

这里为您解读的Markdown文档内容。我们将文档分为两个核心部分进行详细剖析，第一部分聚焦于历史背景与人物思想的碰撞，第二部分聚焦于德布罗意的“领波理论”。

第五章 玻尔-爱因斯坦论战

5.1 第五届索尔维会议

玻尔对于在科摩会议上首次公开提出的互补性诠释，更多地是看作一个供进一步推敲用的大纲，而不是作为一个已有定论的教义的定型说法。他欢迎任何可以对他的观念的基础和含义进行批判性讨论的机会。他接受了参加索尔维®研究所的第五届物理学会议的邀请，认为它对“进一步澄清测量仪器所起的作用是一个很好的推动”。^[1] 这次会议于 1927 年 10 月 24 日至 29 日在洛伦兹主持下于布鲁塞尔召开。

玻恩、布拉格、布里渊、德布罗意、康普顿、德拜、狄拉克、埃仑

菲斯特、福勒[Fowler]、海森堡，克拉斯斯、泡利、普朗克、里查逊[Richardson]和薛定谔也接受了邀请，因为他们立刻就认识到，会议的正式议程“电子和光子”^[1:1] 不过是为对当代最迫切的问题之——“新量子论”的意义——进行一次最高级讨论提供讲坛。人们也获悉爱因斯坦将参加这次会议。玻尔在 1920 年对柏林的一次访问中曾经暗访过爱因斯坦，并且知道爱因斯坦对抛弃连续性和因果性的嫌恶。但是，玻尔仍然抱着希望，希望互补性诠释中的实证论因素会使爱因斯坦回心转意，因为玻尔当时就像后来许多人那样相信，早年无疑曾经受过马赫影响的爱因斯坦关于科学的哲学观点，仍然主要是实证论的。玻尔没有料到，他同爱因斯坦

^[1:2] Electrons et Photons-Reports et Discussions du Cinquième Conseil de Physique tenu à Bruxelles du 24 ou 29 Octobre 1927 sous les Auspices de l'Institut International de Physique Solvay (Gauthier-Villars, Paris, 1928).

^[2] 弗兰克[P. Frank]在他著的爱因斯坦的传记 Einstein—His Life and Times (Knopf, New York, 1947) 的第 215 页上，描述了他怎样直到 1929 年在布拉格的“一次德国物理学家的会议上才突然了解到爱因斯坦‘对实证论立场的带些敌对的态度’及其同他对玻

尔的原子物理学观念的态度之间的可能联系。又见 C. Lanczos, “Die neue Feldtheorie Einsteins”, *Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften* 10, 97—132(1931)中的 p. 99. 及 L. Rosenfeld, “The epistemological conflict between Einstein and Bohr,” *Z. Physik.* 171, 242—245(1963)。这篇文章把爱因斯坦的认识论发展过程说成是从马赫的实证论出发, 经过彭加勒的约定论, 转到一种近乎“神秘”的唯心论的物理决定论观念。G. Holton 研究过爱因斯坦的实证论态度的历史根源, 见其论文 “Influences on Einstein's early work in relativity theory,” *Organon* 3, 225—244(1966); “Where is reality? The answers of Einstein,” 在联合国教科文组织的会议“科学与综合”(1965 年 12 月于巴黎)上的发言。

量子力学的哲学

打交道的经过就和爱因斯坦同马赫打交道的经过一样。[\[1:3\]](#)

【解读】

同学们, 欢迎来到物理学史上最激动人心的一章——**玻尔与爱因斯坦的世纪论战**。如果说物理学也有“复仇者联盟”集结的时刻, 那么1927年的第五届索尔维会议就是那场终局之战的开端。

这段文字首先为我们描绘了大战前的氛围。作为高三学生, 你们在化学和物理课本上学过玻尔的原子模型、海森堡的不确定性原理、薛定谔方程, 而在这次会议上, 这些名字背后的巨人们真的坐到了一起。

首先, 我们要理解**玻尔 (Bohr) 的心态**。他刚刚提出了“互补性原理”(即波和粒子是互补的, 取决于你怎么观测), 但他并没有把它当成绝对真理, 而是当作一个“大纲”, 急切地想在这次会议上接受最顶尖大脑的检验。他特别期待与爱因斯坦的交锋。

这里有一个非常有意思的哲学误会, 也是大家理解这段历史的关键。玻尔以为爱因斯坦会支持他。为什么? 因为他们年轻时都受过一位叫**马赫 (Mach) **的哲学家的影响。马赫主张“实证论”, 简单说就是: 科学只应该研究能被观测到的东西。玻尔的量子力学正是如此: 既然我们无法同时测准电子的位置和动量, 那就说明“同时具有精确

位置和动量”这个概念在物理上是没意义的。玻尔以为爱因斯坦既然发明了相对论（抛弃了不可观测的“以太”和“绝对时间”），自然也会接受量子力学的这种实证主义态度。

但是，玻尔**完全想错了**。文中提到的注脚（Footnotes）揭示了一个巨大的反转：爱因斯坦早年虽然利用实证论推翻了牛顿的绝对时空观，但他骨子里是一个“实在论者”。爱因斯坦相信客观世界是独立于观察者存在的，是连续的、有因果关系的（上帝不掷骰子）。他非常讨厌量子力学那种“概率性”和“不确定性”。

文中用了一句很精妙的比喻：“玻尔同爱因斯坦打交道的经过就和爱因斯坦同马赫打交道的经过一样。”意思是，就像马赫晚年否认爱因斯坦的相对论一样，爱因斯坦现在也要否认玻尔的量子力学。这是一场关于世界本质的根本冲突：**世界究竟是确定的、客观的，还是概率的、依赖观测的？**

看着名单上的普朗克、居里夫人（虽未列出但也在场）、海森堡、薛定谔等人，这不仅仅是一次学术会议，这是决定未来百年物理学走向的巅峰对决。

因此，1927 年 10 月 24 日星期一早晨，在一种满怀期望的心情中，全世界的物理学权威们济济一堂，来对一个涉及物理学一切部门的问题交换意见。在洛伦兹致开幕词之后，W. L. 布拉格就 x 射线反射问题作了报告，康普顿就电磁辐射的实验和理论之间的一不一致情况作了报告。第一个就会议的主要议题发言的是德布罗意，他所作的报告题为“量子的新力学”。报告回顾了薛定谔关于波动力学的工作和玻恩对 ψ 函数的几率性粒子诠释，因而强调了波动观和粒子观这两方面的成功，然后他问道：“人们知道能量可以呈点状集中，而同时假设有 ψ 波存在的理论也很成功，这二者怎样才能调和起来呢？”

“粒子与波之间应该有什么联系呢？这些问题目前是波动力学中的首要问题。”

作为对上述问题的回答，德布罗意提出了一个理论，这个理论

[1:4] 这可能指的是在这些事因爱因斯坦早曾经把马赫引为相对论的说明，但却遭到马赫的拒绝。爱因斯坦曾把他和格罗斯曼[M. Grossman]合写的论文“广义相对论和引力论扼要”寄给马赫，并于 1913 年 6 月 25 日从苏黎世写了一封信给马赫，信中说广义相对论的结论如果得到实践证实，“那么，您对力学基础所作的伟大研究将…得到光辉的证实。因为完全按照您对牛顿水桶实验的批判，一个必然的后果是：惯性来源于物体的

——种相互作用”。马赫没有直接给爱因斯坦回信,却在他的“物理光学原理”(Die Prinzipien der Physikalischen Optik)一书的序言中作了公开答复,表示了反对相对论的态度。这篇序言写于 1913 年 7 月 25 日,里面讲到:“从我收到一些出版物中,得到是从我所收到的信件中,我推断我正在逐渐被看作是相对论的先驱者,甚至现在我就能够大致想象得出,在我的《发展中的力学》一书中所发表的许多思想,以后将从相对论的观点遭到怎样的新的说明和解释。……但是,我不得不当然否认我是相对论的先驱者”。不仅如此,他还表明他“不承认今天的相对论”,认为相对论,“越来越变成数务了”。见《爱因斯坦文集》第一卷(商务印书馆, 1977), 第 74 页。——译者

第五章 玻尔-爱因斯坦论战

建立在他的“双重解理论”的导引公式的基础上,但是不要双重解理论中的奇异性解 u_0 。德布罗意考虑在位势为 U 和 A 的电磁场中的单个粒子,写出 $\varphi = a \exp(2\pi iq/h)$, 其中的实函数 φ 对应于雅科比函数(如前所述),他得出关于粒子速度的导引公式:

$$v = -c^2 \frac{\nabla \varphi + (e/c)A}{\partial \varphi / \partial t - eU}$$

当电磁场不存在时,这个公式简化为公式 $v = -\nabla \varphi / m$ 。

德布罗意强调说,如果已知粒子的初始位置,这个公式显然就完全决定了该粒子的运动;如果粒子的初始位置是未知的,那么借助于 φ 可以算出粒子出现在空间给定位置的几率。德布罗意指出,波函数 φ 于是起着双重作用:它是一个几率波,但同时又是一个领波[onde-pilote],因为它通过导引公式决定了粒子在空间的轨道。德布罗意把他原来的“双重解理论”的这种简化形式叫做“领波理论”,因此,领波理论是微观现象的一个决定论性的理论或因果性理论。正像德布罗意对于处于一个稳定态的氢原子的情况所作的说明那样,这个理论确实赋予粒子(甚至是原子系统内的粒子)以位置和速度的精确值。

【解读】

这一段主要讲述了会议正式开始后的情况,特别是**德布罗意 (de Broglie) **的重磅发言。大家在物理课本上学过“德布罗意波长”公式 $\lambda = h/p$,他提出了物质波的概念,认为电子既是粒子也是波。但在这次会议上,他试图解决一个让所有人头疼的问题:这个波和粒子到底是什么关系?

当时主流的“哥本哈根学派”(玻恩、海森堡等人)认为：波函数 ψ 代表的是几率。电子没有确定的轨迹，直到你观测它，它才“坍缩”到某一点。

但德布罗意对此并不满意，他试图挽救经典物理学中的“决定论”和“因果律”。于是，他提出了著名的**“领波理论”(Pilot Wave Theory) **。

这是什么意思呢？让我们做一个类比：

想象一个冲浪者（粒子）在海浪（波函数）上冲浪。

1. **哥本哈根解释**：没有冲浪者，只有一片海浪。当你闭上眼，海浪到处都是；当你睁开眼看海浪的某一点时，冲浪者突然随机出现在那里。
2. **德布罗意的领波理论**：冲浪者（粒子）是实实在在存在的，他一直都在某个确定的位置。而海浪（波函数 ϕ ）也是存在的。关键在于，**海浪引导着冲浪者运动**。

文中的那个复杂公式 ($v = \dots$) 就是德布罗意给出的“导航指令”。它告诉我们：粒子的速度是由波函数的性质决定的。如果不考虑复杂的电磁场 ($A = 0, U = 0$)，公式简化为 $v = -\nabla\varphi/m$ 。这在数学上意味着，只要你知道了波函数怎么传，又知道粒子的初始位置，你就能**精确计算**出粒子下一秒、下下一秒在哪儿。

这可太关键了！高三物理常讲“受力分析决定运动轨迹”，这是牛顿力学的核心。德布罗意的这个理论试图告诉大家：**微观世界其实和宏观世界一样，也是有确定轨道的！**电子并不像幽灵一样随机出现，它只是骑在波上走而已。如果我们不知道它在哪，那仅仅是因为我们“不知道”它的初始位置（隐藏变量），而不是因为它“本来就不在确定的位置”。

德布罗意的这个尝试，实际上是在向当时日益强大的“不确定性原理”发起挑战，试图恢复物理学的**决定论 (Determinism)**。这正是爱因斯坦内心渴望的物理图景。虽然德布罗意的这个理论当时遭到了泡利等人的猛烈抨击，被暂时冷落了（直到几十年后被玻姆复活），但它在物理学思想史上留下了浓墨重彩的一笔：它证明了量子力学也许还有另一种——不那么“疯狂”的——解释方式。你好！很高兴能以学术导师的身份为你解读这份关于量子力学发展史与基础理论的文档。这份材料非常有意思，它不仅涉及到了量子力学早期的核心争论（波尔-爱因斯坦论战背景下的德布罗意理论），还展示了一个非常精妙的物理数学模型——费米模型。

虽然文档中包含了一些复杂的微分方程，但别担心，我们会像剥洋葱一样，把数学外壳剥开，看看里面的物理核心是什么。我们将这段文本分为两个主要部分来进行解

读。

【原文】

德布罗意的领波理论在与会者中间没有得到多少支持。实际上, 对它几乎没有进行什么讨论。唯一的严厉的反对意见来自泡利。[\[1:5\]](#) 泡利指出, 德布罗意的观念, 若只就实验的统计结果而言, 虽然和玻恩的弹性碰撞理论也许还是相容的, 但是一当考虑非弹性碰撞, 便立即不能成立了。鉴于泡利的反对意见在这个问题

[\[1:6\]](#) 151 页注①文献(pp. 280—282)。

量子力学的哲学

上的历史的重要性——这主要是由于泡利的类似的批评, 使得直到五十年代初期人们都认为德布罗意的因果性理论已经被断然否定了——以及在下文(隐变量理论)的理论上的重要性, 我们要对它进行比较详细的讨论。

泡利的反寸意见是以费米®关于一个粒子同一个平面刚性转子之间的碰撞的分析为基础的, 在玻恩发表了关于碰撞现象的开创性工作仅仅几个星期之后, 费米就作出了这一分析。这个问题涉及一个质量为 m_x 沿 x 轴运动的粒子(费米考虑的是在 xy 平面内运动的更普遍的情形), 和一个位于原点的平面转子, 其转动惯量为 J , 转子状态由方位角 φ 表征。相互作用势 $U(x, \varphi)$ 是 φ 的周期函数, 周期为 2π , 它只在很小的 x 值上才不为零。总系统的态函数 $\psi(x, \varphi)$ 满足薛定谔方程

$$-\left(\frac{\hbar^2}{2m}\right)\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}-\left(\frac{\hbar^2}{2J}\right)\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}+U(x, \varphi)\psi=E\psi$$

其中 E 是总能量。引进 $\xi=\sqrt{mx}$, $\zeta=\sqrt{J}\varphi$, $V=\sqrt{E/2}$, 及 ψ 波的频率 $v=E/h$, 费米得到

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial\xi^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial\zeta^2}-\left(\frac{1}{v^2}\right)\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=\left(\frac{1}{\hbar^2}\right)U(\xi, \zeta)\psi.$$

因为 U 只在很小的 ζ 值上才不为零，同时 U 现在是 ζ 的周期函数，周期为 $2\pi\sqrt{J}$ ，因此 ζ 轴在 ξ 位形空间内起着一个光栅的作用。

【解读】

这段文字将我们带回了物理学史上最激动人心的时刻之一——1927年的索尔维会议（尽管文中未直说，但背景暗示如此）。这里的主角是德布罗意（物质波的提出者）和泡利（人称“物理学的良心”，以犀利批评著称）。

1. 历史背景：德布罗意的困境

首先，我们要明白德布罗意当时提出了一个叫“导波理论”（或领波理论）的观点。他试图保留“粒子”的概念，认为粒子是真实存在的，骑在波上被波引导着走。这与当时主流的、越来越倾向于“不确定性”和“概率解释”的哥本哈根学派（玻尔、海森堡等人）格格不入。

泡利站出来反对了。他的理由是：你的理论解释简单的“弹性碰撞”（像台球互撞，能量只在动能间转移）也许凑合，但一旦涉及“非弹性碰撞”（比如粒子撞击原子，导致原子内部能级跃迁，能量形式改变），你的理论就崩了。这个批评极其致命，导致德布罗意的因果解释被物理学界冷落了二十多年，直到50年代大卫·玻姆重新捡起来。

2. 费米的模型：粒子撞转子

为了证明德布罗意不行，泡利引用了恩里科·费米的一个物理模型。我们要仔细看看这个模型，因为它是理解后续数学推导的关键。

- **场景：**有一个粒子（质量 m ）沿着 x 轴飞过来。原点有一个“刚性转子”（你可以想象成一个固定在轴上可以旋转的风扇叶片或哑铃），它的转动惯量是 J ，角度是 φ 。
- **碰撞：**粒子撞击转子。这可能是一个非弹性碰撞，因为粒子的一部分动能可能会传递给转子，让转子转得更快（改变了转子的内部量子态）。

3. 薛定谔方程的变身

原文展示了描述这个系统的薛定谔方程。对于高三学生来说，你们接触过牛顿第二定律 $F = ma$ 。在量子力学里，薛定谔方程就是微观世界的“牛顿定律”。

- 方程左边的两项 $-\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ 和 $-\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$ 分别代表了“粒子的动能”和“转子的转动动能”。
- $U(x, \varphi)$ 是势能，代表粒子和转子之间的相互作用力。

费米的数学魔法：

费米做了一步非常漂亮的变量代换（把物理量换了个名字）：

他令 $\xi = \sqrt{m}x$ 和 $\zeta = \sqrt{J}\varphi$ 。

为什么要这么做？你看，原来的方程里系数不一样（一个是 $1/2m$ ，一个是 $1/2J$ ），很丑。代换之后，这两个系数都被吸收进变量里了，方程变成了一个标准的**二维波动方程**！

核心类比：

这一步代换的物理意义在于，费米把“一个粒子撞击一个转子”的复杂物理过程，转化成了“一个波在二维平面 ($\xi - \zeta$ 平面) 上传播”的几何问题。

- ξ 轴代表粒子的位置。
- ζ 轴代表转子的角度。

这就构成了一个“位形空间”(Configuration Space)。在这个空间里，物理问题变成了一个光学问题：**波遇到了光栅**。这为下一段的“衍射”解释埋下了伏笔。

【原文】

[1:7] E. Fermi, “Zur Wellenmechanik des Stosvorganges,” Z. Physik 40,399—402 (1926). 译者按：可参看 L. de Broglie, Non-linear Wave Mechanics (Elsevier, 1960), Chap, 14, § 2.

第五章 玻尔–爱因斯坦论战

作用，其光栅常数为 d ，它使入射的 ψ 波发生衍射。以速度 v_0 和动能 $E_1 = \frac{1}{2}mv_0^2$ 运动的粒子的初始波显然是

$$\psi_{\text{粒子}} = A_1 \exp \left[i \frac{(E_1 t - \sqrt{2E_1 \mathcal{E}})}{\hbar} \right]$$

而以角速度 ω_0 及动能 E_2 转动的转子的初始波为

$$\psi_{\text{转子}} = A_2 \exp \left[i \frac{(E_2 t - \sqrt{2E_2 \mathcal{E}})}{h} \right] \quad (4)$$

由于周期性条件，有

$$E_2 = \frac{n^2 h^2}{2J} \quad (\text{n 为整数}). \quad (5)$$

令 $\cos a = (E_2/E)^{1/2}$, $\sin a = (E_1/E)^{1/2}$, 其中 $E = E_1 + E_2$, 并令 $\lambda = h/(2E)^{1/2}$, 则总的入射波 ψ_0 可写成如下的形式:

$$\psi_0 = A \exp \left[2\pi i \left(\frac{Et}{h} - \frac{\xi \sin a + \zeta \cos a}{\lambda} \right) \right], \quad (6)$$

即 ψ_0 是波长为 λ 、频率为 $\nu = E/h$ 的一个平面单色波, 波的前进方向与 ξ 轴成 α 角。

费米用这个巧妙的办法把碰撞过程化为 $\xi \zeta$ 位形空间中的衍射现象。用 β 表示强度为极大值的衍射波的衍射角 (相对于光栅平面), 简单的计算表明, β 满足条件

- 当 ξ 增大 $2\pi\sqrt{J}$ 时 $\psi_{\text{转子}}$ 之值不变, 因此

$$\frac{1}{\sqrt{2E_2 \cdot 2\pi\sqrt{J}}} = 2\pi n \quad (\text{n 为整数}),$$

亦即

$$E_2 = \frac{n^2 h^2}{2J}. \quad \text{——译者}$$

量子力学的哲学

$$2\pi\sqrt{J}(\cos \beta - \cos \alpha) = k\lambda \quad (\text{k 为整数}),$$

因此在相互作用(衍射)之后的波函数是如下的平面波的叠加:

$$\psi_f = \sum_{\beta} a_{\beta} \exp \left[2\pi i \left(\frac{Et}{h} - \frac{\xi \sin \beta + \zeta \cos \beta}{\lambda} \right) \right] \quad (7)$$

或等于

$$\psi_f = \sum_{\beta} a_{\beta} \exp \left[\frac{2\pi i}{h} (Et - p_f x - \pi \phi) \right] \quad (8)$$

其中 $p_{\beta} = \sqrt{2mE} \sin \beta$, $\pi_{\beta} = \sqrt{2JE} \cos \beta$ 。若我们观测整个系统的终态,那么由于波包收缩,我们将发现,碰撞之后的粒子和转子的动量分别是 p_{β} 和 π_{β} 。显然,对于一切 β 值都有 $p_{\beta}^2/2m + \pi_{\beta}^2/2J = E$ (能量守恒)。

【解读】

这一部分展示了费米如何用“光学衍射”的类比来解决复杂的量子碰撞问题。这是一个非常精彩的思维转换,请大家跟紧我的思路。

1. 波的叠加与“超级波”

首先,文本写出了两个独立的波函数:

- **粒子波** ($\psi_{\text{粒子}}$): 描述那个直线飞行的粒子。
- **转子波** ($\psi_{\text{转子}}$): 描述那个在原点转动的转子。注意公式(5),转子的能量 E_2 是“量子化”的(即不连续,必须是整数 n 的函数)。这是量子力学的特征:转子只能以特定的速度转动。

费米做了一件很酷的事:他把这两个波乘在一起,组合成了一个“总入射波” ψ_0 (公式6)。

在数学形式上,这个总波看起来就像是一个在二维平面 ($\xi - \zeta$ 平面) 上传播的**平面单色波**。

- **关键点:** 本来是“两个物体”的运动,现在变成了一个“虚拟波”在二维空间里的传播。这个波的前进方向由角度 α 决定。 α 的正弦和余弦值分别代表了粒子和转子

分得总能量的比例。

2. 光栅衍射的比喻

这是全文最精华的部分。

- **为什么是光栅？** 记得转子是周期转动的吗？转一圈 2π 回到原点。这意味着在我们的虚拟空间里，每隔一定的距离（周期性），环境就是重复的。这就像光学里的“光栅”——有很多条纹的玻璃板，条纹是周期性排列的。
- **衍射发生：**当光通过光栅时，会发生衍射，光线会分成好几束，射向特定的角度。同样，当费米的这个“总波”遇到转子的周期性势场时，也会发生“衍射”。

3. 结果解读：衍射角 = 碰撞后的状态

公式(7)和(8)告诉我们，碰撞（衍射）后的波，变成了一系列新波的叠加。每一束新的衍射波对应一个角度 β 。

- **物理意义：**每一个衍射角 β ，都代表了碰撞后的一种可能结果。
 - 有的 β 对应粒子稍微慢了一点，转子转得快了一点（发生了能量交换）。
 - 有的 β 对应粒子没怎么减速（弹性碰撞）。
- **能量守恒：**最后那个公式 $p_\beta^2/2m + \pi_\beta^2/2J = E$ 是我们熟悉的高中物理公式：**动能之和守恒**。这说明，无论波衍射到哪个角度，总能量都是守恒的。

4. 总结与深意

这段推导展示了标准量子力学（波动力学）的强大：**它自然而然地处理了非弹性碰撞**。你不需要人为规定粒子怎么撞，只要解波动方程，因为边界条件的周期性（像光栅一样），波自然会分叉（衍射）成几个特定的状态。

这也解释了为什么泡利要批评德布罗意：在费米和玻恩看来，碰撞结果是一系列可能性的叠加（衍射出的多束光），只有当你去“观测”时（波包收缩），系统才“选择”其中一条路。而德布罗意当时试图给粒子画出一条确定的、唯一的轨迹，这在处理这种像“光栅衍射”一样的多叉路口问题时，显得力不从心，无法解释为什么粒子会“跳”到特定的能级上。

简单来说，费米用光栅衍射证明了：微观世界的碰撞，更像是一场波的干涉表演，而不是台球的简单撞击。**【原文】**

由衍射条件有

$$\cos \beta = \cos \alpha + \frac{kh}{(2JE)^{1/2}} \quad (9)$$

因为

$$\cos \alpha = \left(\frac{E_2}{E} \right)^{1/2} = \frac{nh}{(2JE)^{1/2}} \quad (10)$$

我们得

$$\cos \beta = \frac{(n+k)h}{(2JE)^{1/2}} \quad (11)$$

因此得出碰撞之后转子的能量为

$$\pi_\beta^2 = E \cos^2 \beta - (n+k)^2 \frac{h^2}{2J}. \quad (12)$$

对于 $k = 0$ 碰撞为“弹性性的”，对于 $k > 0$ 为“第一类非弹性碰撞”，

第五章 玻尔–爱因斯坦论战

对于 $k < 0$ 为“第二类非弹性碰撞”。*关于费米的计算就讲到这里。

泡利指出，如果像德布洛意那样，把终态函数 ψ_f 写成 $\psi_f = a \exp(2\pi i \phi / h)$ 的形式，其中 a 和 ϕ 是实函数，那么位相 ϕ 将会是一个极复杂的函数，系统在位形空间中相应的运动将和转子最终的量子化状态不相容，而转子的终态为量子态则是由实验证实的。泡利得出结论说：“因此，德布洛意先生的看法，在我看来，同量子理论的假设似乎不相容，后者要求转子在碰撞之前和之后都处于定态。”

德布洛意图用下述理由来反驳泡利的批评，他说，正如在经典光学中，除非光栅和入射波二者在横向上都是有限的，否则就不能说一个光栅将一束光衍射到给定方向，在现在的情况下也是那样，必须把 ψ_f 波同样看作是在位形空间中横向上有限的；如果这一

点得到保证, 那么系统的代表波的速度就将是常的, 并将对应于转子的一个定态。但是德布洛意的论证听起来太像是专门为此而编造出来的, 以至于不能使任何与会者信服。实际上, 甚至德布洛意本人也开始怀疑是否能够把 ψ 波想象成一个真实的物理场, 既然这个波通常是在一个多维的因而也是虚构的位形空间中传播的, 并且这个空间的坐标代表的并不是粒子真实占据的位置而只是粒子可能占据的位置。因此当德布洛意在 1928 年初受到沃尔

