被可视化。在桥接计算、物理和哲学维度时，这一框架力求成为观察理论的一个明确、自足的定义。

总而言之，把观察认识为一个基础的、由反馈驱动的过程——受边界定义、状态转移和传感器-执行器回路约束——为解释测量、涌现复杂性和意义的建构提供了一个有力透镜。我们希望这项工作能激发跨学科进一步努力，以精炼和采纳最小观察者框架，照亮认知、物理、计算和哲学在塑造我们对实在理解中的深刻交织。

致谢

我们感谢斯蒂芬·沃尔弗拉姆就不相关问题进行的有益讨论。我们也感谢约翰·德布罗塔 (John DeBrot) 关于 QBism 的有用建议和评论。这项工作得到以下资助：基础问题研究所 (The Foundational Questions Institute) 和 Fetzer-Franklin 基金——硅谷社区基金会的一个捐赠者建议基金 [FQXi-RFP-1817]；约翰·邓普顿基金会 [Grant ID 62106]；以及澳大利亚研究理事会 [Grant DP210100919]。

References

- [1] W. Heisenberg, “Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik,” *Zeitschrift für Physik*, 43(3-4):172–198, 1927.
- [2] A. Einstein, “Zur Elektrodynamik bewegter Körper,” *Annalen der Physik*, 17(10):891–921, 1905.
- [3] Kuhn, T. S. *The Structure of Scientific Revolutions*. University of Chicago Press, 1962.
- [4] W. Heisenberg, *Physics and Philosophy: The Revolution in Modern Science*. Harper & Row, 1958.
- [5] J. von Neumann, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*. Princeton University Press, 1955 (Orig. 1932).
- [6] J. A. Wheeler, “Information, physics, quantum: The search for links,” in *Proceedings of the 3rd International Symposium Foundations of Quantum Mechanics*, Tokyo, 1989, pp. 354–368.
- [7] N. Wiener, *Cybernetics: Or Control and Communication in the Animal and the Machine*. MIT Press, 1948.
- [8] W. R. Ashby, *An Introduction to Cybernetics*. Chapman & Hall, 1956.
- [9] H. R. Maturana and F. J. Varela, *Autopoiesis and Cognition: The Realization of the Living*. D. Reidel Publishing, 1980.
- [10] A. Newell and H. A. Simon, “Computer science as empirical inquiry: Symbols and search,” *Communications of the ACM*, 19(3):113–126, 1976.

- [11] A. M. Turing, “On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem,” *Proceedings of the London Mathematical Society*, 2(42):230–265, 1936.
- [12] L. Smolin, *Einstein’s Unfinished Revolution: The Search for What Lies Beyond the Quantum*. Penguin Press, 2019.
- [13] S. Wolfram, *A New Kind of Science*. Wolfram Media, 2002.
- [14] W. H. Zurek, “Decoherence, einselection, and the quantum origins of the classical,” *Rev. Mod. Phys.*, 75(3):715–775, 2003.
- [15] F. J. Varela, E. Thompson, and E. Rosch, *The Embodied Mind: Cognitive Science and Human Experience*. MIT Press, 1999.
- [16] H. von Foerster, “Cybernetics of cybernetics,” in *Communication and Control in Society*, edited by K. Krippendorff, Gordon and Breach, 1974, pp. 5–8.
- [17] F. J. Varela, *Principles of Biological Autonomy*. Elsevier, 1979.
- [18] V. Braitenberg, *Vehicles: Experiments in Synthetic Psychology*. MIT Press, 1984.
- [19] D. J. Chalmers, *The Conscious Mind: In Search of a Fundamental Theory*. Oxford University Press, 1996.
- [20] X. D. Arsiwalla, Solé, R., Moulin-Frier, C., Herreros, I., Sánchez-Fibla, M. and Verschure, P., *The morphospace of consciousness: Three kinds of complexity for minds and machines*. *NeuroSci*, 4(2), pp.79-102, 2023.
- [21] X. D. Arsiwalla, Herreros, I. and Verschure, P., *On three categories of conscious machines*. In *Biomimetic and Biohybrid Systems: 5th International Conference, Living Machines 2016, Proceedings 5* (pp. 389-392), Springer International Publishing, 2016.
- [22] X. D. Arsiwalla, *Qualia and the Formal Structure of Meaning*. arXiv preprint arXiv:2405.01148, 2024.
- [23] G. Tononi, “Integrated information theory of consciousness: an updated account,” *Archives Italiennes de Biologie*, 150(2-3):290–326, 2012.
- [24] X. D. Arsiwalla and Verschure, P.F., *Integrated information for large complex networks*. In *The 2013 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)* (pp. 1-7), IEEE, 2013.
- [25] X. D. Arsiwalla and Verschure, P., *Computing information integration in brain networks*. In *Advances in Network Science: 12th International*