量子力学的哲学

堡大学讲学^[2]时, 他便首次公开宣布他皈依互补性诠释。在这一年秋天他在巴黎理学院 [Faculté des Sciences] 就职时, 他感到在他的课程^[3]中讲授一个他本人也怀疑的理论是不合适的, 于是他也参加了正统诠释信奉者的行列, 正统诠释在这届索尔维会议上得到了绝大多数与会者的接受。

【解读】

同学们, 咱们先来啃一啃这块“硬骨头”, 然后再看一场物理学界的“宫斗大戏”。

首先, 这段文本的开头部分其实是在描述一个**量子碰撞**的过程。不要被那些希腊字母和公式吓倒, 我们把它还原成你们熟悉的物理场景。想象一下, 有一个微观粒子 (比如电子) 去撞击一个“转子”(你可以想象成一个正在旋转的分子)。

- 公式(9)到(12)其实就是在算这笔“能量账”和“动量账”。
- 这里的 k 是一个关键的整数, 它代表了能量交换的份数。
- 文中提到的三种情况:
 - **$k = 0$ (弹性碰撞)**: 就像两个台球相撞, 撞完大家各走各的, 总动能守恒, 没有能量损失或转化为内部能级。
 - **$k > 0$ (第一类非弹性)**: 入射粒子比较“大方”, 把一部分能量给了转子, 让转子转得更快了 (跃迁到了高能级)。
 - **$k < 0$ (第二类非弹性)**: 转子本来转得很快, 撞击时反而推了粒子一把, 把自己的能量给了粒子, 自己慢了下来 (跃迁到低能级)。这在高三物理选修中关于原子能级跃迁的部分, 其实原理是相通的。

接下来的部分, 画风一转, 进入了物理史上的**“名场面”**。这里讲的是著名的第五届索尔维会议期间的一场交锋。

主角是德布洛意（提出了波粒二象性那位，你们很熟悉）和泡利（人称“上帝的鞭子”，以犀利毒舌著称）。

德布洛意当时提出了一个叫“导波”理论（Pilot Wave）的观点。他认为粒子是真实存在的，骑在一个波上，波指导粒子怎么走。这听起来很符合直觉，对吧？但是泡利站出来反对。

泡利的逻辑是这样的：如果按德布洛意的写法，那个波的相位函数 ϕ 会变得超级复杂，导致这一系统无法维持在一个稳定的“定态”(stationary state)。而在量子力学里，正如波尔模型告诉我们的，原子或分子必须处于特定的定态。既然你的理论导不出定态，那你的理论就是错的！

德布洛意图试图辩解，他用光学光栅做类比，说波必须是“横向有限”的。但在当时的大佬们（包括爱因斯坦、玻尔等）看来，这解释太牵强了，像是为了圆谎而临时编出来的补丁。

这一段最让人唏嘘的是结局：**德布洛意“投降”了。**

虽然他是波粒二象性的鼻祖，但面对泡利等人的强势围攻，以及他自己对自己理论中“多维位形空间”（虚构的数学空间，而非真实物理空间）的困惑，他最终动摇了。1928年，他公开宣布放弃自己的导波理论，转而信奉玻尔等人的“正统诠释”（也就是哥本哈根诠释）。这就像是一个开创了门派的宗师，最后不得不承认这一派武功练不通，转投了少林寺。这是科学史上一个非常著名的转折点，标志着哥本哈根学派在当时确立了统治地位。

【原文】

第五章 玻尔–爱因斯坦论战

看作理论考虑的结论放到最后。“就我没有谈到过的基础现象而言，我总可以保持我对决定论的信仰。一个更深邃的精灵难道就一定不能表述这些电子的运动吗？人们难道不能把决定论当作一种信仰的对象并坚持它吗？在原则上坚持非决定论是必要的吗？”

在提出这些挑战性的问题之后，洛伦兹要求玻尔对会议讲话。玻尔接受了这个邀请，讲了他的诠释，重复了他的科摩讲演的主要内容。很清楚，他的话语主要是讲给爱因斯坦

听的,爱因斯坦现在初次听到了玻尔关于互补性的观念。会议文集 *Rapports et Discussions* 表明,在会议的正式会期里,爱因斯坦没有加入有关量子理论的任何讨论,即使当玻尔的话结束后,他也仍然保持沉默。

在德布洛意之后,玻恩和海森堡宣读了他们关于矩阵力学、变换理论及其几率诠释的论文。在提到测不准关系时他们评论说:“普朗克常数 h 的真实意义在于:它构成了由波粒二象性而在自然定律中所固有的非决定性的一个普遍的标准。”在这篇报告的结束语中他们发表了挑战性的言论:“我们认为量子力学是一个完备的理论;它的基本物理和数学假设是不容许进一步加以修改的”。下一个发言者是薛定谔,他的论文是关于被动力学、特别是关于如何用这个理论来处理多体系的。会议的高潮是闭幕时的一般性讨论。

这场讨论是由洛伦兹讲了几句导言开始的,他在导言里表示了他对大多数发言者所提的在原子物理学中放弃决定论的不满。他虽然承认海森堡测不准关系对观测加上了一种限制,但是反对把几率观念看作一个先验的公放在诠释的出发点上而不是

【解读】

这段文字带我们回到了那个群星璀璨的年代,感受新旧物理学观念的剧烈碰撞。

首先出场的是“少壮派”代表：**海森堡和玻恩**。

你们在高三物理中学过“海森堡测不准原理”(不确定性原理),即 $\Delta x \Delta p \geq h/4\pi$ 。但这不仅仅是个公式,它背后有着深刻的哲学含义。海森堡和玻恩在这里发表了一个极其“嚣张”的宣言:他们宣称量子力学已经**“完备”了,不需要再修改了!他们认为, h (普朗克常数)的存在意味着宇宙本质上就是非决定性** (Indeterministic) 的。

什么意思呢?在经典物理(牛顿力学)中,只要知道现在所有粒子的位置和速度,我就能算出未来的一切。这叫“决定论”。但海森堡说:“不,大自然在底层就是掷骰子的,是模糊的,这是天条,改不了。”

紧接着出场的是这次会议的主席,也是经典物理的老大哥——**洛伦兹**(就是洛伦兹变换那位)。

洛伦兹虽然很老了,但他代表了经典物理学家的尊严和困惑。他在这里发出了近乎悲壮的质疑。他承认测不准关系确实限制了我们的观测能力,但他拒绝相信大自然本质上是乱来的。

他问道:“难道不能有一个更深邃的精灵来描述电子的运动吗?”这里的“精灵”其实就是

指像“拉普拉斯妖”那样的全知视角。洛伦兹在恳求：能不能保留“决定论”作为一种信仰？是不是非得把宇宙看成是概率的？

这其实是每一个初学量子力学的学生都会有的困惑：**难道世界真的只是概率吗？是不是只是因为我们现在的显微镜不够好，还没发现更深层的规律？** 洛伦兹就是在替大家问这个问题。

然后，镜头给到了**玻尔**。

面对洛伦兹的质疑，玻尔站出来重申了他的“互补性原理”(Complementarity)。简单说，玻尔认为波和粒子是同一事物的两面，就像硬币的正反面，你不能同时看到两面，但它们加起来才是完整的描述。

文中特别提到，玻尔的话其实是**专门讲给爱因斯坦听的**。全场最聪明的大脑们都在等着爱因斯坦的反应。

但是，令人窒息的一幕出现了：**爱因斯坦保持了沉默**。

此时的爱因斯坦就像一个深不可测的高手，在正式会议上他一言不发。这种沉默本身就充满张力，像是暴风雨前的宁静。大家都知道，爱因斯坦是相信“上帝不掷骰子”的，他和玻尔的世纪大战，正在积蓄力量。

【原文】

首先参加讨论玻尔的观点的是布里渊和德尔 [de Donder]，他们注意的是玻尔的说明同关于相空间网络结构的某些观察之间的一致(布里渊)和引力场的相对论理论(德尔)。第三个发言的是玻恩。他说：“爱因斯坦先生曾经考虑过下述问题：一种放射性元素向各个方向发射 α 粒子；利用威尔逊云室使这些 α 粒子成为可见的；如果每次发射都让它和一个球面波相联系，那么，我们又怎样才能理解每个 α 粒子的径迹看来（几乎）都是一条直线呢？换句话说：现象的粒子特性怎样才能同用波动来表示这个现象调和起来呢？”玻恩然后提到了对这个问题通常的回答，即用“波包收缩”来解释，但是他也讲到了泡利所渡的另一种方法，这种方法通过求助于多维空间，可以不用这种“收缩”而描述上述过程，但是，玻恩谨慎地——并且正确地——补充说，“在这基本问题上并没有迈出很大的一步”。

只有在这以后,爱因斯坦才起来发言。“我必须请大家原谅”,他说,“因为我并没有深入研究量子力学。尽管如此,我还是愿意谈一些一般的看法。”他接着说,人们可以从两种不同的观点来看待量子理论。为了使他的论点更清楚,他提到了下述实验。

【解读】

这一段非常精彩,因为它触及了量子力学中最核心、最反直觉的谜题: **波函数坍缩** (**Wave function collapse**)。

在爱因斯坦开口之前, **玻恩** (Max Born, 波函数概率解释的提出者) 先替爱因斯坦抛出了一个困扰大家的难题。让我们把这个高深的物理问题转化成高三学生能听懂的图像:

1. **场景:** 想象一个放射性原子核, 它衰变并发射出一个 α 粒子 (氦原子核)。
2. **波动观:** 根据量子力学的波动方程 (薛定谔方程), 这个粒子应该像水波一样, 是一个以原子核为中心向四面八方扩散的**球面波**。也就是说, 在任何一个瞬间, 这个粒子“同时”存在于球面的所有方向上。
3. **粒子观 (实验现象):** 可是, 当我们用威尔逊云室 (一种能显示粒子轨迹的仪器) 去观察时, 我们从来没看到过一个扩散的圆圈, 我们看到的永远是一条**笔直的、确定的直线**径迹, 就像子弹打出去一样。

矛盾点来了:

如果你承认它是波, 它是怎么瞬间从一个充满整个空间的“大球壳”, 突然变成一条“细直线”的?

这就好比你往池塘里扔了颗石子, 涟漪荡开, 结果你眨眼一看, 整圈涟漪突然消失, 只剩下某一个方向上的一道水柱。这在经典物理看来简直是魔法!

玻恩提到了通常的解释叫“波包收缩”(也就是我们现在常说的**波函数坍缩**): 一旦你进行了观测 (云室记录了径迹), 波函数就瞬间“塌”成了一个确定的状态。但玻恩也承认, 这个问题当时还没有真正完美的解答, 即使是泡利试图用高维空间数学来解释, 也没有根本解决问题。

最后, 万众瞩目的时刻到了。

爱因斯坦终于站起来了。

大家注意爱因斯坦的开场白: “我必须请大家原谅, 因为我并没有深入研究量子力学。”同学们, 这可是爱因斯坦啊! 这显然是极其谦虚甚至带有讽刺意味的客套话。这就好比乔丹说“我不怎么会打篮球”一样。他虽然不搞矩阵运算那一套, 但他对物理本质的

洞察力是无人能及的。

他说他要谈一些“一般的看法”，并且提出了一个“实验”。这标志着**玻尔-爱因斯坦论战**（Bohr-Einstein Debates）正式拉开帷幕。这一系列论战极大地推动了我们对量子力学本质（如纠缠、定域性、实在性）的理解，直到今天仍然在影响着物理学的前沿。爱因斯坦即将提出的，就是著名的**思想实验**，用来攻击量子力学的完备性。你好！我是你的学术导师。很高兴能为你解读这份关于量子力学早期论战的珍贵文献。这段内容非常精彩，它记录了物理学史上最著名的“神仙打架”——索尔维会议期间，爱因斯坦与哥本哈根学派（以玻尔、海森堡、泡利等为代表）关于量子力学本质的深刻辩论。

我们今天讨论的内容，核心在于：“上帝真的掷骰子吗？”以及“波函数到底是个什么东西？”

为了让你更好地理解，我将这段文本分成了两个大的部分来进行详细解读。

【原文】

一个粒子(电子或光子)垂直投射到一个光栅上,光栅有一个狭缝 o ,因此与粒子相联系的 ψ 波在 o 处发生衍射。一个半球形的闪烁屏(或照相底片)置于 o 后,以显示粒子的到达(图 3),这一事件的发生几率是由衍射波在所考虑的点的上“强度”来度量的。

 Image 1

图 3

按照第一种观点,爱因斯坦说,德布罗意-薛定谔波不是代表一个单个粒子,而是代表分布在空间中的一个粒子系综。因而理论所提供的信息并不是关于一个单个过程的,而是关于这种过程的系统。于是 $|\psi|^2$,表示在 r 处存在系综的某一粒子的几率(几率密度)。

按照第二种观点,是把量子力学看成关于单个过程的完备理论;每个向着屏幕运动的粒子都被写成一个波包,它在发生衍射之后,到达屏上的某点 p ,而 $|\psi(\textbf{r})|^2$ 则是表示同一个粒子在给定的时刻出现在 r 处的几率(几率密度)。虽然爱因斯坦(错误地)以为,基元过程中的各种守恒定律、盖革-波

特 [Geiger-Bothe] 实验的结果以及 α 粒子在威尔逊云室中形成的几乎连续的径迹都只支

① 爱因斯坦的发言见《爱因斯坦文集》第一卷(许良英等编译,商务印书馆,1977),第230—233页。——译者注

第五章 波尔-爱因斯坦论战

161

持第二种观点,但他还是反对这种观点,其理由如下:若 $|\psi|^2$ 的意义是根据第二种观点来解释的,那么,在粒子尚未定位之前,必须认为粒子是几乎恒定的几率潜在地出现在整个屏幕上的。但是,当粒子被定位,就必须假定发生了一种特殊的超距作用,它不让一个连续分布于空间波在屏幕上两个不同的地方产生效应。

爱因斯坦接着说:“在我看来,这个困难是无法克服的,除非在用薛定谔波描述这个过程之外,再补充关于粒子在其传播过程中的某种详细规定。我认为德布罗意先生在这个方向上的探索是对的。仅就薛定谔波而言,我认为, $|\psi|^2$ 的第二种解释是同相对性假设不相矛盾的。”

【解读】

同学们,这段文字描述的是量子力学中最经典的思想实验之一——**单粒子衍射**。想象一下,你拿着一把机关枪扫射靶子,子弹的落点是随机的;但如果你把机关枪换成一个电子发射器,事情就变得诡异了。

这里讨论的核心问题是:**薛定谔方程里的那个波函数 ψ (读作 Psi), 它到底代表了什么?**

爱因斯坦在这里提出了两种截然不同的理解方式:

1. **第一种观点 (系综解释):** 爱因斯坦倾向于认为,波函数描述的不是“一个电子”,而是“一大群电子的统计规律”。就像我们研究高考成绩,我说“平均分是500分”,这描述的是整个考生群体(系综),而不是说某个具体的张三一定是500分。如果这样理解,量子力学就变得很温和,它只是一个统计工具,不涉及单个粒子的诡异行为。
2. **第二种观点 (哥本哈根解释):** 这是量子力学的主流观点,但爱因斯坦非常反对。这种观点认为,波函数描述的就是**这一个**电子。电子在没打到屏幕上之前,

它不是一个点，而是一团弥散在空中的“概率云”(波包)。

为什么爱因斯坦反对第二种观点？

请注意这段话：“当粒子被定位,就必须假定发生了一种特殊的超距作用”。

这是一个非常烧脑的逻辑：

假设电子波扩散到了一个巨大的半球形屏幕上，波在屏幕的左端（A点）和右端（B点）都有分布。这意味着电子既可能出现在A，也可能出现在B。

但在某一瞬间，屏幕闪烁了一下，电子在A点被探测到了！

此时，B点的波函数必须瞬间变成0（因为电子只能有一个，既然在A，就不可能在B）。

问题来了：B点怎么知道A点“中奖”了？如果A和B相距十万八千里，B点的波函数怎么能瞬间消失？这似乎暗示A点和B点之间有某种比光速还快的信息传递（即“超距作用”）。

对于坚信“相对论”（没有任何信息传输能超过光速）的爱因斯坦来说，这种“瞬间塌缩”是不可接受的，就像魔法一样。

所以，爱因斯坦在这段结尾说，除非我们在波函数之外，还能找到描述粒子轨迹的“详细规定”（这就是后来所谓的**隐变量理论**），否则这种解释就是荒谬的。他认为现有的量子力学是不完备的，它丢掉了一些信息。

简单来说，爱因斯坦在说：“我不相信这个电子在被观测前是像幽灵一样弥散在各处的，一定有什么我们还没发现的物理规律决定了它的运动，只是现在的量子力学太粗糙，没描述出来。”

【原文】

爱因斯坦以反对第二种解释的两个进一步的论据来结束他的讲话。他说，第二种解释利用了多维的位形空间，由全同粒子组成、仅仅粒子的排列有所不同的两个系统，在这种空间中要由两个不同的点来代表，这一结论和新的统计法是难以调和的。最后他指出，接触力原理（即关于力只在空间的近距离上才起作用的假设）在位形空间中是不好表述的。

乍一看,像爱因斯坦这样一个曾如此成功地将引力问题归结为几何学的人,会说出最后那个反对意见,并且会由于一种新的形式体系不符合一个普通的关于力的原理而否定它,这是令人感到有些奇怪的。但是,爱因斯坦拒绝接受的,并不是力的动力学观念,而是超距作用的几何学性质。这个论据主要是针对薛定谔的——尽管薛定谔将量子力学的表述(用连续波是量子力学表述为一种场论以及随之而来的试图消除不连续性)比起量子理论的任何一种别的表述要使爱因斯坦的厌恶少一些。

162

量子力学的哲学

薛定谔在对会议的讲演中,强调了德布罗意的波动学同他自己的“多维波动力学”之间的根本差异:德布罗意的波动学处理的只是三维空间或不如说四维时空连续统中的波,而在他的多维波动力学中,一个 \rm N 粒子系统并不是如德布罗意理论中那样由时间 \rm t 的 $3N$ 个分离的函数 $q_k(t)$ 来表示,而是作为($3N+1$)维空间(即 $3N$ 个变数 q_k 或 $x_1, y_1, z_1, \dots, x_N, y_N, z_N$ 加上时间变数 t)中的一个单一的函数 ψ 。

很清楚,在解决各种多体问题中薛定谔用得很有效的那个函数是一个偏微分方程确定的,这个方程意味着在二粒子的位形空间 $x_1y_1z_1x_2y_2z_2t$ 连续统的一个无穷小区域上的各个 ψ 值之间的某种相互作用,虽然

$[(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 + (z_2-z_1)^2]^{1/2}$ 完全可以是一个甚至宏观大的距离。

爱因斯坦对于这个问题曾经考虑过很多,这一点我们是从他的朋友埃伦费斯特的许多话中得知的,爱因斯坦曾经一同他讨论过这个问题。例如,埃伦费斯特在 1932 年发表的一篇文章①的一个有趣的脚注中说道:“如果我们想到薛定谔的波动力学代表着一种多么不可思议的超距作用理论,我们就要对一个四维的近距作用理论保持一种合理的眷恋之情!”①埃伦费斯特还加上一句:“爱

① 德文原文为“Wir sollen uns immer wieder daran erinnern, eine wie unheimliche Fernwirkungstheorie also die Schrödingersche Wellentheorie ist, um unser Heimweh nach einer vierdimensionalen Nahwirkungstheorie wach zu halten!”见 P. Ehrenfest, “Einige die Quantenmechanik betreffende Erkundungsfragen”, Z. Physik 78, 555–559 (1932)。

因斯坦所设计但从未公布的某些思想实验特别适用于这个目的。”

我们将在后面看到,超距作用的观念对别的几钟提出途径的尝试也起着重要的作用。由于这个原因,对这个问题再作一些更详细的讨论看来是适当的。

为了回答埃仑费斯特的论文,泡利在一篇写于四个月后的同名文章①中提出了邻近作用理论的一种表述。为此,泡利回顾了通过引入静电场($\nabla \cdot \nabla \operatorname{div} E = 4\pi\rho$)的概念而将建立在库仑的超距作用定律上的古典静电学理论转换为邻近作用理论的程序,并且问道在量子力学中是否也可以作某种类似的转换。只考虑静电相互作用,泡利建议把出现在薛定谔方程中的库仑定律的通常表达式换成表示式

$$\nabla E(x) = 4\pi \sum_{i=1}^n e_i \delta(x - x^{(i)}) \quad (13)$$

【解读】

这一大段内容虽然术语很多,但核心思想其实只有一个: 爱因斯坦对“抽象空间”和“幽灵般的相互作用”感到深深的不安。

1. 什么是“位形空间”(Configuration Space) ?

这是高三物理到大学物理的一个巨大跨越。

在高中物理里, 我们描述两个小球运动, 是在真实的三维空间 (长、宽、高) 里画图。

但在薛定谔的量子力学里, 描述 N 个粒子, 不是在三维空间, 而是在 **3N 维** 的空间里。

比如有两个电子, 薛定谔方程不是写出两个三维波, 而是写出一个六维的波函数

$$\psi(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2) .$$

爱因斯坦对此非常反感。他认为物理真实应该发生在大家看得见摸得着的四维时空 (三维空间+时间) 里, 而不是躲在一个数学构造的高维抽象空间里。

2. 为什么这会导致“超距作用”?

文中提到的公式 $[(x_2-x_1)^2 + \dots]^{1/2}$ 其实就是两个粒子在现实世界中的距离。

在薛定谔的那个高维数学空间里，这两个粒子被揉进了一个单一的波函数中。这就意味着，哪怕这两个粒子在现实中相隔银河系那么远（距离很大），在这个数学方程里，它们依然是“纠缠”在一起的一个整体。改变其中一个，似乎立刻就会在数学上影响整体。

爱因斯坦和他的朋友埃伦费斯特（Ehrenfest）都觉得这很荒谬，他们“眷恋”那种旧式的、力的作用必须通过介质一点点传过去的理论（近距作用）。

3. 泡利（Pauli）的救场尝试

为了解决这个“超距作用”让人不爽的问题，著名的“毒舌”物理学家泡利出场了。

他用了一个非常漂亮的类比：**静电学**。

- **库仑定律**（高中学的 $F = kQq/r^2$ ）看起来就像超距作用：电荷Q直接隔空吸住了q。
- 但是，**麦克斯韦**把它改写成了**场论**（文中提到的 $\nabla \cdot E = 4\pi\rho$ ，即电场散度等于电荷密度）。这意味着：电荷Q不是隔空抓人，而是先改变了周围的电场，电场再一点点传过去影响q。这就变成了“近距作用”。

泡利想在量子力学里做同样的事（公式13）。他引入了 δ 函数（狄拉克函数，表示一个无穷尖锐的点），试图把量子力学里的相互作用也写成这种“场”的形式，试图证明量子力学其实并不需要那种让人害怕的“幽灵般超距作用”，希望能以此安抚爱因斯坦等人的不安。

总结一下：这段历史展示了物理学家们在面对量子力学新世界观时的挣扎。爱因斯坦坚持物理世界应该是**局域的**（Locality，即没有瞬间移动的影响）和**实在的**（Reality，即不看不代表不存在），而量子力学的数学形式（如高维位形空间）似乎正在摧毁这些信念。你好！我是你的学术导师。很高兴能带你深入这篇关于量子力学史和哲学的精彩文献。这部分内容触及了物理学中最核心、最令人着迷的辩论——玻尔与爱因斯坦关于“上帝是否掷骰子”的争论。

别被一开始的数学公式吓倒，我们主要关注背后的物理图像和哲学意义。让我们开始吧。

【原文】

因此薛定谔方程可写成

$\frac{i\hbar}{m} \frac{\partial \psi}{\partial t} = [-\sum(\frac{\hbar^2}{2m_i})] \Delta_i$ (14)

其中

$$\Delta_i = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} \quad (14)$$

$x^{(i)}$ 是 N 个粒子的 $3N$ 个坐标 ($s=1, 2, \dots, N$).

① W. Pauli. "Einige die Quantenmechanik betreffenden Erkundungsfragen." Z. Physik 80, 573—586 (1933), 特别是 pp. 584—586.

164

量子力学的哲学

$$E(x) = \sum_{i=1}^N e_i \frac{x - x^{(i)}}{r_i^3}, \quad r_i = |x - x^{(i)}|$$

而 x 是场点的坐标。

至于这种方法的一个把辐射推迟和磁相互作用也考虑进来的推广, 泡利让读者参看即将来发表的他的《物理大全》撰写的那篇论文①。不过, 关于自能问题和这个方法的相对论推广的问题, 泡利不得不承认, 只有对通常的时空观念作修改后才能解决。泡利的提议没有减轻我们所讨论论证的主要困难, 这个困难极为触目地表现在爱因斯坦的头一个反对意见中: 与单个粒子相联系的 ψ 波在粒子定位的时刻发生瞬时的塌缩。爱因斯坦声称, 这种塌缩意味着“一种非常特别的超距作用机构。”

【解读】

同学们, 这段开头虽然摆出了令人眼花缭乱的数学公式, 但其实它是在为一场物理学巅峰对决搭建舞台。这里的公式 (14) 其实是著名物理学家泡利 (Pauli) 对薛定谔方程的一种改写。

首先, 不要被那一大串积分和微分符号吓退。左边的

$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$ 你们在大学物理中会学到, 这代表了量子系统的能量随时间的演化。右边方括号里的第一项

$-\sum(\frac{\hbar^2}{2m_i})$ 其实就是动能项 (类似于经典力学里的 $\frac{1}{2}mv^2$), 而那复杂的积分项则是在描述电磁场的能量。简单来说, 泡利试图把带电粒子和它们产生的电磁场作为一个整体写进方程里。

但是，公式不是重点，重点在于文本后半部分提到的**“主要困难”**。这里引入了爱因斯坦对量子力学最著名的反驳之一：**波函数塌缩（Wave Function Collapse）**。

这是什么意思呢？想象一下，在量子力学中，一个粒子（比如电子）在被观测之前，并没有确定的位置，它像一团云雾一样弥散在空间中，这就是 ψ 波（波函数）。但是，当你用仪器去探测它，比如你在A点发现了它，那么在这一瞬间，这团弥散的云雾必须立刻“塌缩”聚拢到A点。这意味着，在A点以外的所有地方，发现这个电子的概率瞬间变成了0。

爱因斯坦敏锐地指出了这里的问题：如果你在A点发现了电子，那么哪怕是距离A点几光年远的地方，波函数也必须**同时**归零。这种变化是瞬时的，不需要时间传输。这在爱因斯坦看来简直是荒谬的，因为根据狭义相对论，没有任何信息传输的速度能超过光速。如果波函数的塌缩是瞬时的，那就意味着存在一种“超距作用”(Action at a Distance)，就像你在这个教室举手，火星上的某个开关瞬间被触发一样。爱因斯坦无法接受这种违反相对论因果律的现象，他认为这说明量子力学理论是不完备的，甚至是鬼魅般的。这就是高三物理中关于相对论时空观与量子非定域性冲突的初体验。

【原文】

119

实际上,这样一种过程将不仅由于所假定的瞬时性或同时性而违犯相对性原理,而且由于根据定义这种过程中只含一个粒子,这个粒子被探测到也就结束了这个过程,因此这个过程是永远不可能得到实验的检验的。这就难怪乎海森伯的“波包收缩”(它无非是上述 ψ 函数的塌缩的一种数学说法)或冯·诺伊曼的投影假设(它也无非是上述观念的另一种数学表述,非常适合于这个观念在测量理论中的应用)成为一些尖锐的反对意见的靶子。

正如我们看到的,爱因斯坦看来是支持第一种观点的。按照后来的叫法,这种观点叫做薛定谔函数的系综诠释,或更一般地叫做量子力学的系综诠释,按照这种诠释,在二十年代后期发展起来的量子力学,并不描述一个单个系统的行为,而是描述许多全同系统

① 85 页注①文献。

第五章 玻尔-爱因斯坦论战

一个系统的行为。虽然两种观点可以给出同样的实验预言，两种观点本质上都是统计理论，但是它们对作为基础的几率概念的看法是不同的。第二种观点或玻尔的诠释中吸收了玻恩的几率假设，根据这个假设，理论所预言的是关于单个系统的单次实验的几率，我们在此前面讲过，海森伯把这种几率观同亚里士多德的潜能观念相比较。

【解读】

这段文字继续深入探讨了“波函数塌缩”带来的困境，并引出了量子力学解释中最核心的分歧：**我们到底是在描述一个粒子，还是一群粒子？**

首先，作者指出了一个逻辑上的死循环：如果这涉及“一个粒子”，一旦你探测到它，实验就结束了，波函数就塌缩了。既然只能发生一次，你就没法重复验证这个“瞬时塌缩”的过程到底是怎么发生的。正因如此，海森伯提出的“波包收缩”和冯·诺伊曼的“投影假设”（这些都是试图从数学上描述测量瞬间发生的事情）成了众矢之的，被认为是人为硬凑的规则，而不是自然的物理定律。

接着，文本引出了爱因斯坦的解决方案，这被称为**“系综诠释”（Ensemble Interpretation）**。这个概念对高三学生来说可能有点陌生，我来打个比方。

想象我们在研究抛硬币。

- **系综诠释（爱因斯坦倾向的观点）：**量子力学的波函数并不是在描述“这一枚硬币”的状态，而是在描述“抛掷一千万次硬币”的统计结果。当我们说“正面朝上的概率是50%”时，我们不是在说这枚硬币既是正面又是反面，而是说在大量重复实验中，一半是正面。如果这样理解，就不存在什么神秘的“瞬时塌缩”了，那只是统计数据的更新而已。爱因斯坦觉得，这样物理学就安全了，不用面对“鬼魅般的超距作用”。
- **哥本哈根诠释（玻尔、玻恩、海森伯的观点）：**也就是文中的“第二种观点”。他们认为，波函数就是在描述**单个系统**。这枚硬币在落地前，确实处于一种“既是正面又是反面”的叠加态。海森伯甚至引用古希腊哲学家亚里士多德的“潜能”（Potentia）概念：在测量之前，粒子不是实在的“物质”，而是一种“倾向”或“可能性”。只有当你去测量它，这种潜能才转化为现实。

这不仅仅是哲学咬文嚼字，它决定了我们如何看待世界的本质：世界是确定的但我们无知（爱因斯坦），还是世界本身就是随机和不确定的（玻尔）？

【原文】

而爱因斯坦所考察的系统诠释，则把量子力学几率等同于一个全同实验系统的实验结果的相对频率，这个观念可能更合多数物理学家的口味。虽然就我们所知，在1927年布鲁塞尔的会议上爱因斯坦没有明显提到过关于几率概念的这一差别，但是他心里很可能是想到了这一点点的。无论如何，他后来对于这个问题的著作清楚地叙述了这个差别。

量子力学中所用的几率的这两种解释之间的这一差别是极为重要的，这是因为，虽然它并不带来实验的后果——因为在两种情况下理论预言的验证都需要进行多次实验——但它却会带来解释的后果：爱因斯坦的频率解释为隐含参数理论扫清了道路，隐含参数理论把量子力学归结为统计力学的一个分支；而玻尔-玻恩的或然性解释却排除这种可能性。

还是回到索尔维会议上来。我们已经看到，鉴于所遭到不利的反应，德布罗意很快就放弃了仙的那些观念。爱因斯坦实际上是在单枪匹马地反对得到普遍接受的对量子力学形式体系的诠释。但是，他的反对意见却引起了正式会议之间的热烈讨论。他的目标显然是要设计一些思想实验表明测不准关系是难以被超越的，特别是表明可以给予单次过程中能量和动量传递一个十分详细的时空描述，以驳倒玻尔-海森伯的诠释。

【解读】

这一段非常关键，它揭示了爱因斯坦为什么要坚持“频率解释”，以及他在著名的索尔维会议上到底想干什么。

首先，我们要理解两种“几率”的区别。

1. **频率解释（爱因斯坦）：**就像保险公司算车祸率。某个人出不出车祸是有确定原因的（比如醉驾、刹车失灵），只是保险公司不知道具体细节，只能统计出“发生率”。如果这是对的，那么量子力学看起来随机，只是因为我们还没找到那些隐藏的决定因素——这就是文中提到的**“隐含参数理论”(Hidden Variables Theory)**。爱因斯坦相信，如果找到了这些隐变量，世界将重新回到经典物理那样精确、可预测的轨道上，量子力学不过是像统计力学一样，处理复杂系统的工具罢了。
2. **或然性解释（玻尔-玻恩）：**他们认为根本没有“隐藏的齿轮”。上帝就是在掷骰子，随机性是自然的根本属性，而不是因为我们无知。

这段文字告诉我们，虽然在做实验算数据时，这两派得出的结果一样（都要做很多次实验取平均），但在**世界观**上是水火不容的。

接着，场景切回到了1927年的索尔维会议——物理学史上最豪华的“神仙打架”现场。当时的背景是，德布罗意（提出物质波的那位）已经退缩了，只剩下爱因斯坦一个人在“单枪匹马”地挑战主流的量子力学大厦。

爱因斯坦的策略是什么？他不是去攻击公式算错了，而是通过设计精妙的**“思想实验”**（Gedankenexperiment）。他的目标直指量子力学的核心支柱——**海森伯测不准关系（不确定性原理）**。我们知道测不准关系说：你不可能同时精确知道粒子的位置和动量。爱因斯坦想证明：不，我有办法！如果我能设计一个巧妙的实验，在单次过程中把能量、动量、时间、位置都测准了，那么玻尔和海森伯的理论基础就崩塌了，量子力学就被证明是“不完备”的了。这就像是他在试图找出赌场轮盘赌的必胜规律，以证明赌局不是随机的。

【原文】

量子力学的哲学

玻尔关于他同爱因斯坦就这个争端所作的讨论的权威性报告[1:8]虽然是在这些讨论发生二十多年之后写的，却无疑是这段插曲的历史的一个可靠的史料来源。但是，非常可惜的是，关于爱因斯坦-玻尔论战的进一步的文献材料极为缺乏。因为它是物理学史上的伟大科学论战之一，也许只有十八世纪初的牛顿-莱布尼茨论战*才能与之相比。在这两种场合下都是关于物理学中的基本问题的针锋相对的哲学观点的冲突，在两种场合下都是他们时代的最伟大的心灵之间的冲突，并且正如著名的莱布尼茨-克拉克[Leibnitz-Clarke]通信(1715–1716)——“它也许是我们笔战方面所能有的最为壮观的丰碑”(伏尔泰语)——只不过是牛顿和莱布尼茨之间深刻的意见分歧的一个简要的表现一样，玻尔和爱因斯坦之间在布鲁塞尔大会旅馆[Hotel Metropole]的走廊上进行的讨论也只是一场大论战的缩影，这场论战进行了

第五章 玻尔-爱因斯坦论战

许多年，虽然不是以直接对话的形式进行的。实际上，甚至在爱因斯坦去世(1955年4月18日)之后，这场论战还在进行，因为玻尔曾经一再承认，他心里仍然继续在同爱因斯坦争论，并且每当他沉思物理学中的一个基本的有争议的问题时，他总要自问爱因斯坦对这个问题会是怎样想的。的确，玻尔在他去世(1962年11月18日)前一天的傍晚，在卡尔斯堡城堡[Carlsberg Castle]他的工作室的黑板上所画的最后一个图，便是爱因斯坦的光子箱的草图，光子箱是与玻尔同爱因斯坦的讨论中提出的主要问题之一联系着的。

【解读】

这段文字充满了历史的厚重感和一种英雄惜英雄的悲壮色彩。它将玻尔与爱因斯坦的论战提升到了科学史的最高殿堂，将其比作18世纪牛顿与莱布尼茨关于微积分发明权及时空观的那场著名争论。

这里的描写非常动人，值得高三同学们细细品味。科学不仅仅是冰冷的公式，更是伟大心灵之间的碰撞。

- 1. 论战的级别：**作者认为这场争论是人类智力史上最高级别的对抗之一。正如伏尔泰评价莱布尼茨与克拉克（牛顿的代言人）的通信是“思想丰碑”，爱因斯坦和玻尔在布鲁塞尔旅馆走廊里的对话，决定了后来一百年物理学的走向。
- 2. 跨越生死的对话：**这是最让我感动的部分。虽然他们在学术上针锋相对，爱因斯坦至死不接受量子力学的随机性，但他们之间保持着深厚的友谊和极高的互相尊重。文中提到，甚至在1955年爱因斯坦去世后，玻尔心中的争论仍未停止。玻尔把爱因斯坦当作了自己思想的磨刀石，每当遇到难题，他都会问自己：“爱因斯坦会怎么反驳我？”
- 3. 最后的黑板：**这是一个著名的科学史轶事。1962年，玻尔去世的前一天晚上，他在黑板上画下的最后一张图，竟然是**“爱因斯坦光子箱”**。这是爱因斯坦在1930年提出的一个极其刁钻的思想实验，意图击溃测不准关系。当年玻尔为了反驳这个实验，甚至不得不动用了爱因斯坦自己的广义相对论才勉强过关。在生命的最后时刻，玻尔脑海中浮现的依然是他这一生最伟大的对手和朋友。这也告诉我们，真理的探求往往需要最尖锐的质疑，对手有时比队友更能成就你的伟大。

【原文】

5.2 玻尔同爱因斯坦之间早期的讨论

玻尔-爱因斯坦论战的开始可以回溯到 1920 年春天，当时玻尔访问柏林，并且会晤了爱因斯坦、普朗克和弗兰克[James Franck]。在这次访问中，玻尔和弗兰克建立了亲密友谊，结果弗兰克成了首批访问在哥本哈根的布莱丹斯韦伊[Blegdamvej]新建的研究所的外国科学家之一。虽然玻尔大为赞赏爱因斯坦对统计分子动力的贡献、他关于相对论的工作、特别是他对普朗克辐射定律的巧妙的推导，但是他难以接受爱因斯坦的量子概念。因此在1920年4月27日他对柏林物理学会的关于“光谱理论的现状及其在不久的将来的各种可能性”的讲演^[2:1]中，虽然这

量子力学的哲学

个题目同光子理论有密切关系，他却仅仅在一个地方提到‘辐射量子’的观念，而且这还可能只是出于对也参加了这个报告会的爱因斯坦的尊重，玻尔立即补充道：“我将不在这儿讨论‘量子假设’，在于涉现象方面所带来的众所周知的困难了，而辐射的经典理论对于说明干涉现象却是这样合适。”

【解读】

这段文字把时间线拉回到了1920年，也就是那场大论战爆发前的“前传”时期。这部分内容可能会让很多同学感到意外：**作为量子力学教父的玻尔，最初竟然是反对“光子”概念的！**

我们来梳理一下背景：

1. **初次相遇：** 1920年，玻尔访问柏林，见到了偶像级的爱因斯坦和普朗克。那时他们建立了很好的私交。
2. **玻尔的矛盾心理：** 玻尔非常敬佩爱因斯坦在相对论和统计力学上的成就，甚至佩服爱因斯坦推导普朗克公式的技巧。**但是**，对于爱因斯坦在1905年提出的“光量子”(也就是光子)假说，玻尔是坚决抵制的。
3. **为什么反对光子？** 请注意文末玻尔的讲演内容。他说：“辐射的经典理论对于说明干涉现象却是这样合适。”你们高三物理学过光的干涉（双缝干涉）和衍射，这些现象完美证明了光是一种**波**。如果光是一颗颗的粒子（光子），它们怎么可能像波一样互相叠加、抵消呢？这在当时是完全解释不通的。

这里展示了科学发展的曲折性。即使是像玻尔这样思想激进的革命者，在面对“波粒二象性”这个巨大的怪兽时，最初也是退缩的。他宁愿相信经典电磁波理论，也不愿接受光是粒子的想法。这为后来的故事埋下了伏笔：后来玻尔变成了量子力学“概率波”的坚定捍卫者，而发明了光子概念的爱因斯坦却变成了量子力学的反对者。历史有时候真的很幽默，也很深刻。这段早期历史告诉我们，科学真理的接受过程往往充满了犹豫、反复和自我否定。您好！我是你们的学术导师。很高兴能带领大家深入阅读这段关于物理学史和量子力学哲学的珍贵文献。这段文字记录了物理学史上最伟大的两位巨擘——爱因斯坦和玻尔——之间思想碰撞的火花。

对于高三的同学们来说，你们已经接触了光电效应（证明光的粒子性）和光的干涉（证明光的波动性）。但你们可能不知道，这两位科学巨匠在确立这些概念时，曾有过怎样激烈的、甚至角色互换的辩论。

我们将这段文档分为几个部分，逐一进行深度剖析。

【原文】

1920年间玻尔同爱因斯坦的讨论，如果从后来的发展的角度来看，乍看之下可能只会给人这样一个印象，他们在这次讨论中担当的角色和他们在此后担当的角色正好倒了个个儿，爱因斯坦主张一个完备的光的理论必须以某种方式将波动性和粒子性结合起来，而玻尔却捍卫着经典的光的波动理论，坚持认为既然出现在能量量子 $h\nu$ 中的“频率” ν 是由于关于干涉现象的实验确定的，而“干涉现象的解释显然要求光是由波动构成”，因此光子理论的基本方程就是毫无意义的东西。但是，如果更仔细地分析一下，已经可以辨认出他们未来的具有各自的特征的正确对立的立场。玻尔强调的是需要同经典力学的观念作彻底的决裂，而爱因斯坦虽然赞成光的波粒二象性，却坚信波和粒子这两个侧面可以因果性地相互联系起来。

【解读】

这一段非常有意思，它向我们展示了一段鲜为人知的物理学“反转剧”。

大家在高三物理课本中学过，爱因斯坦在1905年提出了光子说（光量子），成功解释了光电效应；而玻尔后来提出了原子模型，解释了光谱。但在1920年这段时间，他们的立场似乎有些“错位”，甚至有些自相矛盾，这正是科学探索最迷人的地方。

首先，让我们看看**“角色的倒置”。

此时的爱因斯坦，并没有满足于自己提出的“光子”概念。他敏锐地意识到，光既能像粒子一样把电子撞飞（光电效应），又能像水波一样发生干涉和衍射。因此，他主张一个完备的理论必须把“波”和“粒”结合起来。**

反观玻尔，此时却变成了一个“保守派”。他竟然在捍卫经典的光波动理论，甚至认为爱因斯坦的光子方程 $E = h\nu$ 里的光子概念是“毫无意义的”。为什么？玻尔的逻辑很强硬：公式里的 ν 代表频率，而频率这个概念本身就是通过干涉实验测出来的，干涉是波的专利。如果你承认频率 ν ，就得承认波动性，那怎么还能说它是粒子呢？这在逻辑上看似是死循环。

然而，作者提醒我们，不要被表象迷惑，要**“更仔细地分析”**。

这里揭示了两人未来毕生争论的核心分歧：

1. **玻尔的立场：**他倾向于**“决裂”**。他认为微观世界的规律（量子力学）和我们要么是黑、要么是白的宏观经典力学完全不同，我们必须接受这种断裂，接受旧观念的崩塌。
2. **爱因斯坦的立场：**他坚守**“因果性”**。虽然他承认波粒二象性（既是波又是粒），但他坚信这背后一定有一个统一的、合乎逻辑的机制把它们联系起来。他认为上帝不会掷骰子，一切物理现象背后都应该有确定的因果关系（原因导致结果），而不是玻尔所接受的那种概率和模糊。

简单来说，玻尔准备接受一个“疯狂且不连续”的新世界，而爱因斯坦则试图用更高级的理论把这个疯狂的世界“招安”回因果律的逻辑大厦中。

【原文】

在玻尔看来，经典物理学和量子理论是不可调和的，虽然它们通过对应原理以渐近的方式联系着；而另一方面，爱因斯坦在1909年即已建议^[3]，麦克斯韦方程的解除波以外，还有能点状

第五章 玻尔-爱因斯坦论战

的奇异解——这个想法他后来(1927年)曾成功地应用到广义相对论的场方程上，并且如我们所看到的，这个想法促使他在第五届索尔维会议上起来支持德布罗意的领波理

论。因此，爱因斯坦是“一切物理现象应该有一个统一的因果理论的”一个坚定的信仰者。从他在1919年6月4日写给玻恩的一封信，我们可以看出他心目中对玻尔的二分法 [dichotomic approach] 是多么反感：“量子论给我的感觉同你的非常相像。人们实在应当对它的成功感到羞愧，因为它是因为耶稣会的信条‘不叫你的左手知道右手所做的事’而获得的。”^[4]

【解读】

这段文字进一步阐述了两人在方法论上的根本差异，并引入了一个精彩的比喻。

首先，文中提到了**“对应原理”**。这是玻尔提出的一个重要概念，大家可以理解为：当量子数很大时（比如电子跑到了离原子核很远的轨道），量子力学的计算结果应该和经典牛顿力学的结果趋于一致。玻尔认为，虽然新旧理论本质不同（不可调和），但在极限情况下能接上轨。

但爱因斯坦不满足于这种“拼凑”的和平。

文中提到，爱因斯坦早在1909年就设想：能不能从麦克斯韦方程组（描述电磁波的经典方程）中，解出一种特殊的解——“**奇异解**”？

这里的“奇异解”指的就是像“点”一样的能量集中区域。爱因斯坦的宏大愿景是：**粒子（光子）不仅仅是粒子，它可能是场（波）在某个极小区域内高度集中形成的“结”**。

如果这个想法成立，那么波和粒子就统一了：粒子只是场的一种特殊形态。这后来演变成了他支持德布罗意“导波理论”（波动理论）的基础，即粒子骑在波上运动。

接下来是全段最精彩的吐槽。爱因斯坦在给朋友玻恩（Max Born，量子力学概率解释的创始人）的信中，表达了他对量子论现状的厌恶。

他引用了《圣经》中耶稣的一句话（虽然后来被用来形容耶稣会的行事风格）：“**不叫你的左手知道右手所做的事**”。

爱因斯坦用这句话来讽刺当时的量子理论是“精神分裂”的：

- 一方面，我们在计算光的传播时，用经典波动理论（右手）；
- 另一方面，我们在计算光的吸收和发射时，又用光子论（左手）。

这两只手各干各的，互不通气，缺乏统一的逻辑。对于追求完美、统一和因果律的爱因斯坦来说，这种理论虽然成功（能算出结果），但令人“感到羞愧”，因为它在哲学上是不诚实的，是拼凑出来的。

【原文】

在没有会晤玻尔以前写给玻恩的另一封信(日期为1920年1月27日)中，爱因斯坦写道：“关于因果性的问题也使我非常烦恼。光的量子吸收和发射是否有朝一日总可以在完全的因果性所要求的意义下去理解呢，还是一定要留下一个统计性的尾巴呢？我必须承认，在这里，我缺乏判决的勇气。无论如何，要放弃完全的因果性，我将是非常、非常难受的。……”

几个星期之后，1920年3月3日，爱因斯坦在给玻恩的信中又写道：“在空暇时总是从相对论的观点来沉思量子论的问题。我不认为理论非要放弃连续性不可。但是，我迄今未能把我的

【解读】

这一段通过爱因斯坦的两封信，向我们展示了这位科学巨人内心的挣扎和痛苦。这不仅仅是物理问题，更是信仰危机。

第一封信（1920年1月）提到了一个核心词：“**统计性的尾巴**”。

为了让大家理解，我们做一个类比：

在经典物理中（比如扔石头），只要知道初速度、角度和风速，我们就能**100%确定**石头落在哪里。这是**完全的因果性**。

但在量子力学中（比如原子发光），我们无法预测某个原子会在哪一秒发光，只能说它“有50%的概率”在这一秒发光。这就是“统计性”。

爱因斯坦的烦恼在于：这种“统计性”究竟是世界的本质，还是仅仅因为我们无知？

- 如果是**本质**，那就意味着因果律崩塌了，世界在底层是随机的（“上帝掷骰子”）。
- 如果是**因为无知**（即“统计性的尾巴”），那意味着只要我们找到更高级的理论，就能消除这个尾巴，找回确定性。

爱因斯坦坦言他“非常、非常难受”。对于一位坚信宇宙和谐有序的科学家来说，放弃因果性就像要求一个虔诚的教徒放弃信仰一样痛苦。

第二封信（1920年3月）展示了他的坚持。他试图从广义相对论的角度（场论、连续性）去拯救量子论。他“不认为理论非要放弃连续性不可”。他想建立一个连续的场方程，从中推导出量子的不连续性，而不是像玻尔那样一开始就假设世界是不连续的。

注意，原文在这里突然断开了（“把我的...”），这是因为排版的原因，下一段原文我们将结合脚注和后续页面内容，把这个断裂的句子补全，看看爱因斯坦到底想把他的什

么想法具体化。

【原文】

170

量子力学的哲学

动想法具体化, 这个想法就是用过分确定[redundancy in determination]条件下的微分方程来理解量子的结构。"①看了这一段话, 我们就不难理解, 为什么爱因斯坦以后对薛定谔 1926 年的工作那样"热情"。

123

爱因斯坦在他的短文"场论提供了解决量子问题的可能性

吗?"②中, 概括地讲述了他在 1923 年怎样摸索过把量子理论纳入一个基于因果性原理和连续性原理的普遍场论中的问题。他认为, 在通常的力学中, 只有在初态随时间的演化, 才遵从确定的规律即运动定律的微分方程, 初态本身则可以随意选择的; 而在量子物理学中, 正如量子条件所表明的那样, 初态也遵从确定的定律。这一事实提示我们, 问题应当通过方程的"超定"[overdetermination, 德文为 Überbestimmung]来解决; 即微分方程的个数必须超过方程中所含变数的个数。爱因斯坦提出了这样一种超定, 但是未能从它导出量子条件。

【解读】

这一部分虽然包含了大量脚注和断裂的页面, 但内容非常硬核, 触及了爱因斯坦对抗量子力学随机性的“终极武器”——“超定”方程。

首先, 脚注1其实是一个历史背景的补充, 讲述了牛顿与莱布尼茨之争。这在科学史上非常有名。两人分别独立发明了微积分, 但为了争夺“发明权”, 双方阵营进行了长达25年的恶毒攻击, 甚至上升到哲学和神学层面 (比如上帝是不是钟表匠)。作者在这里引用这个故事, 可能是为了类比玻尔与爱因斯坦之间那场漫长、深刻但稍微文明一些的世纪论战。

接下来，我们把上一段断开的句子连起来：“我迄今未能把我的... **动想法具体化，这个想法就是用过分确定条件下的微分方程来理解量子的结构。**”

这是什么意思呢？这是高潮部分，请大家仔细听。

爱因斯坦在想：为什么量子世界会出现“离散”的数值（比如能级是1、2、3，而不能是1.5）？玻尔他们是直接规定的（量子化条件）。但爱因斯坦觉得这太粗暴了。

他想用***“超定”(Overdetermination) 来解决。

在数学课上，如果方程个数等于未知数个数，通常有解。如果方程个数多于未知数个数（超定），通常无解，除非这些方程之间有极其特殊的配合，只能允许极少数特定的数值存在。**

爱因斯坦的逻辑是：

1. **经典力学**：你可以随意设定初始状态（比如把小球放在任意位置），然后它随时演化。
2. **量子力学**：你发现初始状态不能随意选了，电子只能在特定的轨道上。
3. **爱因斯坦的方案**：如果我们建立一个“场论”，其中的微分方程数量**多于**变量数量（这就是“超定”）。那么，这个系统就会变得非常“挑剔”。它不允许任意解存在，**只有那些符合特定离散数值（量子）的解才能生存下来。**

这样一来，**量子化（离散性）就不是前提假设，而是场方程（连续性）在“超定”条件下的自然结果。**

如果这个做成了，爱因斯坦就能在不抛弃因果律和连续性的前提下，完美解释量子现象。这就是为什么当薛定谔后来用波动方程（连续的波）来描述量子时，爱因斯坦非常“热情”，因为薛定谔的路子看起来很像爱因斯坦想要的这种连续性理论。可惜的是，文末提到，爱因斯坦虽然提出了“超定”的构想，但当时未能成功导出正确的量子条件。但这展示了他为捍卫因果性所做的天才般的努力。你好！我是你的学术导师。很高兴能为你解读这份关于物理学史这一迷人篇章的文档。我们将深入探讨20世纪最伟大的两位物理学家——爱因斯坦和玻尔——之间那场旷日持久、极具启发性的论战。

这不仅是关于物理公式的争论，更是关于我们如何理解这个世界的本质（是确定的？还是随机的？）的哲学探讨。别担心文中那些复杂的术语，我会像剥洋葱一样，一层层为你揭示其中的奥秘。

让我们开始吧！

【原文】

- ① 上页注①文献(1969, pp. 48—49; 1971, p. 26; 1972, p. 41)。译者按：过分确定或超定，即方程个数多于变数数目。见下文。
- ② A. Einstein, "Bietet die Feldtheorie Möglichkeiten für die Lösung des Quanten-Problems?" Berliner Berichte 1923, 359—364。又见爱因斯坦 1924 年 1 月 5 日致他的