- Conference and School, NetSci-X 2016, Proceedings 12 (pp. 136-146), Springer International Publishing, 2016.
- [26] X. D. Arsiwalla, Herreros, I., Moulin-Frier, C., Sanchez, M. and Verschure, P., *Is consciousness a control process?*. In Artificial Intelligence Research and Development (pp. 233-238). IOS Press, 2016.
 - [27] X. D. Arsiwalla, Herreros, I., Moulin-Frier, C. and Verschure, P., *Consciousness as an evolutionary game-theoretic strategy*. In Biomimetic and Biohybrid Systems: 6th International Conference, Living Machines 2017, Proceedings 6 (pp. 509-514), Springer International Publishing, 2017.
 - [28] X. D. Arsiwalla and Verschure, P.F., *High integrated information in complex networks near criticality*. In Artificial Neural Networks and Machine Learning-ICANN 2016: 25th International Conference on Artificial Neural Networks, Proceedings, Part I 25 (pp. 184-191), Springer International Publishing, 2016.
 - [29] X. D. Arsiwalla and Verschure, P.F., *The global dynamical complexity of the human brain network*. Applied network science, 1(1), p.16, 2016.
 - [30] X. D. Arsiwalla and Verschure, P., *Measuring the complexity of consciousness*. Frontiers in neuroscience, 12, p.424, 2018.
 - [31] H. Atmanspacher and D. Rickles, *Dual-Aspect Monism and the Deep Structure of Meaning*. Routledge, 2022.
 - [32] C. Rovelli, "Relational quantum mechanics," *International Journal of Theoretical Physics*, 35(8):1637-1678, 1996.
 - [33] N. Luhmann, *Social Systems*. Stanford University Press, 1995.
 - [34] J. A. Wheeler, "On recognizing 'law without law'," *American Journal of Physics*, 51(5):398-404, 1983.
 - [35] J. A. Wheeler, "Information, physics, quantum: The search for links," reprinted in *Proceedings of the Santa Fe Institute, Vol. VIII*, Addison-Wesley, 1990.
 - [36] E. Fredkin, "Digital philosophy," *International Journal of Theoretical Physics*, 42(2):189-247, 2003.
 - [37] D. Rickles, H. Elshatlawy, X. D. Arsiwalla, *Ruliology: Linking computation, observers and physical law*. arXiv preprint arXiv:2308.16068, 2023.
 - [38] X. D. Arsiwalla, H. Elshatlawy, D. Rickles, *Pregeometry, formal language and constructivist foundations of physics*. arXiv preprint

arXiv:2311.03973, 2023.