朋友贝索[Michele Besso]的信：“我为了求得对量子现象的充分理解而正辛苦从事的那个想法，是关于微分方程的个数多于场变数时所引起的定律的超定，因为用这种方法可以克服初条件的非任意性而无须诉诸场论。虽然这个方法很可能最后也是一场空，但它还是应当一试的，因为，毕竟它在逻辑上是可能的。……这个问题用到的数学是极为复杂的，而同经验的关系就差得更间接。但是，实事求是地说，它仍是一种在知识方面不会有任何损失的[without any sacri fictum intellectus]逻辑可能性。”见 Albert Einstein, Michele Besso, Correspondance 1903—1955. P. Speziali, ed. (Hermann, Paris,

1972), p. 197。

171

第五章 波尔-爱因斯坦论战

尽管在观点上有些分歧，玻尔的人品仍给爱因斯坦以很深的印象。在玻尔从柏林回到哥本哈根不久，爱因斯坦写信给他说：“在我的一生中，仅仅由于和一个人见面就给我留下如此愉快的印象，如同你和我见面所留下的那样，这种事件的次数是不多的。现在我明白埃伦费斯特为什么这样喜欢你了。”①玻尔在他的复信(1920 年 6 月 24 日)中称他对爱因斯坦的访问是“一生中最大的事件之一”。爱因斯坦在给埃伦费斯特的信中写道：“玻尔在这里，我像你一样非常喜欢他。他是一个非常敏感的小伙子，像着迷似地在这个世界上来上去。”在 1920 年 12 月 20 日(?)致索末菲的一封信中，爱因斯坦称赞了玻尔的直觉能力②。

虽然在晚年爱因斯坦常常以相当尖刻的批评批判玻尔的观点，但是他的确赞扬玻尔的人品，这一点看来是没有疑问的。在感谢玻尔对他获得诺贝尔奖（宣布这次授奖的消息时爱因斯坦正在开往远东的一条船上）的祝贺时，爱因斯坦是用这样的字眼来称呼玻尔的：“亲爱的，不，挚爱的玻尔！”③——而他的确是这样认为的。

【解读】

这段文字非常有意思，它向我们展示了科学史上最著名的“对手”之间其实有着极其深厚的友谊。作为高三学生，你们可能在课本里学过玻尔的原子模型和爱因斯坦的光电效应，感觉他们是两个时代的物理巨匠，但在这里，我们看到了他们作为有血有肉的“人”的一面。

首先，我们要处理一下开头那个看起来很枯燥的脚注。这里提到的“超定”（Overdetermination）是一个数学概念。简单来说，在解方程组时，如果方程的数量多于未知数的数量，通常是无解的。但在物理学中，爱因斯坦试图利用这种“过分确定”来寻找出路。为什么呢？因为当时量子力学出现了很多“随机性”（比如电子跳跃是随机的），爱因斯坦非常讨厌这种不确定性。他希望通过一种更严格的数学结构（超定方程），把物理定律“锁死”，以此消除随机性，找回他心目中那个井井有条的宇宙。这反映了爱因斯坦在学术上的执着：他不愿向概率低头。

接下来进入正文，这是关于“玻尔-爱因斯坦论战”的序幕，但作者并没有直接写剑拔弩张的争吵，而是先写了“爱”。这在学术传记中很关键，它告诉我们：**学术观点的对立并不代表个人关系的破裂。**

爱因斯坦和玻尔初次见面就“一见钟情”（当然是智力上的）。爱因斯坦形容玻尔像个“迷人的小伙子”，并盛赞玻尔的直觉。对于物理学家来说，“直觉”是最高的赞美之一，它指的不是瞎猜，而是能穿透复杂的数学迷雾，直接洞察物理本质的能力。爱因斯坦甚至在信中改口称呼玻尔为“挚爱的玻尔”，可见两人惺惺相惜。

这段内容的启示在于：伟大的科学辩论往往发生在彼此尊重的人之间。正是因为他们互相欣赏，这场论战才持续了那么久，这迫使他们不断完善自己的理论来回答对方的质疑，从而推动了整个量子力学的发展。我们在学习中也要明白，被指出错误或与人争论，其实是深化理解的最佳途径。

【原文】

124

在发现康普顿效应之后, 玻尔和爱因斯坦之间的冲突达到了头一次高潮。看来康普顿效应是绝对支持光的粒子说的, 因此就要求玻尔一方相应采取断然的步骤。为了回答这个挑战, 玻尔在

① 爱因斯坦致 1920 年 5 月 2 日致玻尔的信。

② "他的直觉能力是值得赞叹的。"Albert Einstein-Arnold Sommerfeld; Briefwechsel. A. Hermann, ed. (Schwabe & Co, Basel, Stuttgart, 1968), p. 75.

③ 在春名丸轮船甲板上的信, 1923 年 1 月 10 日。

172

量子力学的哲学

1924 年和克拉姆斯与斯莱脱一同写了著名的论文"辐射的量子理论"①, 这篇文章完全抛弃了爱因斯坦关于辐射的量子结构的观念, 而代之以一个彻底的几率方法, 它以能量和动量只是在统计上守恒为基础。

1924 年 4 月 29 日, 爱因斯坦在致玻恩的信中写道:"玻尔关于辐射的意见使我很高兴。但是, 在有迄今为止更有力得多的反对严格的因果性问题的证据之前, 我不想轻易放弃严格的因果性。我不能容忍这样的想法: 受到一束光照射的一个电子, 会由它自己的自由意志来选择它想要跳开的时刻和方向。如果是那样, 我宁可做个补鞋匠或者甚至赌馆里的一个佣人, 都比当个物理学家强。不错, 我要给量子以明确形式的尝试一而再、再而三地失败了, 但是, 我还是不愿长远地放弃希望。"②

在 1924 年 5 月 1 日致埃伦费斯特的一封信中, 爱因斯坦列举了他为什么拒绝玻尔的建议的一系列理由, 主要的理由是"最终放弃严格的因果性是我难以容忍的"。

【解读】

这段文字进入了物理学史上最激动人心的思想交锋时刻。

首先，我们要复习一下高三物理知识点：**康普顿效应**。你们知道，光的干涉和衍射证明了光是波，但康普顿效应（光子撞击电子，波长变长）是光具有粒子性的“铁证”。爱因斯坦早在1905年就提出了光量子假说，康普顿效应本该是爱因斯坦的胜利。

但是，以玻尔为首的哥本哈根学派为了捍卫他们的理论体系，提出了一个极其激进的观点（即文中提到的BKS理论）。他们竟然提出：**在微观的单个过程中，能量和动量守恒定律可能是不成立的，它们只在统计意义上（即大量实验平均下来）守恒。**这是一个非常大胆甚至可以说是绝望的尝试，试图牺牲守恒定律来避免接受光的粒子性。

这就触碰了爱因斯坦的底线——**因果性**。

爱因斯坦的反应非常强烈，甚至有点情绪化。他举了一个生动的例子：“电子受到光照，何时跳开、向哪个方向跳，难道是由电子自己的‘自由意志’决定的吗？”在经典物理学中，给一个球一个力，它往哪飞是确定的。但在量子力学（玻尔等人的观点）中，这一切似乎变成了概率，变成了“上帝掷骰子”。

爱因斯坦那句著名的“宁可做个补鞋匠或者赌场里的佣人”是物理史上的名言。这不仅是吐槽，更深刻地反映了他的科学信仰。如果物理学不能精确预言未来，如果自然界的底层逻辑是纯粹的随机，那么物理学家寻找宇宙规律的工作就失去了神圣性，跟在赌场里记账没什么区别。

虽然爱因斯坦承认自己还没找到完美的替代方案（“一而再、再而三地失败了”），但他拒绝妥协。这一段非常适合我们思考：当新的实验现象冲击旧有观念时，科学家是如何在“激进改革”（玻尔：放弃守恒定律）和“坚守原则”（爱因斯坦：坚守因果律）之间挣扎的。

【原文】

1925 年 12 月，玻尔和爱因斯坦再次会晤了，这次是在荷兰的莱顿[Leiden]，当庆祝洛伦兹获得博士学位五十周年之际。从 1912 年起就在莱顿的埃伦费斯特，1923 年成为洛伦兹的继任人，远自 1912 年他在布拉格拜访爱因斯坦时起即已同爱因斯坦有着

① N. Bohr, H. A. Kramers, and J. C. Slater, "The quantum theory of radiation," Philosophical Magazine 47, 785—802 (1924); "Über die Quantentheorie der Stra-

hlung", Z. Physik 24, 69—87 (1924)。参见文献 1—1(pp. 182—188)。

② M. Born, "In memory of Einstein", Universitas 8, 33—44 (1965), 引文在 p. 39 上; 及 169 页注①文献(1969, p. 118; 1971, p. 82; 1972, p. 98)。此信的中文又见《爱因斯坦文集》第一卷(商务印书馆, 1977)第 193 页。

173

第五章 波尔-爱因斯坦论战

亲密的关系, 但他同时又是玻尔的一个热诚的仰慕者, 从 1918 年 5 月起他同玻尔有着频繁的接触。玻尔的长期合作者克拉姆斯是埃伦费斯特的学生。

于是埃伦费斯特起着某种中介作用, 他很熟练地扮演着这个角色。虽然关于达至当时的发展水平的量子理论的本性的一般问题无疑曾是他们讨论的一个题目, 但是争论的焦点似乎是爱因斯坦于 1921 年提出的一个实验。这个实验是用来作为光的经典波动理论同玻尔的量子理论之间的一个判决实验[experimentum crucis]而设计的。其内容是判定由极射线[canal rays]产 125 生的辐射的频率, 究竟是符合波动说的多普勒公式 $v = v_0 (1 + v \cos \theta / c)$ 呢, 还是符合量子论的玻尔公式 $E_2 - E_1 = hv$, 因为根据玻尔的公式, 每次基元辐射过程, 包括那些由一个在运动中的原子产生的基元辐射过程在内, 都假定只产生出一个唯一的频率。在波动理论中, 一束光束在通过一种色散媒质后, 按照爱因斯坦的理论, 应当有几度大小的偏转, 而按照玻尔的理论, 则不会有偏转①。几个星期之后, 根据埃伦费斯特提出的意见, 由于我们的问题讨论的是有限波列, 因此应当考虑群速度而不是相速度, 于是爱因斯坦修正了他的光通过色散媒质传播的理论, 得出的结论是: 这个问题的波动理论的处理方法和粒子理论的处理方法导致同样的结果。虽然这个实验因此就失去了它的"判决性", 它显然还是接

【解读】

这一段描述了一次关键的“学术对决”, 以及一位重要的调停人。

首先介绍人物：**埃伦费斯特**。他在物理史上被称为“最好的老师”和“伟大的批评家”。他是爱因斯坦的密友，又是玻尔的粉丝。想象一下，当你的两个最好的朋友吵得不可开交时，你就是埃伦费斯特。他在这次莱顿会议（庆祝洛伦兹博士毕业50周年，可谓大咖云集）上，扮演了连接两大阵营的桥梁。

然后是核心的物理问题：**爱因斯坦提出的“判决实验”**。

这里的“判决实验”(Experimentum Crucis) 是指那种能一锤定音、判定两个理论谁对谁错的关键实验。

爱因斯坦设计的这个实验涉及**极射线**（其实就是运动中的原子离子束）和**多普勒效应**。

- **高三知识点链接：**你们在选修课里学过多普勒效应——当波源运动时，接收到的频率会变化。经典波动理论有一个公式。
- **矛盾点：**爱因斯坦认为，如果是经典的波，光通过某种介质时会发生偏转；而玻尔的量子跃迁理论 ($E_2 - E_1 = h\nu$) 认为能量是量子化的，频率是唯一的，不应该有那种偏转。

乍一看，这是一个绝佳的机会来证明玻尔是错的。爱因斯坦甚至计算出了应该有几度的偏转。如果实验测出来有偏转，量子论就危险了。

然而，精彩的反转来了！

埃伦费斯特指出了一个关键点：我们讨论的光不是无限长的波，而是**有限波列**（一小段波）。

- **进阶知识：**对于有限的波，我们需要区分**相速度**（单一波动的速度）和**群速度**（整个波包能量传播的速度）。

爱因斯坦听取了意见，重新计算。结果发现，如果正确地使用“群速度”来处理波动理论，得出的结果竟然和玻尔的粒子理论是一样的！

这个结局很有戏剧性：原本用来“判决”生死的实验，最后证明两个理论殊途同归。这说明了物理学的复杂性——有时候表面上的矛盾，是因为我们对理论的运用不够精确（比如混淆了相速度和群速度）。虽然爱因斯坦没能通过这个实验击败玻尔，但这展示了科学家的诚实：当理论修正后结果改变了，他们就坦然接受，而不是强词夺理。

【原文】

① 详细情况见 M. J. Klein, "The first phase of the Bohr-Einstein dialogue,"*Historical Studies in the Physical Sciences*, R. McCormack, ed. (University of

Pennsylvania Press, Philadelphia, 1970), Vol. 2, pp. 1—39。

174

量子力学的哲学

触到了爱因斯坦和玻尔之间很关心的一系列争端①。

虽然我们对玻尔同爱因斯坦在莱顿的谈话内容所知甚少,但是几乎可以肯定,在这段期间接受了爱因斯坦的量子理论的玻尔,非常强调把经典物理学观念应用到量子力学上去时所遇到的困难。在 1927 年 4 月 13 日致爱因斯坦的一封信中,玻尔提到了他们在莱顿的会晤,他说这次会晤给了他"极大的愉快";并且,就像在继续他们的讨论似的,他又反复申言经典物理学的各项概念"使我们总是处于一种进退维谷的局面,不论我们是注意对现象的描述的连续的一面还是不连续的一面,我们总是会丢掉另一面。"

应海森堡的要求,玻尔在这封致爱因斯坦的信中附寄了海森伯关于测不准关系的论文的抽印本。玻尔把这篇论文的内容同他们在莱顿的讨论联系起来,他在信中写道,海森伯的分析表明,只有考虑到我们的各种概念的局限性同我们的观察能力的局限性相符合这一事实,各种矛盾才能避免。这段话清楚表明,玻尔在 1927 年 4 月就已直觉到他的互补性诠释了。

玻尔把话题转到光量子问题上,他写道:"鉴于这种新的公式 126 化表述[海森伯关系],就有可能把能量守恒的要求同光的波动说的结论调和起来,因为根据描述的特点,问题不同的方面永远不会同时显现出来。"

这封历史上具有重要意义的信件的上述最后一段,清楚地表明了爱因斯坦的光子概念(光子这个名词是刘易斯[G. N. Lew-

① A. Einstein, "Interferenz-eigenschaften des durch Kanalstrahlen emittierten Lichtes," Berliner Berichte 1926, 334—340。

第五章 波尔-爱因斯坦论战

is]在1926年引入的)及其最后被波尔在波粒二象性的框架内所接受,是如何有助于波尔形成的互补性观念的。

【解读】

各位高三同学，欢迎来到物理学史上最激动人心的篇章之一——“玻尔-爱因斯坦论战”的序幕。这一段文字虽然看似只是几封书信的往来，但它实际上记录了量子力学两大基石——**测不准原理**（即不确定性原理）和**互补性原理**诞生前夕的思想火花。

首先，我们要把时间拨回到1927年。那是一个物理学“旧世界”崩塌、“新世界”建立的混沌时期。爱因斯坦和玻尔，这两位绝世天才在荷兰的莱顿进行了一次会晤。虽然历史上没有详细记录他们聊了什么，但从玻尔后来的信中我们可以看出，他在当时非常苦恼。为什么苦恼？因为大家发现，如果强行用牛顿建立的那套经典物理学概念（比如确定的轨道、确定的速度）去描述电子、光子这些微观粒子，就会显得非常别扭，甚至自相矛盾。

玻尔在信中用了一个很形象的词——“进退维谷”。这是什么意思呢？就好比你在看一个圆柱体，从侧面看是长方形，从上面看是圆形。如果你只坚持用“长方形”或“圆形”这一个概念去描述它，你永远会丢失另一半真相。在微观世界里，“连续的一面”通常指波动性，“不连续的一面”指粒子性。玻尔意识到，我们以前总是非此即彼，要么说是波，要么说是粒子，结果总是撞墙。

接着，重头戏来了。海森堡（就是那个让你们算 $\Delta x \Delta p \geq h/4\pi$ 算得头秃的人）当时刚写出了关于测不准关系的论文。玻尔把这篇论文寄给了爱因斯坦。请注意这一段的逻辑：玻尔认为，正是因为我们的**观测能力和物理概念**都有局限性，我们才必须接受这种“模糊性”。这直接催生了玻尔著名的**“互补性原理”**。

所谓“互补性”，简单来说就是：微观粒子就像一个性格复杂的演员，它有两套戏服，一套叫“波动”，一套叫“粒子”。在同一场戏（同一个实验）里，它只能穿一套。你设计一个看波动的实验，它就表现出波动性；你设计一个看粒子的实验，它就表现出粒子性。这两个方面互相排斥（不能同时出现），但又互相补充（合起来才是完整的真理）。

最后，文中提到爱因斯坦的“光子”概念。大家可能不知道，玻尔其实很长一段时间都不太接受爱因斯坦的“光量子”假说，他更喜欢光的波动说。但在这里，借助海森堡的

关系式，玻尔终于释怀了：既然能量守恒（粒子性特征）和干涉衍射（波动性特征）永远不会在同一个瞬间同时显现，那它们就不矛盾了！这就是量子力学为了逻辑自洽所做出的巨大妥协——承认真理的“两面性”。这一段文字，正是玻尔思想发生质的飞跃的历史见证。

【原文】

在波尔告知了海森堡关于爱因斯坦对不准关系的保留之后，海森堡在1927年5月19日写信给爱因斯坦，询问他是否设计出一个与测不准原理相矛盾的实验。在1927年6月10日致爱因斯坦的另一封信中，海森堡分析了一个粒子被一光栅衍射的理想实验。此光栅的光栅常数(相继两条线之间的间隔)比缓慢运动的自由粒子的大小大得多：

根据你的理论，粒子将被反射到空间中某个一定的分立的方向。如果你知道粒子的轨道，你你就能够由此计算出它在何处与光阑相撞，并在那里放置一个障碍物，把它粒子反射到任意给定方向上，而与光阑上的其他刻线无关。……但是实际上粒子将被反射到那个确定的、分立的方向上去。这种前后矛盾只有通过把粒子的运动与其德布罗意波(由于假设粒子的速度很小，其德布罗意波长与光阑常数同一数量级)联系起来才能避免。但是，这就意味着测定粒子的大小(即其相互作用力的力程)与其速度有关。这实际上就是放弃“粒子”这个术语，并且我认为是不符合下述事实的，即在薛定谔方程中或矩阵学内的哈密顿函数中，位能由简单的表示式 e^2/r 表出。如果你是这样广义地使用“粒子”这个术语，那么我认为，粒子的路径可以确定，这是非常可能的。但是这样一来，统计性的量子力学描述一个粒子的运动(就人们对这种运动所能说的而言)时所具有的那种突出的简单性，我认为就会失去。如果

量子力学的哲学

有没有误解你的想法，那么你已经是准备好牺牲掉这种简单性以挽救因果原理了。

【解读】

这段文字记录了海森堡（量子力学矩阵形式的创始人）与爱因斯坦之间的一场隔空交锋。这不仅仅是技术讨论，更是两种世界观的碰撞。

大家知道，海森堡提出了测不准原理（不确定性原理），认为位置和动量不能同时测准。而爱因斯坦，这位经典物理的守护神，对此持有保留意见。海森堡在信中显得既

恭敬又犀利，他试图通过分析一个“思想实验”来指出爱因斯坦观点的逻辑漏洞。

这个实验是关于**粒子通过光栅衍射**的。

想象一下，你拿着一把机关枪（发射粒子）对着一个百叶窗（光栅）扫射。在经典力学里，如果我们知道每颗子弹的轨道，我们就应该能算出它撞在百叶窗的哪一根叶片上，然后弹到哪里去。这就是爱因斯坦想要的“因果性”——有因必有果，路径清晰可查。

但是，海森堡反驳道：实验事实告诉我们，微观粒子经过光栅后，会像光波一样发生**衍射**，只出现在某些特定的方向上（分立的方向）。如果你非要堅持说这个粒子有确定的“轨道”，知道它确切撞在了哪儿，那你就会遇到麻烦。为什么？因为为了产生衍射现象，粒子必须像波一样，同时“感知”到光栅上所有的缝隙（刻线），而不仅仅是撞击的那一点。

海森堡在这里提出了一个非常深刻的二难选择：

1. **选项A（量子力学派）：**承认粒子具有波的性质（德布罗意波）。这样，粒子的大小、位置就变得模糊了，它不再是一个只有确定坐标的几何点，而是一团概率波。这样能完美解释衍射，保留了数学描述的**简单性**（比如薛定谔方程中的 e^2/r 这种简洁形式依然适用）。
2. **选项B（爱因斯坦派）：**坚持“粒子”就是经典意义上的小球，有确定的路径。如果你非要这么干，为了解释它为什么会拐弯（衍射），你就得假设这个“粒子”的性质非常复杂，它的“大小”甚至要跟它的速度挂钩。这样虽然保住了你心心念念的***“因果原理”***（我知道它在哪，要去哪），但你必须把物理学变得极其复杂和丑陋，牺牲掉数学上的优美和简洁。

海森堡最后的结论非常犀利：如果您（爱因斯坦）非要堅持因果性（Determinism），那您就得准备好把物理学搞得乱七八糟，失去“突出的简单性”。

这就像是在告诉高三学生：做物理题时，你可以选择用牛顿定律硬解一道复杂的电磁场题（爱因斯坦的坚持），但这会让你算到天荒地老；或者你可以接受一个新的概念——能量守恒或电势（量子力学的观点），虽然这个概念有点抽象，但解题过程瞬间变得极其简洁优雅。海森堡在质问爱因斯坦：为了心里的那个“确定性”执念，您真的愿意付出这么大的代价吗？

【原文】

爱因斯坦同波尔之间在布鲁塞尔的第五届索尔维会议上争论的最基本问题——从那时起也成为物理基础研究的一个最前沿的问题——现有的对微观物理现象的量子力学描述,究竟应不应该、而且能不能够更进一步加以贯彻,以提供一个更详细的说明。爱因斯坦建议的那样;或者,它是否已经罄尽了说明可观察现象的一切可能性,如同波尔主张的那样。为了解决这个争端,波尔和爱因斯坦都同意必须更仔细地重新考察那些思想实验,海森堡就是用它们来论证测不准关系,波尔也是用它们来说明同时的时空描述和因果描述的互斥性的。

为了正确理解争论双方的观点,应当记住,对于波尔来说,这些思想实验并不是构成量子力学描述(特别是测不准关系)的基础的一个更为深邃得多的真理的原因,而是它的必然结果。因此,波尔的有利之处在于:从他的角度来看,他有理由把推理的链条加以延伸,直到他能适当地依靠测不准关系以支持他的命题为止。反之,爱因斯坦的有利地位则在于:只要通过对一个思想实验的机制进行细致分析,如果他能够推翻海森堡关系,那么波尔所主张的对现象同时进行因果描述和时空描述的不相容性连同他的全部理论就会被驳倒。

因此,爱因斯坦的主攻方向是要证明,对一个单个过程,有可能提供一个精确的时空标示,同时又提供对这个过程中的能量和动量交换的平衡的详细说明。如果我们还记得,正是爱因斯坦的

第五章 波尔-爱因斯坦论战

哲学曾引导海森堡表述出他的原理,那么我们一定要得出这样的结论(虽然听起来似乎荒谬):爱因斯坦现在正在竭力推翻源出于他的某些观念。这种情况在物理学史上并不是罕见的。

【解读】

这一段把我们带到了物理学史上最巅峰的对决现场——**1927年第五届索尔维会议**。这场会议被誉为物理界的“华山论剑”,世界上最聪明的大脑齐聚布鲁塞尔。

这里的[核心争论点](#)可以概括为一个哲学问题: **量子力学到底是不是“完备”的?**

- **玻尔阵营 (哥本哈根学派) 认为: 量子力学已经到头了。概率性的描述 (比如电子大概率在哪) 就是我们能对微观世界做出的最完整的描述。并不是我们仪器不**

行，而是大自然本质就是“随机”和“模糊”的。

- 爱因斯坦阵营认为：不！上帝不掷骰子。现在的量子力学虽然好用，但它是**不完整的**。肯定还有更深层的机制（隐变量）我们没发现。如果我们知道了所有信息，应该能精确预测一切。

这一段非常有意思地分析了双方的战术地位。

玻尔处于防守方。对他来说，海森堡的测不准关系 ($\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$) 是理论的基石和**必然结果**。只要这个关系式成立，他的互补性原理就坚不可摧。

爱因斯坦则是进攻方。他只需要找到一个反例——只要设计出一个巧妙的实验，能同时测准位置和动量，或者同时确定时间和能量，那么整座量子力学的大厦就会崩塌。

这也就是为什么文中提到爱因斯坦的“主攻方向”是证明可以对单个过程进行“精确的时空标示”(测准位置/时间) 同时又说明“能量和动量交换”(测准动量/能量)。

这里作者还指出了一个极具讽刺意味的历史事实：**爱因斯坦正在攻击自己的“孩子”**。早年间，爱因斯坦在创立相对论时，坚持“只有可观测的量才有物理意义”，这种操作主义哲学深深启发了海森堡创立矩阵力学和测不准原理。然而现在，当海森堡把这种哲学贯彻到底，得出“因为测不准，所以没有确定的轨道”这一结论时，爱因斯坦却无法接受了。他试图推翻的，正是源于他自己早年思想的产物。

对于高三学生来说，这就像是你教会了学弟怎么辩论，结果学弟用你教的技巧把你辩得哑口无言。这种科学史上的“弑父情节”告诉我们，科学真理是客观的，它一旦被发现，就不再受发现者的个人意志控制，哪怕伟大如爱因斯坦，也挡不住量子力学滚滚向前的车轮。接下来，我们就要看爱因斯坦是如何设计精妙的机关来试图“卡住”这个车轮的。

【原文】

导致第一个海森堡关系式(3.1)的单缝衍射实验,如前所述,显然并不适用于这个目的,因为与地面测量系统刚性地连结的光阑,不适合于计算任何能量传递。但是只要假定光阑上带有一个快门,它在一个短的时间间隔 Δt 内打开狭缝,那么就能够把能量和动量守恒定律应用于由入射的辐射(或粒子)与可动快门组成的二体系统。实际上,在(光)辐射的情况下,经典物理学及其辐射压强理论预言,在运动的快门的边缘和入射波之间发生着动量传递。

爱因斯坦推断说：如果能够计算出这个动量传递，那么就能预言离开狭缝的平行于狭缝平面的动量分量的平均值；并且，由于狭缝的宽度以任何高的精确度确定了粒子在同一平面内的位置坐标，海森堡的第一个关系就将被推翻。波尔用下述论据证明，粒子与快门之间的动量传递是一个不可控制的并且不能进一步分解的扰动，它遵从海森堡的第二个关系式，因而爱因斯坦的命题是不能成立的。

在时间间隔 Δt 中使宽度为 Δx 的狭缝敞开的快门，是以 $v \approx \Delta x / \Delta t$ 的速度运动的。因此一个动量传递 Δp 含有同粒子的一个能量交换，其值为 $\Delta p \approx (1/\Delta t) \Delta x \Delta p \approx h/\Delta t$ ，这里利用了第一条海森堡关系；由于 $\Delta p = \Delta E$ ，海森堡的第二条关系 $\Delta E \Delta t \approx h$ 成立，这表明，能量-动量传递是不能进一步分解的。

【解读】

这段文字详细描述了爱因斯坦为了打败量子力学而设计的一个极其精妙的“思想实验”，以及玻尔是如何绝地反击的。这是物理学史上最精彩的攻防战之一。

第一回合：爱因斯坦的出招（单缝衍射+快门）

大家学过单缝衍射：粒子穿过狭缝，位置被限制在狭缝宽度 Δx 内，但这会导致动量 Δp 变得不确定（光子会乱飞，形成衍射条纹）。这是海森堡原理的经典案例。

爱因斯坦说：慢着！我想了个办法作弊。

他在狭缝上装了一个快门（Shutter）。这个快门只在极短的时间 Δt 内打开。

爱因斯坦的逻辑是这样的：

1. **控制位置：** 狹缝宽度 Δx 很窄，所以我精确知道粒子通过时的位置。
2. **控制动量：** 关键点来了！当粒子碰到快门边缘发生衍射时，根据牛顿第三定律（作用力与反作用力），粒子给快门一个力，快门也会给粒子一个反作用力。这意味着会有**动量传递**。
3. **偷看答案：** 如果我能精确测量快门在这个过程中的反冲动量，我就能反推出粒子获得了多少动量。

这样一来，我既知道了位置（通过狭缝），又通过测量快门知道了动量。海森堡的 $\Delta x \Delta p \geq h$ 不就被打破了吗？

第二回合：玻尔的反击（以彼之道，还施彼身）

玻尔面对这个难题，经过整晚的思考（传说他那天晚上没睡好），第二天早上给出了反驳。他的核心思想是：**爱因斯坦，你忘了快门本身也是遵循量子力学的！**

玻尔指出：你要想通过测量快门的反冲来计算动量，你就必须非常精确地知道快门在撞击前后的动量。但是，如果你把快门的动量测得特别准（ Δp 很小），根据测不准原理，快门的位置 Δx 就会变得非常大（测不准）。

这就导致了一个连锁反应：

- 快门是用来控制时间的（它以速度 v 扫过狭缝）。
- 如果你不知道快门的确切位置，你就无法确切知道它是什么时候打开的，也就是时间 Δt 测不准了。

文中最后的数学推导就是这个意思：

快门的速度 v 大约是位移 Δx 除以时间 Δt 。

因为快门也要遵守测不准关系 ($\Delta x \cdot \Delta p \approx h$)，导致其中的能量交换 ΔE 和时间 Δt 也必须遵守新的测不准关系： $\Delta E \cdot \Delta t \approx h$ 。

结论：爱因斯坦试图用一个仪器（快门）来“偷看”微观粒子的秘密，但他忽略了仪器本身也是微观粒子组成的，也要受量子力学铁律的管辖。他想消除不确定性，结果只是把不确定性从粒子转移到了快门上。玻尔再次证明：你大爷还是你大爷，量子力学的逻辑闭环无懈可击。你好！我是你的学术导师。很高兴能为你解读这段关于量子力学史上一场最著名的智力交锋——爱因斯坦与波尔关于“双缝干涉”的论战。这段内容非常硬核，但也是理解量子力学本质的“钥匙”。

我们前面已经讲到，爱因斯坦一直试图找出量子力学的逻辑漏洞，特别是针对海森堡的“测不准原理”（不确定性原理）。他不相信上帝会掷骰子，也不相信我们无法同时确定粒子的位置和动量。于是，他设计了一个极其精妙的“思想实验”来挑战波尔。

让我们先来看第一部分，爱因斯坦是如何布置这个“陷阱”的。

【原文】

爱因斯坦接受了波尔的反驳意见，承认用确定位置坐标的同一系统来精确测量动量传递是可能的，于是他认为这两种测量分别配置单独的装置，一个用来测量位置，一个用来测量动量。因此

量子力学的哲学

Diagram showing D₁, D₂, S₁, S'₁, S'₂, P, A, Sp, and various distances.

图 4

他提出了下述双缝理想实验(图 4)。在带有两条缝 S_1 的静止 光阑 D_1 与屏幕(或感光板) P 的中间,有另一个可动的光阑 D_2 , 悬挂一根弱弹簧 Sp 上。 D_2 上有两条狭缝 S'_1 及 S'_2 , 它们的相互距离 α 比 D_1 与 D_2 之间的距离 d 要小得多。若 D_2 是不动的, 那么在 P 上将观察到一幅干涉图样, 如果入射粒子束如此之弱, 以致在同一时刻只有一个粒子穿过仪器, 这幅干涉图样便是单个的过程积累的结果。由于传给 D_2 的动量取决于粒子是穿过 S'_1 还是 S'_2 ——比如说, 如果粒子是穿过下面的缝 S'_2 到达 A 点的, 那么整个光阑必定有一个轻微的向下的反冲——爱因斯坦便提议, 通过测量传给 D_2 的动量, 便可以用高于海森堡关系所允许的 精确度来描绘粒子的轨道(位置和动量), 因为除了我们从分析衍 射图样得来的关于动量的知识之外, 上述测量还显示出粒子是穿过 S'_1 还是 S'_2 。

【解读】

这一段描述的是爱因斯坦为了击败量子力学的概率解释, 精心设计的一个“必杀技”。高三的同学们, 你们在物理课上都学过杨氏双缝干涉实验, 对吧? 通常那个挡板是固定的。但爱因斯坦在这里做了一个天才般的改动。

爱因斯坦的“陷阱”设计:

想象一下, 图中的 D_2 是那个有两条缝的板子。普通的实验里, 它是焊死不动的。但爱因斯坦说: “不, 我们把它挂一根很轻的弹簧 (Sp) 上, 让它能上下晃动。”

为什么要这样做? 这是利用了**动量守恒定律**。

当一个光子或粒子穿过狭缝时, 它会发生偏折 (衍射)。如果粒子原本是水平飞行的, 穿过上面的缝 S'_1 后要向下偏折才能到达屏幕中心, 那么粒子获得了一个向下的动量。根据动量守恒, 这个挡板 D_2 就会受到一个向上的“反冲力”(Recoil)。反之, 如果粒子穿过下面的缝 S'_2 , 挡板就会受到向下的反冲。

爱因斯坦的逻辑:

1. 由于挡板挂在弹簧上, 非常灵敏, 我们可以测量挡板的动量变化 (它是向上动了还是向下动了)。

2. 通过测量这个反冲，我们就能知道粒子到底是从哪条缝钻过去的（这就确定了粒子的路径/位置）。
3. 同时，爱因斯坦认为，既然我们只是测量了挡板的动量，并没有直接干扰粒子飞向屏幕的过程，那么屏幕上应该依然保留着干涉条纹（这代表了波动性/动量信息）。

核心矛盾：

量子力学（波尔和海森堡）认为：你一旦知道了粒子走哪条路（粒子性），干涉条纹（波动性）就必然消失。

爱因斯坦却说：看！我这个装置，既能通过弹簧测出它走哪条路，又能保留干涉条纹。如果我也能做到这一点，那就证明海森堡的“测不准原理”是错的，量子力学是不完备的！

这在当时简直就是“将军”。爱因斯坦试图证明，我们可以“鱼和熊掌兼得”。那么，波尔该如何接招呢？

【原文】

波尔在反驳中指出，粒子是穿过 S'_1 还是穿过 S'_2 这种情况

第五章 波尔-爱因斯坦论战

下的动量传递之差为 $\Delta p = \omega p = h\omega/\lambda$, 其中 ω 是 a 对 S_1 所张的角。然后把 D_2 看成一个微观物理客体, 波尔论证道, 对它的动量的任何一次测量, 只要其精确度足以量出 Δp , 就必然包含一个位置测不准量, 至少有 $\Delta x = h/\Delta p = \lambda/\omega$, 但是我们从分析光学中的杨氏衍射实验得知, 这个量是每单位长度中明暗条纹数目的倒数, 因此, 对 D_2 的动量的第一次测定(其精确度足以判断粒子是穿过哪条狭缝)引起一个 D_2 的位置测不准量, 其大小与干涉条纹之间的距离同一数量级, 于是就完全抹掉了衍射图样。

【解读】

波尔的反击简直是神来之笔。他没有否认爱因斯坦的装置，而是直接用爱因斯坦最推崇的理论工具——甚至包括广义相对论（虽然这段主要用的是不确定性原理）——来“以彼之道，还施彼身”。

波尔的解题思路：

1. **量化反冲：** 波尔首先计算，要分辨粒子是从上缝还是下缝穿过，挡板 D_2 感受到的动量差别 Δp 是多少？通过简单的几何关系，他算出这个动量差非常微小。
2. **对挡板应用测不准原理：** 这一点至关重要！波尔指出，挡板 D_2 本身也是一个物理客体，它也必须遵守海森堡不确定性原理： $\Delta x \cdot \Delta p \geq h$ 。
3. **致命一击：**
 - 如果你想要足够精确地测量挡板的动量（误差小于 Δp ），以便分辨出粒子走了哪条缝。
 - 那么，根据不确定性原理，挡板的位置不确定性 Δx 就必然会变大。
 - 波尔计算出，这个位置不确定性 Δx 的大小，恰好等于（或大于）屏幕上干涉条纹的间距 (λ/ω) 。

通俗解释：

同学们，想象一下，为了通过“反冲”来测出粒子走哪条路，你必须要把挡板挂得特别灵敏。但是，一旦你测量了挡板的动量，挡板的位置就变得模糊了（不确定了）。

这就好比整个挡板在垂直方向上发生了随机的“抖动”，而这个抖动的幅度恰好等于干涉条纹的宽度。

如果你在投射影像时，屏幕（或者这里的缝隙板）在不停地随机抖动，原本清晰明暗相间的干涉条纹会发生什么？

没错，条纹会“糊”掉！明纹和暗纹混在一起，变成了一片均匀的光斑。

结论：

波尔证明了：一旦你的装置精确到足以知道“路径”，干涉条纹就必然消失。并不是因为你笨手笨脚碰到了粒子，而是大自然的根本法则（不确定性原理）决定了，你为了获取“路径信息”所付出的代价（挡板位置的不确定性），足以抹杀掉“波动信息”。爱因斯坦试图绕过测不准原理，结果却再次掉进了它的网里。

【原文】

波尔在结论中说,因此,粒子的轨道同干涉图样是互补的观念。实际上,从那时起,上述双缝思想实验已成为说明波粒二象性和测量互补的可观察量的操作不可能性约、一个标准范例,这个实验或者在屏幕上产生一幅衍射图样,从而显示出入射辐射的波动性;或者用某种探测器来记录是穿过哪条狭缝,从而显示出入射辐射的粒子性。我们在这里讨

论玻恩对 ψ 函数的几率解释的原始说法的原因时,就已提到了这个实验。正如费曼在很久以后所说的,双缝实验这个现象中“有着量子力学的心脏,实际上,它包含

- ① R. P. Feynman, R. B. Leighton, and M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics* (Addison-Wesley, Reading, Mass., 1965), Vol. 3, p. 1—1. ② 见 R. P. Feynman and A. R. Hibbs, *Quantum Mechanics and Path Integral* (McGraw-Hill, New York, 1965), pp. 2—13. 双缝实验也被 A. Fine 用来作为他的分析文章 “Some conceptual problems of quantum theory”的实验基础,见 *Paradigms and Paradoxes*, R. G. Colodny, ed. (University of Pittsburgh Press, 1972), pp. 3—31. 关于实验证据见 G. I. Taylor, “Interference fringes with feeble light,” *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 15, 114—115(1909); A. J. Dempster and H. F. Batho, “Light quanta and interferences,” *Phy. Rev.* 30, 644—648(1927); Л. Б. Биберман, Н. С. Сушкин, И. В. Фабрика-ит, “Дифракция поочередно летящих электронов,” *Доклады Академии Наук СССР* 65,

【解读】

这一段是对波尔反击的哲学总结,引出了量子力学中最核心的概念之一: **互补性原理 (Complementarity)**。

什么是互补性?

波尔告诉我们,自然界就像一枚硬币。硬币有“字”的一面(粒子性,确定的轨道),也有“花”的一面(波动性,干涉图样)。但是,你永远无法在同一时刻既看到完整的正面,又看到完整的反面。

- 如果你设计实验去“看”路径(粒子性),干涉图样(波动性)就消失。
 - 如果你不看路径,干涉图样就出现。
- 这两者是互斥的,但又是共同构成完整现实所必需的,这就是“互补”。

费曼的名言:

文中提到了物理学顽童费曼(R. Feynman)。费曼曾说过,双缝干涉实验包含着“量子力学的心脏”。为什么这么说?因为这个实验把量子世界最“反直觉”、最“诡异”的特性展现得淋漓尽致。在经典物理中(比如扔网球),球穿过左缝还是右缝是确定的事实;但在量子力学中,除非你观测,否则粒子似乎是“同时”探索了两条路径。

文中还列举了一长串参考文献,包括泰勒(G.I. Taylor)在1909年的微弱光实验,以及后来的电子衍射实验。这些真实的物理实验都证实了:即使你把光减弱到一次只发

射一个光子（让光子没法和别的光子“挤”），只要你不观测路径，经过长时间曝光，屏幕上依然会出现干涉条纹！这意味着单个粒子是**“自己和自己干涉”**。这正是量子力学最迷人也最让人抓狂的地方。

【原文】

量子力学的哲学

明了的。人们也熟知，如果用玻尔的互补性诠释来分析这个思想实验，就避免了下面这个似乎荒谬的结论：粒子的行为应当依赖它不通过的一个狭缝的启闭。

我们看到，玻尔和爱因斯坦在第五届索尔维会议上的论战，是以玻尔成功地捍卫了互补性诠释的逻辑无矛盾性而结束的。但是玻尔未能使爱因斯坦信服它的逻辑必然性。爱因斯坦从玻尔的论断中看到的，与其说是一个科学理论，不如说是一个精巧诱饵的独断论的信仰。在1928年5月31日致薛定谔的一封信中，爱因斯坦是这样描述玻尔的观点的：“海森伯—玻尔的缠哲学——或缠缚宗教(?)——是如此精心设计的，使得暂时它得以向那些虔诚的信徒提供一个舒适的软枕。把他们从这个软枕上唤醒是不容易的，那就让他们在那儿躺着吧。”①

【解读】

这段话是这场世纪论战的“大结局”，也是最富有人情味和哲学意味的部分。

看似荒谬的结论：

文中提到，如果不波尔的解释，我们会面临一个荒谬的逻辑：粒子穿过左缝的行为，竟然取决于右缝是开着还是关着？这在经典物理看来是不可思议的（我在左边走，关右边的门什么事？）。但在量子力学中，因为波函数是弥散在整个空间的，另一条缝的状态确实会改变整体的波函数，从而影响结果。

谁赢了？

从逻辑和实验预测的角度看，**波尔赢了**。在1927年的第五届索尔维会议上，爱因斯坦提出的每一个刁钻的思想实验，最终都被波尔一一化解。波尔证明了哥本哈根诠释（互补性、概率解释）在逻辑上是自洽的，没有矛盾。

爱因斯坦服气吗？

完全不服！这段文字非常生动地描绘了爱因斯坦的态度。他承认波尔的理论“逻辑上没毛病”，但他坚信这不可能是终极真理。他认为量子力学只是通过统计概率掩盖了更深层的机制。

“舒适的软枕”：

爱因斯坦写给薛定谔（就是那个养了一只“既死又活”的猫的薛定谔，他是爱因斯坦的盟友）的信非常犀利。他把波尔和海森堡的理论称为“**缠缚宗教**”（一种像宗教一样让人盲目相信的东西）和“**舒适的软枕**”。

- 意思就是说：这些物理学家遇到解释不通的事情，就用“测不准”和“互补性”来搪塞，这就好比在这个理论上舒舒服服地睡大觉，放弃了对真理（确定性、因果律）的进一步追求。
- “那就让他们在那儿躺着吧”，这句话透着爱因斯坦的孤傲和无奈。他觉得自己是清醒的，而其他人都在装睡。

总结：

这不仅仅是物理学之争，更是哲学观之争。波尔认为物理学只描述“我们可以观测到什么”，而爱因斯坦坚持物理学必须描述“客观实在是什么”。这场争论直到今天仍在启发着无数科学家去探索量子世界的更深层奥秘。希望这段解读能让你感受到物理学史上那段波澜壮阔的岁月！这里是为您准备的详细解读。

【原文】

185—186(1949), 这一工作在下述条件下验证了干涉效应，衍射体为一块氧化铁晶体，相继两次有一电子穿过衍射体之间的时间间隔，比单个电子穿越这个系统所需的时间约30,000倍。J. Faget and C. Fert, “Diffraction et interférences en optique électronique”, *Cahiers de Physique* **11**, 285—296.(1957)。一种现代的变型是L. Mandel和R. L. Pflegor所作的实验，他们使用两个独立工作的单模激光器(以代替两狭缝)，并得到了干涉现象，就好像一个激光器(虽然它不是仪器中的光子的源)进行配合以便从另一个激光器发射的光子产生干涉似的。见R. L. Pflegor and L. Mandel, “Interference effects at the single photon level”, *Physics Letters* **24A**, 766—767(1967); “Interference of independent photon beams”, *Phys. Rev.* **159**, 1084—1088(1967)。又

见下文中对这个实验的讨论。该文是支持哥本哈根诠释的一种主观主义的方案的。R. Schlegel, “Statistical explanation in physics: The Copenhagen interpretation”, *Synthèse* 21, 65—82(1970)。

1. 47页注②文献(1947, p.31)。这封信的中文译文见《爱因斯坦文集》第一卷(商务印书馆,1977),第241—242页。

第五章 玻尔—爱因斯坦论战

玻尔—爱因斯坦论战的下一个回合是由下面这件事引起的。

A. 柏林纳[Arnold Berliner], 一个对其他自然科学部门具有极为渊博的知识的物理学家和一本在许多年里被认为是德语写的最好的物理学教科书的作者, 辞去了他在通用电气公司 [Allge-meine Elektrizitätsgesellschaft] 的职位, 担任了《自然科学》周刊 [Die Naturwissenschaften] 的编辑①。1929年, 柏林内尔决定他的杂志出一期献给普朗克的专号, 以纪念普朗克获得博士学位五十周年②。他请索末菲、卢瑟福、薛定谔、海森伯、约尔丹、康普顿、伦敦和玻尔等人撰稿, 所有的人都答应了他的请求。

玻尔利用这个机会来详细说明他对量子力学的新诠释的认识 论背景。在他的论文③中, 他从三个不同的方面把他的方法同爱 因斯坦的相对论作了比较。他声称, 普朗克关于作用量子的发现, 使我们面临着一种与发现光速的有限性相似的形势; 因为正如宏观力学中常见的速度很小使得我们能够把我们的空间观念和时间 观念截然分离开来那样, 普朗克的作用量子(相对于通常宏观现象 中涉及的用量)很小这一事实, 也使我们能够对通常的宏观现象 同时提供时空描述和因果描述。但是在处理微观物理过程时, 测量结果的反比性或互补性就不能忽略, 正如在高速现象中, 在有关

1. 1935年, 纳粹强迫柏林内尔放弃了他的编辑职务, 1942年自杀。
2. 普朗克于1879年在慕尼黑大学提出了他的学位论文“*De secunda lege fundamental doctrinae mechanicae caloris*”。
3. N. Bohr, “Wirkungsquantum und Naturbeschreibung”, *Die Naturwissenschaften* 17, 483—486(1929)。重印于文献 4—1(1931, pp.60—66; 1934, pp.92—101; 1929, pp.69—76)。中译文“作用量子和自然的描述”, 载于《尼耳斯·玻尔哲学文选》 (商务印书馆,1999),第74—81页。

量子力学的哲学

同时性的问题上不能忽略观察的相对性一样。

【解读】

同学们，欢迎来到物理学史上最激动人心的篇章之一：**玻尔与爱因斯坦的“世纪论战”**。

这部分文字开头引用了一系列非常硬核的实验文献，它们其实在描述一个让爱因斯坦夜不能寐的现象：**单粒子干涉**。想象一下，你有一个发射电子的枪，你把发射速度调得极慢，慢到前一个电子已经打在屏幕上，后一个电子才刚刚出发（文中提到的时间间隔是单个电子穿越时间的3万倍）。按理说，这些电子是孤零零的，没人跟它们“配合”。但是，当你发射了成千上万个电子后，屏幕上居然还是出现了波的“干涉条纹”！这就好比你一个个往球门踢足球，结果足球在空中自己跟自己打配合，踢出了曲线球。这强有力地支持了量子力学的**哥本哈根诠释**——粒子在没被观测时，是以“概率波”的形式存在的。

接下来，故事的舞台转到了1929年。当时的物理学界就像今天的全明星赛，一位叫柏林纳（Arnold Berliner）的著名编辑要搞个大新闻。为了庆祝量子力学的“祖师爷”普朗克（Planck）博士毕业50周年，他邀请了当时地球上最聪明的大脑们写文章。看看这名单：索末菲、卢瑟福、薛定谔、海森伯……当然，还有咱们的主角：**尼尔斯·玻尔**。

玻尔是个极其聪明且擅长哲学思考的人。他敏锐地意识到，爱因斯坦虽然反对量子力学的概率解释，但爱因斯坦自己创立的**相对论**其实给了玻尔最好的反击武器。于是，玻尔在文章中使出了一招漂亮的“以子之矛，攻子之盾”。

让我们来拆解一下玻尔的逻辑，这非常精彩：

1. **相对论的逻辑**：爱因斯坦之所以能提出相对论，是因为他发现**光速 c 是有限的**。在宏观低速世界（速度 $v \ll c$ ），我们感觉不到它，所以时间和空间好像是独立的、绝对的。但一旦速度接近光速，时间和空间就纠缠在一起，变得相对了。
2. **量子力学的逻辑**：玻尔说，看呐，普朗克发现的**作用量子 h （普朗克常数）也是有限的**。在宏观世界，物体动作很大（作用量 $\gg h$ ），我们感觉不到 h 的存在，所以我们可以同时精确描述物体的位置和速度（因果描述）。

3. 玻尔的结论：但是，到了微观世界， h 就不能忽略了。就像在高速世界不能忽略观察者的运动状态一样，在微观世界，如果你要测量位置，就会干扰动量（互补性原理）。

玻尔的意思是：“爱因斯坦啊，你既然能接受光速有限带来的时空观念改变，为什么就不能接受普朗克常数有限带来的因果观念改变呢？”这招类比非常高明，试图把量子力学的“怪异”合法化，将其提升到与相对论同等的哲学高度。

【原文】

由海森伯关系表示的限制保证了量子力学的逻辑无矛盾性，正如信号传递不可能超光速保证了相对论的逻辑无矛盾性一样。并且正如相对论通过对干预观察问题的深入分析，注定要揭露一切 经典物理学概念的主观性质*，量子理论也是这样，通过它认识到作用量子的不可分性，也将导致对描述自然的概念手段的进一步 修正。在写下这些论据时，玻尔显然主要是在讲给爱因斯坦听。

难道爱因斯坦否认完全的理由不就是因为它们没有关于 绝对同时性的任何确定定义吗？以任意高的精确度同时确定各个 共轭变量在操作上的不可能性，不会也同样导致对这些概念的同时成立的否定吗？当P. 弗兰克在玻尔的论文在 *Naturwissenschaften* 上发表后不久访问爱因斯坦时，他同爱因斯坦讨论了这个问题，并且指出玻尔—海森伯的方法“你在1905年发明的”，对此爱因斯坦答道：“一个好的笑话是不足重复太多的。”①

关于所作比较的前两个回，玻尔肯定是对的。但是至于第三点 比较，它所根据的是这一断言：相对论揭露了“一切经典物理学概念的主观性质”，或者如玻尔1929年秋季在哥本哈根的一篇讲话 中再次言的：“相对论提醒我们想到一切物理现象的主观性，这是一种本地赖于观察者运动状态的性质”。②在这一点上，玻

1. 151页注②文献(1947, p.216)。

2. N. Bohr, “Die Atomtheorie und die Prinzipien der Naturbeschreibung,” *Die Naturwissenschaften* 18, 73—78(1929), 120页注①文献(1931, pp.67—77; 1934, pp. 102—119)。中译文“原子理论和描述自然所依据的基本原理”，载于《尼尔斯·玻尔 哲学文选》(商务印书馆,1999)第82—95页。

【解读】

这一段深入探讨了物理学中最深刻的哲学分歧，还记录了爱因斯坦一句非常有名的“吐槽”。

玻尔继续他的攻势。他指出，**海森伯不确定性原理**（位置和动量不能同时测准）是量子力学的基石，这保证了理论内部不打架（逻辑无矛盾性）。同样地，**光速不可超越**是相对论的基石，保证了我们不会看到时光倒流等逻辑悖论。

玻尔进而认为，爱因斯坦当年的相对论之所以成功，是因为他运用了**“操作主义”**的思维——即“如果一个物理量不能被观测或操作定义，那它就没有意义”。比如，因为无法对全宇宙进行即时的对表，所以“绝对同时性”是不存在的。玻尔说：“看，我现在也是这样做的！因为无法在操作上同时测准粒子的位置和动量，所以‘粒子同时具有确定的位置和动量’这个概念也是不存在的。”