- [39] A. Tavanfar, *HoloQuantum HyperNetwork Theory*. arXiv preprint arXiv:1801.05286, 2018.
- [40] X. D. Arsiwalla, *Homotopic Foundations of Wolfram Models*. Wolfram Community, <https://community.wolfram.com/groups/-/m/t/2032113>, 2020.
- [41] X. D. Arsiwalla, Gorard J., *Pregeometric spaces from wolfram model rewriting systems as homotopy types*. International Journal of Theoretical Physics, 63:83, 2024.
- [42] X. D. Arsiwalla, Gorard, J. and Elshatlawy, H., *Homotopies in Multi-way (Non-Deterministic) Rewriting Systems as n-Fold Categories*. arXiv preprint arXiv:2105.10822, 2021.
- [43] X. D. Arsiwalla, Chester, D. and Kauffman, L.H., *On the operator origins of classical and quantum wave functions*. Quantum Studies: Mathematics and Foundations, 11(2), pp.193-215, 2024.
- [44] D. Chester, Arsiwalla, X.D., Kauffman, L.H., Planat, M. and Irwin, K., *Quantization of a new canonical, covariant, and symplectic hamiltonian density*. Symmetry, 16(3), p.316, 2024.
- [45] X. D. Arsiwalla, *Supersymmetric black holes as probes of quantum gravity*. PhD Thesis, University of Amsterdam (2010), https://pure.uva.nl/ws/files/871677/75420_thesis.pdf
- [46] J.F. Du Plessis and Arsiwalla, X.D., *A cosine rule-based discrete sectional curvature for graphs*. Journal of Complex Networks, 11(4), p.cnad022, 2023.
- [47] H. Everett, *The Theory of the Universal Wave Function*, Princeton University Press, 1973.
- [48] J. B. Hartle, “The Physics of Now,” *American Journal of Physics*, 73(2):101–109, 2005. doi: 10.1119/1.1783900.
- [49] Wittgenstein, L. (1953). *Philosophical Investigations*. Edited by G. E. M. Anscombe. Wiley-Blackwell, New York, NY, USA.
- [50] G. Bacciagaluppi, “Everett’s Servomechanisms and Decoherence,” *Philosophy of Science Archive*, 2016. Available online at <https://philsci-archive.pitt.edu/12693/>.
- [51] C. Fields, “On the Ollivier-Poulin-Zurek Definition of Objectivity,” *Axiomathes*, 24(1):137–156, 2014. doi:10.1007/s10516-013-9228-3.

- [52] M. Nowakowski, M., *Towards Physics of Internal Observers: Exploring the Roles of External and Internal Observers*. arXiv preprint arXiv:2304.01677, 2023.
- [53] R. Bhaskar, *A Realist Theory of Science*. Leeds Books Ltd, 1975.
- [54] X. D. Arsiwalla, Freire, I.T., Vouloutsis, V. and Verschure, P., *Latent morality in algorithms and machines*. In Biomimetic and Biohybrid Systems: 8th International Conference, Living Machines 2019, Proceedings 8 (pp. 309-315), Springer International Publishing, 2019.
- [55] I.T. Freire, Urikh, D., Arsiwalla, X.D. and Verschure, P.F., *Machine morality: from harm-avoidance to human-robot cooperation*. In Biomimetic and Biohybrid Systems: 9th International Conference, Living Machines 2020, Proceedings 9 (pp. 116-127), Springer International Publishing, 2020.
- [56] C.M. Signorelli and Arsiwalla, X.D., *Moral Dilemmas for Artificial Intelligence: a position paper on an application of Compositional Quantum Cognition*. In Quantum Interaction: 11th International Conference, QI 2018, Revised Selected Papers 11 (pp. 123-138), Springer International Publishing, 2019.
- [57] R. Gardner, Ostrom, E. and Walker, J.M., *The nature of common-pool resource problems*. Rationality and society, 2(3), pp.335-358, 1990.
- [58] I.T. Freire, Moulin-Frier, C., Sanchez-Fibla, M., Arsiwalla, X.D. and Verschure, P.F., *Modeling the formation of social conventions from embodied real-time interactions*. PloS one, 15(6), p.e0234434, 2020.
- [59] I.T. Freire, Arsiwalla, X.D., Puigbò, J.Y. and Verschure, P., *Modeling theory of mind in dyadic games using adaptive feedback control*. Information, 14(8), p.441, 2023.
- [60] C. Moulin-Frier, Puigbo, J.Y., Arsiwalla, X.D., Sanchez-Fibla, M. and Verschure, P.F., *Embodied artificial intelligence through distributed adaptive control: An integrated framework*. In 2017 Joint IEEE International Conference on Development and Learning and Epigenetic Robotics (ICDL-EpiRob), (pp. 324-330), IEEE, 2017.
- [61] E. Cassirer, *Philosophy of Symbolic Forms*. Yale University Press, 1953.
- [62] E. von Glasersfeld, "An Introduction to Radical Constructivism," in *The Invented Reality*, edited by P. Watzlawick, 17–40, Norton, 1984. Available at: https://app.nova.edu/toolbox/instructionalproducts/itde8005/weeklys/1984-vonGlaserfeld_RadicalConstructivism.pdf.