这听起来简直就是爱因斯坦思维的翻版，对吧？当时一位叫P. 弗兰克的物理学家去拜访爱因斯坦时，就直言不讳地说：“玻尔和海森伯用的方法，不就是你1905年发明的那套吗？”

爱因斯坦的回答堪称经典，带着他特有的幽默和固执：“**一个好的笑话是不值得重复太多的。**”

这句话什么意思？爱因斯坦是在说：当年我用这种激进的哲学方法（否定绝对时空）是为了解决特定的困难，但我并不是要否定客观现实的存在！你们现在把这种方法当成了万能钥匙，用它来否定微观世界的客观实在性（认为粒子在观测前是不确定的），这就玩过火了，这就成了一个被滥用的“笑话”。

在这里，作者开始分析玻尔的论证漏洞。玻尔的前两点类比（光速限制 vs 作用量限制）是很有道理的，但在第三点上，玻尔可能误解了相对论的本质。玻尔声称相对论揭示了“一切物理现象的主观性”，认为物理性质依赖于观察者。**这是一个非常关键的误区，也是很多初学者容易犯的错误。** 玻尔以为相对论支持“观察者决定现实”，这恰恰是爱因斯坦最反对的。

【原文】

第五章 玻尔—爱因斯坦论战

尔是错误地把诸如长度或时间间隔这样的度规属性(它们在牛顿的物理学中是不变量)的相对性(或对参照系的依赖性)推广到一切经典物理学概念,包括像静止质量、原时[proper time]或电荷这样的不变量。玻尔没有注意到,相对论也是一个关于不变量的理论,尤其是,它的“事件”观念(比如两个粒子的相撞)意味着某种绝对的、完全独立的观察者的参照系的东西,因此在逻辑上是先于度规属性的规定的。也许是由于这个原因,使爱因斯坦认为“重复这个笑话”是没有把握的,并且他仍然不向玻尔的认识论的论据屈服。

5.3 第六届索尔维会议

爱因斯坦—玻尔的论战在第六届索尔维会议上继续进行,这次会议于1930年10月20至25日在布鲁塞尔召开,由朗之[Panl Langevin]主持(这时洛伦兹已经去世)。这次会议的召开是为了研究物质的磁性①,但是如同在第五届索尔维会议上一样,关于量子力学基础的问题(至少在正式会期之间的空闲时间里)是一个主要的讨论题目。

【解读】

这一段非常关键,它指出了玻尔在理解相对论时的盲点,也解释了为什么爱因斯坦至死不愿向量子力学的哥本哈根学派低头。

作者指出,玻尔搞错了一件事: **相对论并不是说“一切都是相对的”**。相反,相对论在某种意义上是在寻找更深层次的“绝对”。

在高三物理中,我们学过,虽然在不同惯性系下,物体运动的**长度**和**时间间隔**会发生变化(尺缩效应、钟慢效应),看起来是“相对”的。但是,物理学中依然存在着坚如磐石的**“不变量”**:

1. **静止质量**: 无论你跑多快,你自身的质量(静止质量)是不变的。
2. **电荷**: 电子的电荷量不会因为运动而改变。
3. **原时 (Proper Time)**: 这是随身带着的钟记录的时间。虽然别人看你的时间变慢了,但你自己经历的岁月是实实在在的。

4. 事件：如果两辆车在时空中的某一点撞上了，所有观察者都会同意“它们撞了”这个事实，这是绝对的。

爱因斯坦的哲学信念是：**物理学应该描述一个独立于观察者的客观实在**。他建立相对论，是为了把那些依赖观察者的表象剥离，找到背后那个不变的客观规律。而玻尔却认为，物理学只能描述“我们观测到了什么”，并不存在一个独立于观测的客观微观世界。

正因为玻尔误以为相对论支持“主观性”，爱因斯坦才觉得那是“重复笑话”。爱因斯坦认为玻尔把物理学带偏了，从研究“自然是什么”变成了研究“我们能对自然说什么”。

最后，场景转换到了**1930年的第六届索尔维会议**。

- **背景：**上一届（1927年）的第五届会议是物理史上最著名的“群英会”，那时量子力学刚刚建立。
- **变化：**三年过去了，老一辈的领袖洛伦兹已经去世，法国物理学家朗之万接棒主持。
- **主题：**表面上的主题是“物质的磁性”，大家要一本正经地讨论磁学。
- **实际情况：**但在会场外、走廊里、餐桌旁，真正的主角依然是**量子力学的基础问题**。爱因斯坦和玻尔的论战并没有结束，反而升级了。在这次会议上，爱因斯坦将提出著名的“光子箱”思想实验，试图给量子力学的测不准原理致命一击。

这就是科学史上最伟大的智力对决的前奏，两位巨人为了捍卫各自对真理的理解，即将展开新的交锋。[【原文】](#)

鉴于玻尔1929发表在 *Naturwissenschaften* 上的论文引用 相对论来支持他的主张，因此，要是能够表明恰是相对论推翻了

1. *Le Magnétisme—Rapports et Discussions du Sixième Conseil de Physique sous les Auspices de l’Institut International de Physique Solvay* (Gauthier-Villars, Paris, 1932)。

量子力学的哲学

玻尔的见解，那将是致命的一击[coup-de-maitre]。爱因斯坦扭着手驳斥海森伯关系 $\Delta E \Delta t \geq \hbar / 4\pi$ 时，心中打的正是这个主意。



Diagram showing light source, clock, and screen with a slit setup, likely for an experiment.

图 5

爱因斯坦的尝试是由下面的考虑激起的(图 5)。正对着一个 静止的、上面开有一条狭缝的光栅, 有另一个开有一条狭缝的光 栅, 被一个时钟装置带动运动, 使得在完全确定的一段时间间隔 里, 有一部分光束穿过这两个狭缝而被“斩断”。穿过这两个狭缝 的光脉冲的能量, 要是是一被接收器吸收, 是能够以任意高的精确度 测定的。但是, 这种对海森伯的能量—时间间不准关系在上面的 违犯并不重要, 因为所得到的知识只是关于过去的, 不能用来作为 预言。

为了把这种回溯性测量变成一个预告性测量, 发射出的脉 冲所含的能量必须在它被吸收之前就加以确定; 这只有在一个能 量已准确知道的光辐射源的情况下考虑其同运动 狹门之间的能量交 换才有可能。若狹门运动的速度为 v , 那么它与辐射的相互作用 过程中的动量变化的不确定量 Δp 将导致能量传递的不确定量 $\Delta E= v\Delta p$ 。因为这个能量 交换的位置由静止狭缝的宽 Δd 确 定, 动量的不确定量至少等于 h/d , 因此 $\Delta E= hv/d$, 为 了提高能 量测定的精确度, 必须使分式 v/d 尽可能小, 这就要或者减小 v ,

第五章 玻尔-爱因斯坦论战

185

或者增大 d 。但是, 在这两种情形下, 时间测定的精确度都降低了, 因为 $\Delta t \approx d/v$ 。显然 $\Delta E\Delta t \geq h$ 。

【解读】

同学们, 我们现在看到的这一段, 描述的是物理学史上最精彩的“神仙打架”现场之一——索尔维会议上爱因斯坦与玻尔的交锋。

首先, 背景很重要。爱因斯坦一直是量子力学概率解释的怀疑者 (大家可能听过他的名言“上帝不掷骰子”)。而玻尔则是量子力学的守护者。这段文字开头提到, 爱因斯坦想出一个绝妙的策略: 既然玻尔之前曾引用相对论来支持量子力学, 那么如果爱因斯坦能用相对论反过来推翻量子力学, 那就是真正的“致命一击”(coup-de-maître, 法语, 意为大师的一击)。

爱因斯坦攻击的靶子是海森伯的**“能量-时间不确定性原理”**。公式写作 $\Delta E \Delta t \geq h/4\pi$ (或者是 h 量级)。简单来说，这个原理告诉我们：你不可能同时极其精确地知道一个事件发生的时刻 (t) 和它所涉及的能量 (E)。如果你把时间测得很准，能量的误差就会很大，反之亦然。

爱因斯坦不信这个邪。他先提出了一个初步的实验构想 (对应文中的图5)：用两个光栅 (也就是带缝的板子)，一个静止，一个由时钟控制移动。他的想法是，通过控制快门的开启时间，我们可以精确截取一段光脉冲。只要我们测量接收到的光能量，似乎就能同时获得精确的能量和时间。

然而，这一段的后半部分解释了为什么爱因斯坦的这第一次尝试失败了。

关键在于物理学中的一个基本逻辑：**测量会对系统造成干扰**。

为了把这次测量变成有意义的“预言”(而不仅是事后诸葛亮)，我们需要在光子发出时就知道它的能量。这涉及到光与那个运动快门之间的能量交换。

这里有一串推导：

1. 快门在动，速度是 v 。
2. 光穿过快门时，会给快门一个动量冲击，产生动量不确定量 Δp 。
3. 能量的变化 ΔE 等于速度乘以动量变化 ($\Delta E = v \Delta p$)。
4. 根据位置-动量不确定性原理 ($\Delta p \cdot \Delta d \approx h$)，动量误差受限于缝宽 d 。
5. 把公式代进去，你会发现，为了让能量测得准 (ΔE 小)，你得让 v/d 很小。
6. 但是！时间的不确定性 Δt 大约是缝宽除以速度 (d/v)。
7. 如果你让 v/d 变小，它的倒数 d/v 就会变大，也就是 Δt 变大。

结论是：你想把能量算得越准，时间就越不准。算来算去， $\Delta E \cdot \Delta t$ 还是大于普朗克常数 h 。爱因斯坦的这个简单模型并没有难倒量子力学。但他并没有放弃，接下来他要放“大招”了。

【原文】

为了提高能量测定的精确度而又不必减小比值 v/d ，爱因斯坦想出了下面的办法。他考虑一个具有理想反射壁的箱子，里面充满丁辐射，箱子上有一个快门，被装在箱内的一个时钟装置操纵。他假定，时钟在 $t = t_1$ 时刻把快门打开一个任意短的时间间隔 $t_2 - t_1$ ，使得可以释放出一个光子。

爱因斯坦然后指出，通过秤量整个箱子在发射精确时光的辐射能量脉冲之前和之后的重量，从相对论的质能关系 $E = mc^2$ 就可以用任意小的误差 ΔE 来确定箱中能量含量量的差值。根据能量守恒定理，这个能量差值就应当是所发射的光子的能量。于是光子的能量及其到达远处从屏幕的时间都能够以任意小的不确定量 ΔE 和 Δt 预言了，这同海森伯关系式矛盾。

为了这个论据度过了一个不眠之夜以后，玻尔用爱因斯坦自己的广义相对论回击了爱因斯坦的挑战。仅仅几天以前，10月17日，玻尔在丹麦皇家学会作了一次讲演，题为“空间和时间概念在原子理论中的用处”^[1:9]。玻尔在那篇讲演中仅仅讨论了这些概念的非相对论应用，他没有料到，为了还击爱因斯坦的挑战，他还必须用到相对论红移公式

$$\Delta T = T \frac{\Delta\varphi}{c^2} \quad (15)$$

这个公式表示一个在重力场中移动的时钟，在移过一个势差 $\Delta\varphi$

量子力学的哲学

186

在时间间隔 T 内时钟快慢的改变 ΔT 。

【解读】

这一段描述了物理学史上最著名的思想实验之一：**爱因斯坦的光子箱（Einstein's Box）**。

这是爱因斯坦针对海森伯原理发起的“终极挑战”。哪怕大家将来不上物理专业，了解这个实验也是非常酷的谈资。

爱因斯坦的逻辑陷阱：

1. **装置**：一个装满光子（辐射）的盒子，内壁全反射。盒子上有一个由精密时钟控制的快门。
2. **操作**：时钟设定在极短的时间瞬间打开快门，放出一个光子，然后立刻关上。因为是时钟控制的，所以放出光子的时间 t 是极其精确的 ($\Delta t \rightarrow 0$)。
3. **测量**：关键来了！爱因斯坦搬出了他最著名的公式 $E = mc^2$ 。光子带走了能量，也就意味着盒子失去了质量。我们只要在放出光子前后，把盒子挂在称上称

一下重量。

4. **结论：**质量差乘以 c^2 就是光子的能量。只要我们的称足够准，能量就能测得无限准 ($\Delta E \rightarrow 0$)。

看出来了吗？在这个实验里，爱因斯坦宣称他可以同时把时间定得很准，又把能量算得很准。这就意味着 $\Delta E \cdot \Delta t$ 可以几乎为零，直接打破了海森伯的 $\Delta E \Delta t \geq h$ 。这对量子力学来说是毁灭性的打击。

玻尔的反应：

文中生动地描写了玻尔的状态——“度过了一个不眠之夜”。当时的目击者称玻尔面色苍白，在会场里走来走去，嘴里念叨着“如果爱因斯坦是对的，物理学就完了”。

但天才之所以是天才，就在于绝处逢生。玻尔敏锐地发现，爱因斯坦在设计这个“称重”实验时，忽略了他自己创立的另一个伟大理论——**广义相对论**。

文中给出的公式 (15) 是**引力时间膨胀**（或**引力红移**）公式。简单来说，广义相对论告诉我们：**引力场会影响时间的流逝速度**。位置越低（引力势越低），时钟走得越慢；位置越高，时钟走得越快。

$\Delta T = T \frac{\Delta \varphi}{c^2}$ 这个公式就是说，如果时钟的高度发生了变化（也就是引力势 $\Delta \varphi$ 变了），那么它记录的时间 T 就会产生一个偏差 ΔT 。玻尔意识到，当你为了称重而让盒子在重力场中移动时，盒子里的时钟其实已经受到了影响！

【原文】

玻尔在那个不眠之夜里认识到，爱因斯坦没有注意到他自己的广义相对论的这个重要结论，于是他就能回答爱因斯坦的挑战，指出正是在爱因斯坦的论证所依据的秤量过程中，就包含有驳倒这一论证的关键之点。第二天上午一早，玻尔便在索尔维会议上说道，让我们假设箱子是悬挂在弹簧秤上。箱上装有指针，以在固定于秤架上的一个标尺上读出箱子的位置^[2:2]。为了形象地表示他的意思，玻尔在黑板上画了一幅草图，与图 6 相似，并继续说道：

Figure 6: A diagram depicting a box hanging on a spring scale with a clock and an opening.

第五章 玻尔-爱因斯坦论战

187

于是，通过用适当的荷重来将弹簧秤调节到零点位的办法，就可以在任意给定的精确度 Δm 下秤量箱子的重量。现在，重要的是，在给定精确度 Δq 下对箱子位置的任一测定，都会给箱子的动量控制带来一个最小不准量 Δp ，它同 Δq 是由关系式 $\Delta q \Delta p \approx h$ 联系着的。这一不准量 Δp ，显然又一定小于引力场在称量过程的整段时间 T 中所能给予一个质量为 Δm 的物体的总冲量，或者

$$\Delta p \approx \frac{h}{\Delta q} < T \Delta m \quad (16)$$

其中 g 是重力常量。由此可见，指针读数 q 的精确度越高，称量时间 T 就必须越长，如果箱子及其内含物的质量要测到一个给定精确度 Δm 的话。

【解读】

这段话开始展示玻尔如何用“以子之矛，攻子之盾”的战术反击爱因斯坦。

玻尔的物理模型：

为了把爱因斯坦说的“称重”具象化，玻尔画了一个图（图6）：把光子箱挂在一个弹簧秤下。箱子上有一个指针，旁边有一个固定的标尺。

- 要称重，就要看弹簧伸长了多少，也就是要读出箱子指针的位置（设为 q ）。
- 在放出光子后，我们要把砝码（荷重）调整，让指针回到原来的零点位置，从而算出质量变化 Δm 。

关键的物理逻辑链条：

1. **测不准原理的介入：**你要读出箱子的位置 q ，必然会有误差 Δq 。根据海森伯的位置-动量不确定性原理 ($\Delta q \Delta p \approx h$)，当你把位置限定得越死（ Δq 越小），箱子的垂直动量 p 就越疯狂地波动（ Δp 变大）。
2. **称重过程的限制：**我们要测量质量的变化 Δm 。在引力场中（重力加速度为 g ），质量对应的力是 $\Delta m \cdot g$ 。这个力作用一段时间 T ，产生的冲量（动量变化）是 $T \cdot \Delta m \cdot g$ 。

- 这里文中的公式 (16) 有一点排版上的小瑕疵，应该是 $T \cdot g \cdot \Delta m$ (力乘以时间等于动量变化)。
3. **矛盾点：**如果箱子本身的动量 p 就在乱跳 (因为你要测位置 q)，那么这种乱跳 Δp 必须小于你想测量的那个由重量变化引起的动量变化。否则，你就分不清是箱子自己在抖，还是重量变了。
4. **推论：**公式 $(16) \frac{h}{\Delta q} < T \cdot g \cdot \Delta m$ 告诉我们：你想把质量 Δm 测得越准，或者位置 Δq 测得越准，你就需要越长的测量时间 T 。

这部分稍微有点绕，大家只要记住核心思想：**量子力学规定了，为了精确测量重量（需要精确测量位置），箱子必须具有不可消除的动量扰动。**接下来，玻尔要把这个动量扰动和爱因斯坦的广义相对论结合起来了。

【原文】

但是，根据广义相对论，一个时钟当沿着引力方向移动一段距离 Δq 时，其快慢就会改变，它的读数在一段时间间隔 T 内将差一个量 ΔT ，它由下面的关系式给出：

$$\frac{\Delta T}{T} = g \frac{\Delta q}{c^2} \quad (17)$$

因此，比较(16)式和(17)式我们就会看到，在称量过程之后，我们关于时钟校准的知识中将有一个不准量

$$\Delta T > \frac{h}{c^2 \Delta m} \quad (18)$$

这个关系式和公式 $E = mc^2$ 一起，再次得出

$$\Delta T \Delta E > h, \quad (19)$$

与测不准原理相一致。由此可见，用这种仪器来作为精确测

量子力学的哲学

【解读】

这就是最后的“绝杀”时刻！让我们把所有线索串起来，看看玻尔是如何完成这个漂亮的证明的。

步骤 1：引入广义相对论

如公式 (17) 所示， $\frac{\Delta T}{T} = \frac{g\Delta q}{c^2}$ 。

这意思是：因为我们刚才测量位置时有一个不确定度 Δq （箱子在垂直方向上晃动），根据广义相对论，这就意味着箱子里的时钟所处的高度是不确定的。

高度不确定 \rightarrow 引力势不确定 \rightarrow **时钟走过的快慢（时间流逝）就不确定！**

所以，时间的误差 ΔT 直接与位置误差 Δq 挂钩。

步骤 2：代换与合并

现在我们有两个不等式：

1. 来自量子力学的称重限制（上一段讲的）： $\Delta m \cdot T \cdot g > \frac{h}{\Delta q}$ （为了方便理解，我调整了一下项）。
2. 来自广义相对论的时间误差： $\Delta T = T \cdot \frac{g\Delta q}{c^2}$ 。

让我们把第2个式子里的 Δq 解出来： $\Delta q = \frac{c^2 \Delta T}{Tg}$ 。

然后把它代入第1个式子：

$$\Delta m \cdot T \cdot g > \frac{h}{(c^2 \Delta T / Tg)}$$

化简一下 (T 和 g 都约掉了！)：

$$\Delta m \cdot c^2 \cdot \Delta T > h$$

步骤 3：质能方程的回归

别忘了爱因斯坦最喜欢的 $E = mc^2$ 。这意味着能量的不确定性 $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$ 。

将这个代入上面的式子，我们就得到了最终结果：

$$\Delta E \cdot \Delta T > h$$

结论：

爱因斯坦原本想证明 $\Delta E \cdot \Delta T$ 可以无限小，结果玻尔证明了，正是因为你要测能量（称重），导致位置不确定；因为位置不确定，导致引力势不确定；因为引力势不确定，导致盒内的时间流逝不确定。

最终，能量测得越准，时间就越不准，完全符合海森伯的不确定性原理！

这不仅没有推翻量子力学，反而用爱因斯坦最引以为傲的广义相对论，完美验证了量子力学的自洽性。这次辩论被公认为物理学史上最精彩的智力交锋之一。玻尔不仅守住了阵地，还展示了物理学理论之间那种令人惊叹的内在和谐。你好！我是你的学术导师。很高兴能为你解读这段关于科学史上最激动人心的智力对决——“玻尔-爱因斯坦论战”的珍贵文献。这段内容不仅涉及高深的物理学，更展示了顶级科学家是如何进行逻辑攻防的。

我们将这段文档分为四个部分来详细研读。让我们开始吧。

【原文】

玻尔的推理虽然只对弹簧秤的情形作了详细说明，但对任何称量方法都是适用的；我们看到，这个推理中最根本的一点只不过是，根据广义相对论，称量一个时钟这一动作本身，就会干扰时钟的快慢。爱因斯坦为了反驳海森伯关系而求助于相对论，到头来却成了打击自己的一支飞去来器！

这个插曲的确是玻尔-爱因斯坦论战的精彩场面之一——这不只是由于它富有戏剧性。它也是爱因斯坦对量子力学态度的一个转折点。他接受了玻尔的反论证——还有什么东西能比他自己的红移公式对他有说服力呢？——放弃了在内部一贯性的基础上驳倒量子理论的希望。反之，我们在一段冗长的讨论光子实验的种种涵义的离题枝节之后将会看到，在 1930 年索尔维会议后，爱因斯坦全力以赴从事于证明量子学的不完备性，而不是它的不一贯性。

【解读】

同学们，这第一段文字描写的是物理学史上最经典的一次“回旋镖”事件（文中称为“飞去来器”）。为了理解这段话，我们需要回顾一下背景：

这是 1930 年的索尔维会议。爱因斯坦为了推翻量子力学的核心支柱——**海森伯不确定原理** ($\Delta E \cdot \Delta t \geq h/4\pi$ ，即你不能同时精确知道一个粒子的能量和时间)，设计了一个极其巧妙的思想实验，叫做“光子箱”。

爱因斯坦的设想是：在一个盒子里装光子，盒壁上有个快门，由时钟控制。快门开启极短的时间放出光子。我们可以精确记录时间 t ，然后通过测量盒子在光子跑掉前后的重量变化，根据质能方程 $E = mc^2$ ，算出跑掉的能量 E 。爱因斯坦认为，这样就能同时精确测定能量和时间，从而证明不确定性原理是错的。

当时玻尔被问住了，据说他那晚面色苍白，极其焦虑。但第二天早上，玻尔满面春风地指出了爱因斯坦的致命漏洞。

这段原文就是讲玻尔是如何反击的：“称量一个时钟这一动作本身，就会干扰时钟的快慢。”

玻尔指出，要测量盒子的重量，你得把它挂在弹簧秤上。为了读数，盒子必须在重力场中上下移动。而根据**广义相对论**（这是爱因斯坦自己的理论！），重力势能不同的地方，时间流逝的速度是不一样的（这就叫**引力红移**）。盒子位置的不确定带来了重力势能的不确定，进而导致了时钟快慢的不确定。最后算下来，这个不确定性正好满足海森伯关系式。

这就是文中说的“飞去来器”：爱因斯坦想用相对论的原理（质能方程）来攻击量子力学，结果玻尔用相对论的另一个原理（引力红移）完美地防御了攻击。爱因斯坦被自己的理论打败了！

这一战是决定性的。文中提到这是爱因斯坦态度的**转折点**。在此之前，他试图证明量子力学是**“不一贯的”(*Inconsistent*)，也就是自相矛盾、逻辑错误的；但在此之后，他不得不承认量子力学在逻辑上是自洽的。于是，他改变了策略，转而去证明量子力学是“不完备的”** (*Incomplete*) ——即虽然逻辑没得错，但它没能描述世界的全部真相。这为后来著名的“EPR佯谬”埋下了伏笔。

【原文】

5.4 后来对光子实验和时间-能量关系的讨论

玻尔对地同爱因斯坦的讨论的说明被许多人称为“现代科学

第五章 玻尔-爱因斯坦论战

189

报导的杰出作品之一”^[5]。用派斯的话来说，“在文献中找不到更好的研究[玻尔的]想法的门径，不论现在还是将来，它都是一切研究量子力学的人的必读文献。”^[6] 福克称之为

为“关于量子力学的正确诠释所必须依靠的物理基础的一个非常清晰的说明。”^[7] 不久前科马推荐说，阅读玻尔的这篇报道是充分领悟所讨论的各种问题的错综复杂性和微妙区别所必不可少的^[8]。按照蒙森菲尔德的说法^[9]，这篇报导是玻尔所曾写过的关于他的量子力学哲学的最清晰的说明。

如果把玻尔对爱因斯坦的光子箱论据的回答誉为对量子力学的复杂性的一个特别清晰的分析，那么当然也应该认为它在逻辑上是无可否认的。但是，并是不是人人都同意这个说法。

例如，阿加西西[J. Agassi]在波普尔指导下进行研究时，就认为玻尔的论证是“不成立的”^[10]——今天他 still 这样认为^[11]——其理由为，玻尔求助于广义相对论，这“就暗地里改变了竞赛规则。”对其中所含的争论问题，波普尔曾作过一些讨论。

【解读】

这段话首先高度评价了玻尔关于这次辩论的记录。你可以把它想象成科学界的《史记》，几乎所有后来的物理学家（如派斯、福克）都认为，要理解量子力学的哲学基础，玻尔的这篇文字是必读的“圣经”。它不仅仅是记录，更是对物理学基础极度清晰的剖析。

然而，学术界从不缺乏质疑的声音。从这里开始，文章引入了著名的科学哲学家**卡尔·波普尔**（Karl Popper）及其学生**阿加西**（Agassi）的反对意见。

他们的反对点非常有趣：他们认为玻尔**“作弊”**了，或者说“改变了竞赛规则”。为什么这么说呢？大家知道，量子力学通常研究微观粒子，在这个尺度下，引力极其微弱，通常是可以忽略不计的。这也是为什么我们现在还没有一个完美的“量子引力理论”。

在波普尔他们看来，爱因斯坦挑战的是**量子力学**（关于能量和时间的测不准关系），这本该是一场关于量子理论内部逻辑的比赛。但是，玻尔为了赢得辩论，竟然引入了**广义相对论**（关于引力和时空弯曲的理论）。

这就像是两个人在下象棋（量子力学规则），爱因斯坦走出一步妙棋，玻尔眼看要输，突然拿出一个篮球规则（广义相对论）说：“根据篮球规则，你犯规了。”波普尔和阿加西觉得，用引力理论来为量子力学辩护，逻辑上是赖皮的，是“暗地里改变了规则”。这引发了一个深刻的哲学问题：物理学的各个理论之间（如量子力学和相对论）

到底能不能这样混合使用？玻尔的这种反击在逻辑上真的站得住脚吗？接下来的段落将深入探讨这个问题。

【原文】

按照他的观点，质能关系式“是能够从狭义相对论、甚至是

190

量子力学的哲学

相对论的论据推导出来的”，而红移公式(15)则是爱因斯坦的引力理论的一部分。因此在波普尔看来，波尔依靠引力理论来对爱因斯坦的论据，这就等于“这样一个奇怪的主张：量子理论同牛顿的引力理论相矛盾，并且还更进一步等于这样一个更奇怪的主张：爱因斯坦的引力理论(或至少所用到的特有的红移公式，它是这个引力场理论的一部分)的成立可从量子理论导出。”

波普尔的这一说法似乎是由下述考虑引起的。虽然爱因斯坦对质能关系式的原始推导是建立在相对性原理之上的，但是后来的某些对能量的惯性定理的证明，例如玻恩的通俗证明，则似乎只利用了经典原理，像玻恩的证明中只用到了动量守恒原理①。但是，在更细致地考查后就会认识到，这些推导中应用了诸如辐射的动量(E/c)这样的概念，这些概念只有在麦克斯韦的电磁场理论中才能找到成立的理由，而麦克斯韦理论本身是一个相对性理论。静止质量为零的粒子只有在相对论动力学的框架内才能理解。因此玻恩关于能量的惯性推导——或关于这一点任何别种推导——归根结底是基于相对论性的理由。

简而言之，爱因斯坦的论证方法中包含有相对论性的考虑，它之所以被相对论性的反论证所推翻，只表明海森伯关系同相对论是相洽的，而并不表示海森伯关系同牛顿的引力理论矛盾。由于从(15)式导出(19)式的逻辑链条是不可逆的——从一个不等式永远不能推出一个等式，不能说爱因斯坦的引力理论或其任

① M. Born, *Atomic Physics* (Blackie & Sons, London, 6th ed., 1957), pp. 55–56.

第五章 波尔-爱因斯坦论战

191

何一部分的成立是由量子力学理论推出的。

【解读】

这部分内容稍微有点“烧脑”，因为它触及了物理学的理论架构。我们要搞清楚波普尔到底在批评什么，以及作者是如何反驳的。

波普尔的批评核心是： 他把物理学理论切得太开了。他认为 $E = mc^2$ (质能方程) 属于**狭义相对论**，而红移公式（时间变慢）属于**广义相对论**（引力理论）。他觉得爱因斯坦用 $E = mc^2$ 攻击量子力学，玻尔却用广义相对论来回击，这是把不相干的东西混在一起。他甚至认为这会导致荒谬的结论，比如“量子力学能推导出引力理论”。

作者的反驳（精彩之处）：

作者指出，波普尔把物理学切开来看是肤浅的。

1. **光子就是相对论的产物：** 爱因斯坦的实验里用到了“光子”(辐射)。光子没有静止质量，动量是 E/c 。这本身就是电磁场理论（麦克斯韦理论）和相对论的概念。你不能一边讨论光子，一边假装不需要相对论。
2. **“能量有质量”本身就通向引力：** 当你承认能量 E 等同于质量 m ($E = mc^2$)，并且承认这个质量受重力影响（可以用弹簧秤称重）时，你就已经一只脚踏进了广义相对论的领域。因为在物理学中，让光/能量受重力影响，必然会导致时空弯曲和红移效应。

给高三学生的总结：

这就像爱因斯坦说：“我要用这把‘尚方宝剑’(相对论中的质能关系) 来斩断你的量子力学。”

波普尔在旁边喊：“玻尔不准用‘尚方宝剑’的剑鞘（广义相对论）来挡！”

但作者反驳说：“剑和剑鞘是一套的！爱因斯坦既然选择了用‘称重’（引力）和‘光子’（相对论）作为武器，那他就必须接受这套武器自带的所有属性，包括引力红移。”

最后那句关于“逻辑链条不可逆”的话是在澄清：玻尔证明了量子力学和相对论是**不矛盾**（相洽）的，但这并不意味着我们可以反过来用量子力学去推导相对论。相容不代表可以互相推导。

【原文】

波普尔-阿加西的主张也为朗德所接受，他玻尔的论证 138 意味着“相对论红移可以作为量子力学测不准的结论而推导出来，反之亦然，”①对于这一论题的谬误，可更精确

地说明如下。爱因斯坦所建议的用弹簧秤来测定能量 E 的办法，其基础不只是依靠能量与惯性质量之间的等当性，而且还依靠惯性质量与引力质量之间的等当性，而这就意味着红移公式(15)。换句话说，时间膨胀这种特性是属于所提的这种特定的测量方法而不是属于测量对象(即遵从海森伯关系的各种量)的。因此，波尔之所以求助于方程(15)并非如他们所说是由于量子力学测不准引起的，而是由所提出的用来考验它是否成立的特定机构所引起的。

实际上，正如薛定谔在同波普尔的一次谈话中所说的，既然爱因斯坦用秤重量作为测定光子箱的惯性质量的手段，那么他对他的挑战的任何反驳，都应建立在最现成的引力理论即广义相对论之上。

波普尔-阿加西命题之不能成立，也可以由下面的理由来说明。爱因斯坦也完全可以提出光子箱同个别的物体或粒子之间的一次次弹性碰撞实验作为一种测量箱子的惯性质量的方法。在这样一次动量测量中，箱子位置必然有一个不确定量 Δx ，它在测量时间 T 内将使箱子的速度有一个不确定量 $\Delta v = \Delta x/T$ ，因而使箱中的钟的读数有一个不确定量，这是因为时间变数之间有洛伦兹变换

① A. Landé, *New Foundations of Quantum Mechanics* (Cambridge U. P., Cambridge, 1965), p. 123.

198

量子力学的哲学

【解读】

这是最后一段，也是逻辑最强的一段。它彻底粉碎了“玻尔犯规论”，并且引用了另一位物理大咖——薛定谔（就是那个养猫的男人）的观点。

核心观点1：问题出在“秤”上，而不是“量子”上。

文中指出，朗德（Landé）等人的误解在于，他们以为时间膨胀是量子力学的结果。其实不是。

不确定性的产生，是因为爱因斯坦非要用**弹簧秤**去称光子箱。

- 你想用弹簧秤，就得利用重力（引力质量）。
- 既然利用了重力，根据广义相对论的**等效原理**，重力场就会让时间变慢（红移）。

所以，是爱因斯坦选择的“测量仪器”（弹簧秤）把广义相对论引入了这场争论。玻尔只是顺着爱因斯坦的逻辑，指出了这个仪器自带的属性而已。

薛定谔的神助攻：

薛定谔说得非常大白话：既然爱因斯坦你自己选了“称重”这个手段，那你被“重力理论”（广义相对论）反驳就是活该。你不能选了用刀决斗，却怪对方捅了你一刀。

核心观点2：如果不以引力为例，结果也一样。

最后一段提出了一个极具启发性的假设：如果爱因斯坦不用弹簧秤（避免引力），而是通过**撞击**（弹性碰撞）来测量箱子的质量，会怎么样？

作者推导说，结果是一样的！

- 如果你用撞击来测质量，箱子的速度和位置就会发生改变。
- 根据**狭义相对论**（洛伦兹变换），速度的改变会导致时间流逝的变化（动钟变慢）。
- 这个时间变化 Δt ，依然会导致能量测量的误差 ΔE 。
- 最终，你还是逃不掉 $\Delta E \cdot \Delta t \geq h$ 的命运。

总结全文的深刻寓意：

这告诉我们，**海森伯不确定性原理**是极其坚固的自然法则。不论你用广义相对论的“引力秤”，还是用狭义相对论的“碰撞法”，大自然总会通过某种机制（红移或洛伦兹变换），把“不确定性”补回来，阻止你同时精确测量能量和时间。玻尔的胜利，不仅仅是辩论技巧的胜利，更是物理学内在一致性的胜利。你好！我是你的学术导师。很高兴能为你解读这份关于量子力学史、特别是波尔与爱因斯坦大论战深层细节的文档。这段内容虽然有些深奥，涉及相对论与量子力学的交叉，但它实际上是在探讨物理学中最基础的概念——“测量”与“时间”的本质。

我们将这段文本分为三个部分来详细研读。让我们开始吧！

【原文】

关系，而我们不准确知道时钟是转移到哪个惯性系中。但是这样一来，就只可以在狭义相对论的基础上恢复海森伯关系了。

此外，让我们也想到，红移公式也可以完全不依靠爱因斯坦的理论，而只用牛顿定律以及光子作为一个质量为 $h\nu/c^2$ 的粒子的观念就可以建立起来①。

尽管波尔在1930年对爱因斯坦取得了辉煌的胜利，但是看来波尔对于他对光子箱反对意见的解决办法始终并不完全满意；他一再回到这个问题上来。他也经常同他在哥本哈根的同事们讨论 139 这件事。例如，在一次这样的讨论中，有人指出，从(16)式及 $\Delta E = c^2 \Delta m$ 得出的不等式 $\Delta E > hc^2/T\Delta g$ 表明，只要随着 Δg 的减小而时间间隔 T 取得足够大，就可以使 ΔE 任意小——也就是说，仪器可以用任意高的准确度来测定所发射的能量。即使红移公式 $\Delta g \delta T/T = g \delta g/c^2$ (其中 δg 表示高度差) 也不会损害所得到的精确度，只要能够准确测定与 δg 相联系的改正量 δT 的话。但是为了这个目的就必须精确测定 δg 。测定 δg 的任何误差 Δg 都将给 δT 带来一个不确定量 $\Delta T = T\Delta g/g^2$ ，它随 T 增大，并且若把它同上面的 $\Delta E > hc^2/(T\Delta g)$ 结合起来，就再一次得到海森伯关系式。尤其是在后一次秤重量的过程中，如果是把 T 定义为从快门两次关闭的时刻 t_2 起始的话，对 t_2 的了解只能准确到一个不确定量 ΔT 使得 $\Delta T \Delta E > h$ 。

① 例如见 J.C. Gravitt and P. Waldow, “Note on gravitational red shift,” *Am. J. Phys.*, 30, 307(1962), 或 A. J. O’Leary, “Redshift and deflection of photons by gravita-tion; A comparison of relativistic and Newtonian treatments,” 同上, 32, 52–55(1964).

【解读】

同学们，这一段接续的是物理学史上最著名的“光子箱”思想实验。背景是这样的：爱因斯坦为了反驳量子力学的“测不准原理”(即我们无法同时精确知道能量 E 和时间 t)，设计了一个装着光子的箱子。他认为，通过精确控制箱门打开的时间，并称量箱子发射光子前后的重量变化，就能同时精确测定能量和时间，从而推翻测不准原理。而波尔巧妙地利用爱因斯坦自己的广义相对论（重力会影响时间流逝，即“引力红移”）回击了爱因斯坦，保住了量子力学。

这段文字揭示了一个鲜为人知的后续：**波尔虽然赢了，但他心里并不踏实。**

为什么不踏实？因为波尔的反驳依赖于“广义相对论”。这让物理学家们感到困惑：难道量子力学的核心原理（测不准原理）必须依赖于引力才能成立吗？如果在一个没有引力的宇宙里，量子力学就不对了吗？这显然不合理。所以，文中提到波尔和同事们反复讨论，试图理清其中的逻辑。

这里有一段比较复杂的数学推导，咱们来拆解一下核心逻辑，大家把它当成一道高三物理探究题来看：

1. **能量测量的精度**：根据爱因斯坦的质能方程 $E = mc^2$ ，要测能量变化 ΔE ，就要测质量变化 Δm 。这需要用弹簧秤称重。
2. **测量的矛盾**：要称得准，读数时间 T 就得长（这就好比你站在体重秤上，如果总是晃动——即时间太短——读数就不准，站得越久读数越稳）。文中公式暗示，时间 T 越长，能量测量的不确定度 ΔE 就可以越小。
3. **引力的捣乱**：但是，弹簧秤称重意味着箱子会在重力场中上下移动（有高度差 δg ）。根据广义相对论，高度不同，时间流逝的速度就不同（引力红移）。
4. **不确定性的回归**：如果你想修正时间误差，就得精确知道高度差。但你对高度知道得越准（ Δg 越小），根据位置-动量的测不准原理，箱子的动量扰动就越大，导致读数再次模糊。

文中最后的结论是：当你把所有误差因素（称重的时间、高度的不确定性、引力对时间的影响）都考虑进去，你会发现， ΔT （时间误差）和 ΔE （能量误差）的乘积依然大于普朗克常数 h 。

核心知识点总结：这告诉我们，物理学原理具有高度的自洽性。即使引入了看似无关的引力理论，量子力学的基本限制依然牢不可破。波尔的担忧促使大家认识到，测不准原理可能比我们想象的更底层。

【原文】

第五章 波尔-爱因斯坦论战

193

波尔对爱因斯坦的反对意见的答复，在波尔去世后继续成为一些批判性研究的主题。对波尔的反驳的一个严厉的批评是波兰物理学家赫林斯基提出的①，他认为，有必要把爱因斯坦-波尔实验分成两个独立的过程：(1)称重量箱子的质量，(2)光子从箱子发射出来。赫林斯基考虑不依靠相对论而证明，每个分量都满足海森伯关系式；因为他所说的，“为什么必须祈求相对性(或更一般地说光的有限速度)来保佑测不准关系式”，这是令人难以理解的。但是，他自己所提出的这个问题的另一种解决办法却是非常复杂，似乎是很成问题的。

波尔的答复也是霍尔珀恩在很多里所进行的一系列研究的主题②，他是一个奥地利出生的物理学家，从1930年起在美国的各个大学和研究实验室里工作。在他看来，爱因斯坦原来的结论 $\Delta E \Delta t < h/2\pi$ ，其中 ΔE 指的是系统的能量(质量)损失，可用任意高的准确度测出， Δt 指的是快门打开的时间，我们可以使它要多小就多小，这个结论“显然是正确的，但是它同测不准原理没有什么关系。系统如果能量损失的话，的确是在快门打开的时间内损失的；但是由于容器内发生的涨落，也许根本就没有什么能量损失。能量究竟有没有损失，以及损失多少，这只有通过一次要耗费时间

- ① Z. Chyliński, “Uncertainty relation between time and energy,” *Acta Physica Polonica* 28, 631–638(1965).
- ② O. Halpern, “On the Einstein-Bohr ideal experiment,” *Acta Physica Austriaca* 24, 274–279(1966); “On the uncertainty principle,” 同上, 280–286; “On the Einstein-Bohr ideal experiment II,” 同上, 28, 356–358(1968); “On the uncertainty principle II,” 同上, 353–355; “On the uncertainty principle III,” 同上, 30, 328–333(1969); “On the uncertainty principle IV,” 同上, 33, 305–316(1971).

194

量子力学的哲学

的能量测量过程才能确定。只有当测量时间过了之后，我们才能知道有多少能量(如果说有的话)逸出，然后我们才可以期望在能量损失与测量这一能量损失所耗用的时间之间有一个测不准关系成立。

对于这一后一种独立的测量，霍尔珀恩同意波尔的结论，即海森伯关系成立，但是不同意波尔的论证方法。他声称，“即使不考虑波尔借助红移现象公式所推出的‘准量’，海森伯关系也不会在爱因斯坦实验的这一部分中受到破坏。霍尔珀恩像波尔那样也推出 $\Delta E \cdot T \geq hc^2/g\Delta q$ ，但是他宣称，由于根据广义相对论 $c^2/g\Delta q$ 是 $\sqrt{g_{44}}$ 偏离 1 的偏差值函数，因而对于引力场它是一个很大的数，这样就不用红移公式来证明 $\Delta E \cdot T > h$ 了。但是，当指出，霍尔珀恩提到了 $\sqrt{g_{44}}$ ，这就意味着(至少是隐含地意味着)红移公式。

【解读】

这一部分非常精彩，展示了科学界那种“打破砂锅问到底”的批判精神。即使是像波尔这样的大师提出的解释，后辈物理学家们也不会盲目接受，而是试图寻找逻辑漏洞或

更纯粹的解释。

这里主要介绍了两位物理学家对波尔“光子箱”解释的挑战：

1. 赫林斯基 (Chyliński) 的质疑：

他的观点非常直接：**量子力学应该是独立的**。如果我们要证明测不准原理是正确的，就不应该“祈求”相对论来帮忙。他试图把实验拆解为“称重”和“发射”两个独立过程，分别证明它们都符合测不准关系，从而绕开引力红移。这反映了物理学家的一种追求：寻找理论最本源的解释，而不是依赖于其他理论的巧合。

2. 霍尔珀恩 (Halpern) 的辨析：

这个观点对高三学生来说稍微有点烧脑，但非常有意思。他指出了**“物理过程”与“测量过程”的区别**。

- **爱因斯坦的角度**：我在 t 时刻打开快门， t 是个精准的参数，能量 E 跑出去了。所以在那个瞬间，能量和时间似乎都是确定的。
- **霍尔珀恩的反驳**：你觉得能量跑出去了，但你怎么知道它跑出去了？你必须通过“测量”（再次称重）才能确认。而这个“测量”过程本身需要耗费时间。
- **关键点**：测不准原理 ($\Delta E \Delta t \geq h$) 限制的不是“能量是否损失”这个客观事实，而是我们**通过测量获知这一事实的能力**。如果没有测量，谈论能量损失的具体数值是没有物理意义的。

此外，霍尔珀恩试图用数学手段绕开红移公式，但他使用的参数 $\sqrt{g_{44}}$ （这是广义相对论中描述时空弯曲的一个度规分量）实际上恰恰就是红移公式的数学根源。这有点像一个人声称自己不用“牛顿第二定律”，但他却一直在用 F 和 ma ——正如文中最后讽刺的那样，他其实“隐含地”还是用了红移公式。

给同学们的启示：

这告诉我们，科学争论的核心往往在于**定义**。比如“时间”到底是指快门动作的瞬间（参数），还是指我们需要花费来完成测量的那个过程（算符/变量）？对定义的模糊会导致截然不同的结论。这也引出了下一部分关于“时间本质”的讨论。

【原文】

有批判精神的读者在阅读关于 $\Delta E \Delta t$ 关系的文献时会注意到，不同作者对这个关系式中的 Δt 有不同的解释。鉴于在这个问题上存在着普遍的混乱，下面对于时间在量子力学

中的地位的各种学说作一些历史叙述看来是合适的。

隐藏在这一争点后面的基本问题是：时间坐标 t 究竟应当像位置坐标 q 一样看成是一个算符(用狄拉克的话语) Δq 呢，还是应当只起着一个普通的参数 c 数的作用。对这个问题的最早的讨论，见于狄拉克在1926年春为他把他的量子化方法(它是建立在与经典理论的泊松括号的熟知的比拟基础上)推广到哈密顿量包含时间的系统而作的尝试①中。

① P. A. M. Dirac, “Relativity quantum mechanics with an application to Compton scattering,” *Proceedings of the Royal Society A/I*, 405–423(1926).

第五章 玻尔-爱因斯坦论战

195

狄拉克从相对性原理出发，相对性原理“要求时间变数应当得到与其他变数同等的地位对待，因此它一定是一个 q 数，”然后指出，在古典物理学中，时间变数的正则共轭动量是能量加以负号($-E$)。因此，若在 $2n$ 个变数 q_k, p_k ($k=1, 2, \dots, n$)之外再取 t 和 E 为一对新变数，那么对于一个其哈密顿量显含时间的 n 个自由度的系统，定义其两个力学变数的泊松括号 $[x, y]$ 为

【解读】

这段文字将讨论引向了量子力学中最深刻、至今仍有争议的问题之一：**时间的本质**。

作为高三学生，你们在学习物理时，可能习惯了把时间 t 当作一个通用的背景——就像舞台，物体在上面运动， t 均匀流逝，不受干扰。在数学上，这就是所谓的**“参数”(c 数， c -number)**，它是独立变量。

但在量子力学中，位置 x 、动量 p 、能量 E 都变成了**“算符”(q 数， q -number)**。算符的一个特点是它们之间可能不“对易”(比如 xp 不等于 px)，这导致了测不准关系。

这里的问题是：**时间 t 应该是个“算符”吗？**

1. **不对称性：**在普通的薛定谔方程中，位置 x 是算符，但时间 t 只是个参数。这导致 $\Delta x \Delta p \geq h$ 有严格的数学证明，而 $\Delta E \Delta t \geq h$ 却很难从数学上直接推

导，更多是一种物理上的类比。

2. **狄拉克 (Dirac) 的尝试**: 狄拉克是量子力学的奠基人之一，极其重视数学美和相对论。相对论告诉我们要把“时间”和“空间”同等对待（组成四维时空）。

- 既然空间坐标 q 是算符，那么为了符合相对论，时间 t 也应该是个算符。
- 既然位置 q 对应动量 p ，那么时间 t 对应什么呢？狄拉克指出，时间对应的“共轭动量”就是**负的能量** ($-E$)。

这部分最后提到了“泊松括号”(Poisson Bracket)。这是经典力学中描述物理量之间关系的一种数学工具。在量子力学中，经典力学的泊松括号被“对易子”取代。狄拉克的思路是：如果我们把时间 t 和能量 $-E$ 看作像 x 和 p 一样的一对“共轭变量”，那么它们自然就应该满足测不准关系。

核心意义：

这一段解释了为什么 $\Delta E \Delta t$ 关系如此特殊。它不仅仅是测量误差的问题，更关乎我们如何看待宇宙的结构。是将时间看作外在的标尺（牛顿的观点），还是看作系统内部的一个动态属性（相对论的观点）？这个深刻的矛盾直到今天在量子引力理论的研究中依然存在。你们现在接触到的，正是物理学大厦地基下最迷人的接缝处。您好！我是您的学术导师。很高兴能带您一起研读这段关于量子力学发展史和基本原理的文本。这段内容虽然涉及深奥的数学符号，但其核心探讨的是物理学中最迷人、最深刻的问题之一：“**时间**在量子世界里到底扮演什么角色？”

我们将这段文本分为两个主要部分来解读。第一部分聚焦于狄拉克 (Dirac) 如何尝试将“时间”与“空间”平起平坐；第二部分则讨论了为什么这种尝试在数学上遇到了巨大的挑战（泡利的证明），以及这对我们理解量子力学意味着什么。

让我们开始第一部分的研读。

【原文】

$$[x, y] = \sum \left(\frac{\partial x}{\partial q_k} \frac{\partial y}{\partial p_k} - \frac{\partial x}{\partial p_k} \frac{\partial y}{\partial q_k} \right) + \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial E}{\partial t} - \frac{\partial E}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial t} \quad (20)$$

则此泊松括号在 $(2n+2)$ 个变量的任何切换[contact transformation]下是一不变量。据狄拉克的意见，这个动力学系统这时已被确定，但不是由 $2n$ 个变数的一个函

数确定的，而是由 $(2n+2)$ 个变数之间的一个方程式 $H-E=0$ 确定的；而 $(2n+2)$ 个变数的任何函数 X 的运动方程为 $\dot{X} = [X, H - E]$ 。

狄拉克把这些结果直接搬到量子理论中来，设法把 t 当作一个算符来处理。他不能把能量与哈密顿量等同起来——因为能量与时间变数对易而哈密顿量却不对易，他的这一做法以及他对条件 $E-H=0$ 的规定，实际上可以看成后来量子电动力学中所用的一个方法的先河。因为当量子电动力学面临相似的困难时，人们引入了下面的辅助条件：算符 $E-H$ 作用在态矢量时得出零。亦即人们只容许波动方程的那些满足这一辅助条件的解。

当狄拉克在他的文章发表后不久读到薛定谔在Annalen der Physik (Vol. 79, 1926) 上的那组文章中的第一篇之后，他又发表

量子力学的哲学

196

了关于康普顿效应的第二篇论文①，在此文中他实际上搬回了他以前的方法，称它是“相当不自然的”。按照罗森费尔德的看法，量子电动力学的发展表明狄拉克原来的方法是正确的，这种方法使得能够把 $\Delta E \Delta t$ 关系置于和 $\Delta p \Delta q$ 关系同等的地位。

【解读】

这段文字主要讲述了物理学巨匠狄拉克 (P.A.M. Dirac) 在建立相对论性量子力学时的一次“大胆尝试”及其后续影响。为了让大家更好地理解，我们需要先回顾一点背景知识。

1. 为什么要折腾“时间”？

在牛顿力学（经典力学）中，时间 t 是一个绝对的、独立流逝的参数，就像一个滴答作响的背景时钟，不受任何物体运动的影响。但是，爱因斯坦的相对论告诉我们，时间和空间是不可分割的“时空”整体。

对于高三同学来说，你们熟悉的位置 (q) 和动量 (p) 是描述物体状态的“变量”。如果我们要让量子力学符合相对论，就不能只把时间 t 当作背景，而应该把它提升到和位置 q 一样的地位——即把时间也看作一个**动力学变量**。

2. 那个复杂的公式是什么？

原文开头的公式 (20) 是一个推广的泊松括号 (Poisson Bracket)。在经典力学中，泊松括号用来描述物理量随时间的演化。

- **2n 个变量**: 通常指 n 个位置坐标和 n 个动量坐标。
- **2n+2 个变量**: 狄拉克在这里把“时间 t ”和“能量 $-E$ ”也作为一对共轭变量加入了进来。这样一来，时间和能量的关系，就变得像位置和动量一样紧密了。

3. $H-E=0$ 的深意

在普通物理中，哈密顿量 H 通常就代表系统的总能量 E 。但在狄拉克的新框架下，他把 t 变成了算符 (Operator, 一种数学操作)。这里出现了一个微妙的区别： H 和 E 在数学定义上不再直接相等，而是通过一个约束方程 $H - E = 0$ 来联系。这看似是数学游戏，实则是**量子电动力学 (QED)** 的先声。在后来的 QED 中，物理学家发现不能接受所有的数学解，必须用类似的“辅助条件”来筛选出物理上合理的解（原文提到的“作用在态矢量时得出零”）。

4. 狄拉克的犹豫与“时间-能量不确定性”

有趣的是，狄拉克刚提出这个想法不久，看到了薛定谔方程（你们在化学或物理选修中可能听过）的成功，觉得自己的方法太复杂、“不自然”，于是又退回了传统方法（把时间仅当作参数）。

然而，后来的物理学家（如罗森费尔德）认为，狄拉克最初的直觉其实是对的！只有把时间 t 也看作算符，我们才能完美地解释**时间-能量不确定性关系** ($\Delta E \Delta t$)。大家熟知海森堡的**位置-动量不确定性原理** ($\Delta p \Delta q \geq h/4\pi$)，意味着你不能同时测准位置和动量。狄拉克的这个早期尝试，实际上是想赋予 $\Delta E \Delta t$ 同样的物理地位——即时间和能量也是一对“冤家”，测量时间越精准，能量的波动就越大。

总结这段的核心： 物理学家试图让“时间”在数学地位上“翻身做主人”，与空间平起平坐，虽然过程曲折，但这触及了量子力学与相对论融合的最深层秘密。

【原文】

但是，普遍接受的看法是，这两种关系是根本不同的。一方面，人们指出，位置-动量关系是代表这些变量的厄密算符之间的 对易关系 $[q, p] = i\hbar$ 的直接结果。另一方面，人们声称，不能对时间-能量关系进行类似维的推导，因为正如泡利②证明的那

样，时间不能用一个满足周期能量算符(哈密顿量) H 的对易关系 $[T, H] = i\hbar$ 的厄密算符 T 来表示。因为把这一对易关系按通常方式推广为 $[f(T), H] = i\hbar \partial f / \partial t$ 并应用到么正算符 $f(T) = \exp(i\alpha T)$ 上，其中 α 是一个实数，就将意味着：若 φ_n 是 H 的一个本征函数，本征值为 E ，则 $\exp(i\alpha T)\varphi_E$ 也是 H 的一个本征函数，但本征值为 $E+a\hbar$ 。由于 a 之值为任意，于是 H 的本征值就必然会覆盖从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 的整个实轴，但这同分立能谱的存在相矛盾。

由于这些理由——以及时间“并不‘属于’所考虑的系统”这 142 当然的事实——邦吉③不久前提出， $\Delta t \Delta E \geq h$ 这个公式“应当从这个理论[量子力学]的一切讨论中去掉”。

如果我们把满足 $[A, B] = i\hbar$ 形式的对易关系的一个厄密算

① P. A. M. Dirac, “The Compton effect in wave mechanics,” *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 23, 500—507(1927).