- [63] J. Ladyman and D. Ross, *Every Thing Must Go: Metaphysics Naturalized*. Oxford University Press, 2007.
- [64] D. Rickles and J. Bloom, “Things Ain’t What They Used to Be: Physics Without Objects,” in *Metaphysics in Contemporary Physics*, eds. T. Bigaj and C. Wüthrich, Poznań Studies in the Philosophy of the Sciences and the Humanities, vol. 104, pp. 59–77, Rodopi Brill, 2016.
- [65] E. Husserl, *Ideas Pertaining to a Pure Phenomenology and to a Phenomenological Philosophy* (orig. 1913). Martinus Nijhoff, 1983.
- [66] M. Merleau-Ponty, *Phenomenology of Perception*. Routledge, 1962.
- [67] D. Amodei, C. Olah, J. Steinhardt, P. Christiano, J. Schulman, and D. Mané, “Concrete problems in AI safety,” arXiv preprint arXiv:1606.06565, 2016.
- [68] K. Friston, “The free-energy principle: a unified brain theory?,” *Nature Reviews Neuroscience*, 11(2):127–138, 2010.
- [69] D. Frauchiger and R. Renner, “Quantum theory cannot consistently describe the use of itself,” *Nature Communications*, 9(1):3711, 2018.
- [70] S. Abramsky and B. Coecke, “A categorical semantics of quantum protocols,” *Proceedings of the 19th Annual IEEE Symposium on Logic in Computer Science (LICS 2004)*, 415–425, 2004.
- [71] J. C. Baez and B. Fong, “A compositional framework for passive linear networks,” *Theory and Applications of Categories*, 33(21):727–783, 2015.
- [72] S. Gielen and D. K. Wise, “Lifting General Relativity to Observer Space,” *Journal of Mathematical Physics*, vol. 54, no. 5, p. 052501, 2013.
- [73] N. Bamonti, “Re(l)ality: The View From Nowhere vs. The View From Everywhere,” arXiv preprint arXiv:2412.20520, 2025.
- [74] Z. Oziewicz, “Ternary Relative Velocity; Astonishing Conflict of the Lorentz Group with Relativity,” arXiv preprint arXiv:1104.0682, 2011.
- [75] M. Lachièze-Rey, “Space and Observers in Cosmology,” *Astronomy & Astrophysics*, vol. 376, no. 1, pp. 17–27, 2001.
- [76] L. Crane, “Categorical Physics,” arXiv preprint hep-th/9301061, 1993.
- [77] T. M. Cover and J. A. Thomas, *Elements of Information Theory* (2nd ed.). Wiley, 2006.

- [78] Wolfram, S. (2020). A Class of Models with the Potential to Represent Fundamental Physics. *Complex Systems*, **29**(2).
- [79] Wolfram, S. (2022) *Metamathematics: Foundations & Physicalization*. Wolfram Media.
- [80] Wolfram, S. (2021). The Concept of the Ruliad. <https://writings.stephenwolfram.com/2021/11/the-concept-of-the-ruliad/>.
- [81] Wolfram, S. (2021). Exploring Rulial Space: The Case of Turing Machines. *ArXiv:2101.10907*.
- [82] Wolfram, S. (2021). Multicomputation: A Fourth Paradigm for Theoretical Science. <https://writings.stephenwolfram.com/2021/09/multicomputation-a-fourth-paradigm-for-theoretical-science/>.
- [83] Wolfram, S. (2021). What Is Consciousness? Some New Perspectives from Our Physics Project. <https://writings.stephenwolfram.com/2021/03/what-is-consciousness-some-new-perspectives-from-our-physics-project/>.
- [84] Wolfram, S. (2023). Computational Foundations for the Second Law of Thermodynamics. <https://writings.stephenwolfram.com/2023/02/computational-foundations-for-the-second-law-of-thermodynamics/>.
- [85] Fuchs, Christopher A. (2023). QBism, Where Next? *arXiv preprint*. <https://arxiv.org/abs/2303.01446>.
- [86] DeBroda, John B., and Blake C. Stacey. (2018). FAQBism. *arXiv preprint*. <https://arxiv.org/abs/1810.13401>.
- [87] DeBroda, John B., Christopher A. Fuchs, and Rüdiger Schack. (2024). QBism's account of quantum dynamics and decoherence. *Physical Review A*, 110(5), 052205. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.110.052205>.