② 85页注①文献。

③ M. Bunge, “The so-called fourth indeterminacy relation,” *Canadian Journal of Physics* 48, 1410—1411(1970).

第五章 玻尔-爱因斯坦论战

197

符 A, B 称为“正则共轭”的话，那么我们就将得出结论：哈密顿量 H 没有正则共轭量。角量的任一分量(比如 L_z)也没有正则共轭量，这一久已知道的事实曾经引起大量的讨论①。在希尔伯特空间中有正则共轭量的算符只有 p 和 q 以及它们的线性组合。

位置-动量关系和时间-能量关系之间的这一判然不同，无疑也是推动玻尔去一步澄清这一问题的原因之一。此外，在那些年里得到最初的成功的新发展起来的量子力学的相对论推广以及电磁场的量子理论，也提出了诸如场量的同时可测性等一系列问题，这些问题再一次把人们的注意力集中到海森伯关系上。

【解读】

在上一段中，我们看到有人想把时间和能量的关系 $(\Delta E \Delta t)$ 提升到与位置和动量 $(\Delta p \Delta q)$ 同等的地位。但是，这一段直接泼了一盆冷水：**物理学界主流认为，这两者**

根本不是一回事。 这里涉及到了泡利 (Pauli, 就是那个提出泡利不相容原理的“毒舌”物理学家) 的一个著名反证。

1. 泡利的各种“刁难”：为什么时间不能是算符？

要理解泡利的证明，我们得用个类比。

在量子力学中，位置 q 和动量 p 是一对“共轭量”，它们满足一个数学关系 $[q, p] = i\hbar$ 。这意味着它们不能交换顺序（就像穿袜子再穿鞋 vs 穿鞋再穿袜子，结果不同）。正是这个数学关系导致了测不准原理。

如果时间 T 和能量 H 也是这样一对完美的共轭量，满足 $[T, H] = i\hbar$ ，那么数学推导会得出一个荒谬的结论：

- 假设一个原子的能量是 E 。
- 如果我们应用那个包含时间算符的公式（原文中的 $\exp(i\alpha T)$ ），我们就能制造出一个能量为 $E + \alpha\hbar$ 的新状态。
- 因为 α 可以是任意实数，这意味着能量 E 可以连续变化，可以从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 。
- **矛盾点来了：** 我们都知道原子能级是分立的（比如玻尔模型中的 $n = 1, 2, 3\dots$ 能级），而且能量通常有下限（基态），不可能无限负下去。

所以，泡利证明了：**在标准量子力学里，时间不能被定义为一个算符。** 时间只是一个参数，不是一个可以测量的、有算符性质的“可观测量”。

2. 邦吉的激进建议

既然数学上推导不出 $\Delta t \Delta E \geq h$ ，物理学家邦吉 (Bunge) 就提出：干脆把这个公式删掉算了！他认为时间不属于系统本身的属性，而是我们看表的读数，所以不应该有量子力学意义上的“不确定性”。

3. “正则共轭”的孤独

原文提到，只有满足 $[A, B] = i\hbar$ 的才叫“正则共轭”。在数学空间（希尔伯特空间）里，只有位置 q 和动量 p （以及它们的组合）才是真正的“原配夫妻”。能量 H 是单身汉，没有名为“时间”的伴侣；角动量 L_z 在某些角度看也是单身汉。

4. 玻尔的进场

虽然数学上时间 t 和能量 E 的关系很尴尬，但物理实验中 $\Delta E \Delta t$ 的关系又是确实存在的（比如激发态原子寿命越短，谱线宽度越宽，即能量越不确定）。

这种**数学上的不对称性**（位置-动量很完美，时间-能量很别扭）深深困扰着物理学

家。这正是玻尔（Bohr）想要澄清的问题核心，也是他与爱因斯坦（Einstein）那场世纪论战的重要背景之一。当物理学试图把狭义相对论（必须平等对待时间和空间）和量子力学（在这个问题上区别对待时间和空间）结合时，矛盾就爆发了。

总结：这一段告诉我们，虽然我们常把时间-能量不确定性挂在嘴边，但在严谨的数学底层，它和位置-动量不确定性有着本质的区别。这个区别是量子力学最深层的纠结之一，也是引发后续伟大辩论的导火索。你好！我是你的学术导师。很高兴能为你解读这份关于量子力学发展史与哲学探讨的珍贵文献。这段文本带我们回到了物理学的“黄金时代”，那是巨人们（如朗道、泡利、玻尔）思想碰撞最激烈的时期。

我们将这段文档分为三个部分来详细研读。第一部分包含了一份详尽的参考文献列表，随后切入了一个关键的历史时刻：1929年，两位年轻的天才物理学家决定挑战量子力学的边界。

请看第一部分：

【原文】

① W. Pauli, 80页注①文献。P. Jordan, “Über eine neue Begründung der Quantenmechanik II,”*Z. Physik* 44, 1—25(1927);B. Podolsky, “Quantum mechanically correct form of Hamiltonian function for conservative systems,”*Phys. Rev.* 32, 812—816 (1928);D. Judge, “On the uncertainty relation for L , and φ ,”*Physics Letters* 5, 189 (1963);D. Judge and J. T. Lewis, “On the commutator $[L, \varphi]$,”同上,190;W. H. Louisell, “Amplitude and phase uncertainty relations,”*Physics Ciments (Holland)* 7, 60—61 (1963);D. Judge, “On the uncertainty relation for angle variables,”*Nuovo Cimento* 31, 332—340 (1964);L. Susskind and J. Glogower, “Quantum mechanical phase and time operator,”*Physics* 1, 49—61(1964);J. H. Rosenbloom, “The uncertainty principle for angle and angular momentum,”(Noltr 63—207, U. S. Ordnance Laboratory, White Oak, Maryland),油印本;M. Bouten, N. Maene, and P. van Leuven, “On an uncertainty relation for angular variables,”*Nuovo Cimento* 37, 1119—1125(1965);A. A. Evett and H. M. Mahmoud, “Uncertainty relation with angle variables,”同上,38, 295—301(1965);L. Schotmans and P. van Leuven, “Numerical evaluation of the uncertainty relation for angular variables,”同上,39, 776—779 (1965);K. Kraus, “Remark on the uncertainty between angle and anuglar momentum,”*Z. Physik* 188, 374—377(1965); “A further remark on uncertainty relations,”同上,201, 134—141(1967);P. Carruthers and M. M. Nieto, “Phase and angle variables in quantum

mechanics,"*Rev. Mod. Phys.* 40, 411—440(1968);H. S. Perlman and G. J. Troup,"Is there an azimuthal angle observable?"*Am. J. Phys.* 47,1060—1063(1969).

量子力学的哲学

198

正是出于这个原因，派厄尔斯(他于 1929 年在泡利指导下获得博士学位，然后成了他的助手)和朗道 (Л. Л. Ландау, 他于 1919 年至 1931 年之间访问了西欧诸大学)，当他们 1929 年在苏黎世的瑞士联邦高等学校相识后，便决定研究海森伯不确定性对 143 量子力学的相对论推广①的含意，也就是说，如果对量子力学作相对论推广，量子力学的定义与测量方法是否还能保持以及能在多大程度上保持的问题③。

【解读】

同学们，这第一段文本乍一看可能让人望而生畏，因为它以一大串密密麻麻的参考文献 (Bibliography) 开头。但请不要急着跳过，这些引用就像是科学探索的“足迹”或“战斗日志”。它们列出了从1927年到1969年间，关于“不确定性关系”(Uncertainty Relation)、“角动量”(Angular Momentum) 以及“相位”(Phase) 等深奥问题的研究论文。这告诉我们，我们即将探讨的话题，是经过了物理学界几十年的反复推敲和争论的。

紧接着，文本将镜头拉回到了**1929年的苏黎世**，这可是物理学史上一个星光熠熠的时刻。这里出场了两位年轻的主角：

1. **派厄尔斯 (Peierls)**: 他是量子力学奠基人之一——泡利 (Pauli, 就是提出“泡利不相容原理”的那位) 的学生和助手。你可以想象，能给泡利当助手，其实力绝对是顶尖的。
2. **朗道 (Landau)**: 这是一位来自苏联的绝世天才。他在高中物理竞赛的超纲题里可能经常出现。朗道以思维敏捷、尖锐著称，他在欧洲游学期间，就像一位武林高手四处“踢馆”，与各路大师切磋。

这两位年轻人在苏黎世联邦理工学院（爱因斯坦的母校）相遇了，一拍即合，决定搞个大新闻。他们的研究课题非常硬核：**把“海森伯不确定性原理”推广到“相对论”领域会发生什么？**

大家在高三物理学过，**海森伯不确定性原理** ($\Delta x \Delta p \geq h/4\pi$) 告诉我们，在微观世界，你不能同时测准粒子的位置和动量。而**相对论** (Relativity) 处理的是高速运动、光速限制和时空结构。

朗道和派厄尔斯想问的是：当我们把这两个理论结合起来（即“相对论量子力学”）时，原来的那些测量定义还算数吗？就好比你在玩一个游戏（量子力学），突然游戏地图的规则变了，增加了光速限制和时空弯曲（相对论），你原本手里的“尺子”和“秒表”还能不能正常使用？这是一个关乎量子力学是否在极端条件下依然成立的根本性哲学问题。

接下来，我们将看到这两位天才得出了什么惊人的结论，特别是关于“时间”和“能量”的关系。

【原文】

他们证明了，在相对论处理中，测不准关系的限制力要强得多，对通常使用的方法的可用性施加了严格的限制；在证明这一点的过程中，两位作者是从分析测量理论、分析海森伯关系的意义，特别是时间-能量关系的意义而开始他们的考虑的。他们指出，“被人们如此经常地引用、但是唯有玻尔才给予了正确解释的”这一关系，根本没有断言不能在一给定时刻精确地得知或测量能量，而是指从一次(可预告的)测量 [predictable measurement] 的结果 所得到的能量值同系统在测量后的状态的能量值之间的差别。

朗道和派厄尔斯证明，可预告的测量的存在并不意味着可重现的测量[reproducible measurement]的存在。所谓可预告的测量，指的是这样一种测量，对于每个可能的测量结果，都一定存在着系统的一个态，在这个态下这一测量肯定会得出已得的结果；而 所谓可重现的测量则是，重复测量将得出同一个结果。然后 他们表明，系统在测量后的态并不一定是同已得的测量结果相联

① L. Landau and R. Peierls, “Erweiterung des Unbestimmtheitsprinzips für die relativistische Quantentheorie,” *Z. Physik* 69, 56—69 (1931).

第五章 玻尔-爱因斯坦论战

199

系的态①。知道了这一事实之后，他们指出，时间-能量关系断言的是，态的这一差别带来一个能量不准量，其数量级为 $h/\Delta t$ 。因此在时间间隔 Δt 内不可能实行能量不准量小于 $h/\Delta t$ 的测量。

【解读】

这段文字进入了量子力学最烧脑但也最迷人的部分：**测量的本质**。

首先，朗道和派厄尔斯发现，一旦引入相对论，限制变得更严苛了。为了说明这一点，他们重新剖析了**时间-能量不确定性关系** ($\Delta E \Delta t \geq h$)。

这里有一个常被高三学生甚至大学生误解的知识点：很多人认为 $\Delta E \Delta t \geq h$ 意味着“如果你测量的过程非常快 (Δt 很小)，你就测不准能量”。朗道和派厄尔斯指出，这个理解是肤浅的。他们澄清说，并不是说你在某一瞬间 无法 知道能量，而是说测量这个行为本身会改变系统。

为了解释清楚，他们区分了两个概念：

1. **可预告的测量 (Predictable Measurement)**: 这就像是你是一个神枪手，如果你瞄准某个特定的状态，你百分之百能打中（得到某个结果）。这种测量在理论上是存在的。
2. **可重现的测量 (Reproducible Measurement)**: 这就像你称体重，站上去一次是 60kg，下来再站上去还是 60kg。但在量子世界，这很难！

为什么难？ 想象一下，你想测量一颗飞行中的子弹的位置。为了测得准，你需要用光去照它。但在微观世界（或者相对论量子场中），光子也是有能量的。你“看”它一眼（测量），光子撞击粒子，就把粒子的状态给踢飞了！

所以，虽然你可能准确地实行了一次测量（可预告），但因为你的测量剧烈地扰动了系统，系统在测量后的状态已经变了，不再是刚才那个状态了。如果你紧接着再测一次，结果可能完全不同。这就是“不可重现”。

文本最后得出的核心结论是： $\Delta E \approx h/\Delta t$ 。

这意味着，如果你想在极短的时间 Δt 内搞清楚能量的变化，或者说，测量过程对系

统的扰动会导致能量出现一个模糊范围，这个范围的大小与时间成反比。

用一个通俗的类比：如果你想在一瞬间 (Δt 极小) 向银行借钱 (能量 E)，银行 (宇宙) 是允许的，但你必须还得非常快。时间越短，你可以“借”出来的能量波动 ΔE 就越大。这就是量子力学中著名的真空涨落的理论基础。而朗道他们指出，这一限制使得在极短时间内精确验证能量守恒定律变得不可能。

最后一段，我们将看到他们是如何利用狄拉克的数学工具来“实锤”这个结论的。

【原文】

为了具体证实他们的论点，朗道和派厄尔斯考虑一个能量已知为 E 的系统，它同能量已知为 E' 的一个测量装置发生微弱的相互作用；在相互作用后测量到的能量 E' 和 \bar{E}' 一般与初始值不同。他们引用了狄拉克的变常数法 [method of the variation of constants](#)，根据这个方法，系统在时间间隔 Δt 内的跃迁几率正比于

$$\frac{\sin^2 \frac{\pi(E' - E)}{h}}{(E' - E)^2} \quad (21)$$

由此他们得出结论：差值 $E' - \bar{E}$ 的最可几值为 $h/\Delta t$ 的量级，因而 144 与扰动的强度无关。于是，相隔一段时间间隔 Δt 的两次相继的测量，只能把能量守恒定律验证到 $h/\Delta t$ 量级的精度。把这一结果应用到上述相互作用，他们得到总能量 $E + \bar{E}$ 在两个不同时刻的两个精确测得的数值之间的差值为

【解读】

这一段展示了物理学家是如何用数学武器来捍卫哲学观点的。

朗道和派厄尔斯构建了一个思想实验：让一个系统和一个测量装置发生“微弱的相互作用”。你可以把这想象成两个台球轻轻碰了一下，或者风吹过水面。

他们使用了**狄拉克变常数法**（也就是大名鼎鼎的**微扰论**，Perturbation Theory）。这是量子力学处理复杂问题的核心工具。虽然名字听起来很高级，但其核心思想是：如果我们不能直接解出一个复杂方程，就先解一个简单的，然后看看加上一点点干扰（微扰）后会发生什么变化。

这里出现的公式 (21) 非常关键：

$$\text{跃迁几率} \propto \frac{\sin^2(x)}{x^2}$$

其中 x 与能量差 $(E' - E)$ 有关。

给高三学生的数学直觉：

大家在数学课学过 $\frac{\sin x}{x}$ 这个函数 (sinc函数)。

1. 当 $x = 0$ 时 (也就是 $E' = E$, 能量完全没变), 这个函数的值最大。这意味着, 能量不变的可能性是最大的。
2. 但是! 这个函数不是一根细针, 它是一个像小山丘一样的波包, 它有一定的**宽度**。
3. 这个“宽度”就代表了**不确定性**。

通过分析这个函数的宽度, 朗道和派厄尔斯发现, 能量的偏差范围 (宽度) 与时间间隔 Δt 有直接关系, 大约就是 $h/\Delta t$ 。

最震撼的结论在这里：

文本中写道：“**与扰动的强度无关**”。

这太反直觉了! 我们通常认为, 动作越轻 (扰动越小), 测量越准。但量子力学告诉你, 不管你手多轻, 只要测量发生在这个时间段内, 数学规律 (那个公式) 就决定了必然存在一个最小的能量模糊度 $h/\Delta t$ 。

总结一下这段的深意：

如果你在时刻 T_1 测了一次总能量, 然后在时刻 T_2 (间隔为 Δt) 又测了一次。你会发现这两个能量值不一样。这个差别不是因为你测不准 (技术误差), 也不是因为能量真的凭空消失了, 而是量子力学的基本原理——**时间-能量不确定性**在起作用。这限制了我们在短时间内验证“能量守恒定律”的精度。换句话说, 在极短的时间尺度下, 大自然允许能量有一点点“账目不平”。你好! 很高兴能以学术导师的身份为你解读这段关于量子力学发展史和核心理论的文本。我们要探讨的是物理学中最迷人、也最具争议的话题之一——海森伯不确定性原理, 特别是其中关于“时间”和“能量”关系的深层含义。这部分内容涉及到了朗道 (Landau)、派尼尔斯 (Peierls)、玻尔 (Bohr) 以及曼捷尔施坦姆 (Mandelstam) 和塔姆 (Tamm) 等物理学巨擘的思想交锋。

让我们开始第一部分的深入解读。

【原文】

$$|E + \bar{E} - E'| \approx \frac{h}{\Delta t} \quad (22)$$

或者，若用 $\Delta E, \dots$ 表示 $\Delta t, \dots$ 的测量误差，并且若在最佳情况下 ε 和 ε' 是可以精确测量的 ($\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon' = 0$)，则

$$\Delta(E - \bar{E}) \approx \frac{h}{\Delta t} \quad (23)$$

① 这些论断的详细证明也见 L. de Broglie, *Sur une Forme plus restrictive de Relations d'Incertitude* (Hermann, Paris, 1932).

于是，时间-能量关系同位置-动量关系完全不同；位置-动量关系不承认在同一时刻这些变量可以有精确测量的值存在，而按照朗道和派尼尔斯的看法，时间-能量关系则是把两个不同时刻的可以精确测量的能量值之间的差值同这两个时刻之间的时间间隔联系起来。

把这个结果应用到关于动量测量的单次理想实验上，朗道和派尼尔斯便能够特别清晰地论证他们关于测量的不重复性的命题。为此，他们考虑一个粒子，其初始动量为 P ，初始能量为 E ，它同一个理想的平面反射镜垂直碰撞，假设反射镜在碰撞前的动量 p 和能量 ϵ 以及碰撞后的动量 p' 和能量 ϵ' 是可以测量的 ($\Delta p = \Delta p' = \Delta \epsilon = \Delta \epsilon' = 0$)。为了决定粒子的动量 P (粒子从镜面反射之后的动量为 P')，动量守恒定律和能量守恒定律二者都将用到：

$$\begin{aligned} p + P - p' - P' &= 0 \\ |\epsilon + E - \epsilon' - E'| &\approx \frac{h}{\Delta t} \end{aligned}$$

在上述假定下，这些式子意味着不准量有下述关系：

$$\begin{aligned} \Delta P &\approx \Delta P' \\ \Delta E - \Delta E' &\approx \frac{h}{\Delta t'} \end{aligned}$$

因为 $\Delta E = v \Delta P$ ，其中 v 是粒子在碰撞前的速度，同样 $\Delta E' = v' \Delta P'$ ，他们得到

$$(v - v')\Delta P \approx \frac{h}{\Delta t'} \quad (24)$$

【解读】

同学们，这一段虽然充满了公式，但它讨论的核心思想非常有趣，那就是：“**时间-能量不确定关系**”到底和我们熟悉的“**位置-动量不确定关系**”有什么区别？

我们在高中物理课本里学过海森伯不确定性原理，通常写成 $\Delta x \Delta p \geq h/4\pi$ 。这意味着你不能同时精确知道一个粒子的位置和动量。但是，“时间”和“能量”的关系 ($\Delta E \Delta t \approx h$) 也是这样吗？

朗道和派尼尔斯这两位大物理学家站出来说：“不，这俩完全不一样！”

1. **本质区别：**位置和动量是同一个时刻的属性，它们像是跷跷板，一边精准另一边就模糊。但朗道认为，**时间-能量关系描述的是一种“过程”**。公式 (23) $\Delta(E - \bar{E}) \approx \frac{h}{\Delta t}$ 告诉我们，这个关系是把**两个不同时刻**的能量差值，与这两个时刻之间的时间间隔 Δt 联系起来了。简单说，如果你想在极短的时间内 (Δt 很小) 去测量能量的变化，那么你对这个能量变化的测量误差 (ΔE) 就会变得巨大。
2. **理想实验（思想实验）：**为了证明这一点，他们设计了一个巧妙的实验——让一个粒子去撞击一面镜子。
 - 想象你把一个球（粒子）扔向一堵墙（镜子）。
 - 你要通过测量墙的反弹情况（动量和能量变化）来推算球原来的动量 P 。
 - 这就好比警察通过测量被撞坏的栏杆来推测肇事车辆的速度。
3. **守恒定律的博弈：**利用动量守恒和能量守恒，他们推导出了公式 (24)。
 - 这里的 v 是碰撞前速度， v' 是碰撞后速度。
 - 公式 $(v - v')\Delta P \approx \frac{h}{\Delta t'}$ 揭示了一个惊人的结论：**测量的动作本身是有代价的**。
 - 如果你想让测量的过程发生得非常快 ($\Delta t'$ 极小)，那么 ΔP （动量的不确定度）就会变得非常大。

总结一下这段的物理图像：朗道和派尼尔斯想告诉我们，量子力学中的测量不是“轻轻看一眼”那么简单。测量需要时间。如果你强行缩短测量时间，你对粒子动量的扰动就会大到让你无法得到确切结果。这就引出了他们著名的“**测量不重复性**”观点，我们将在下一段详细看到。这就像是为了看清飞驰的子弹而打开超强闪光灯，结果闪光灯的能量太强，直接把子弹推偏了轨道，你测到的数据已经不再代表原来的子弹了。

【原文】

第五章 玻尔-爱因斯坦论战

变化随着测量过程时间的缩短而增大。因此，短时间的动量测量是不可重复的，并且所测得的变数之值与变数在测量后之值不同。

这些结果对于相对论量子力学的影响深远的含意不是我们现在关心所在^[12]。只要搂一下下面这件事就够了：当派尼尔斯和朗道（作为一个当时同瑞士没有外交关系的国家公民）不得不离开苏黎世到哥本哈根去时，他们同玻尔讨论了他们的论文的手稿，玻尔表示保留，一如四年海森伯把自己关于测不准关系的论文让他看时他的做法一样。

朗道和派尼尔斯从微扰论推出的结论，也可以考虑一个系统在某种扰动作用下的衰变（比方衰变为两种组分）而得到。令 Γ 代表一个能量为 E_0 的系统的寿命， E_0 是不考虑衰变时所算得的能量值， E 和 ϵ 代表衰变产物的能量，因此 $E + \epsilon$ 给出了系统在衰变前的能量值的一个估计，并且 $\Gamma = |E_0 - E - \epsilon|$ 定义了能级的宽度，那么可以证明 $\Gamma \geq \hbar/2\pi$ 。

寿命同能级宽度之间的联系大概是时间-能量关系的最重要的应用，这种联系早在现代量子力学出现之前便已经为人们所知了^[13]。实际上，曾经用经典物理学的方法把它解释为原子振子由于辐射引起的能量损失而减幅的结果。最早的量子力学推导建立

在狄拉克的光的量子理论^[14]的基础上，是由韦斯科夫和维格纳^[15] 完成的，他们用精确的学术语证明了，光谱线的自然展宽（或能级的弥散，这两个说法是等价的）同受激态的有限寿命是怎样互补的。

海森伯关系式的另一种解释是 Л. И. 曼德尔什坦姆和 И. 塔姆在曼捷尔什坦姆去世（1944 年 11 月 27 日）之前不久提出的，当时塔姆是莫斯科列别捷夫物理研究所的所长。他们^[16] 首先指出，如果能把能量看作是狭义拉克所说的意义上的可观察量，与所讨论的动力学系统的哈密顿量对应，那么就不能等同于一个单色振动的频率乘以 \hbar 。他们接着写道，因此，玻尔的推导^[17] 就不成立了，因为它建立在 $\Delta v \Delta t \sim 1$ 这一基本关系之上的，而这个关系联系的是“对振动频率的测量中的测不准量 Δv 和进行这一测量的相时间间隔 ΔT ”，并且时间-能量关系本身也变成毫无意义。

因此，曼捷尔施坦姆和塔姆认为，必须把他们对时间-能量关

【解读】

这段文字不仅涵盖了物理原理，还穿插了生动的科学史八卦，让我们看到了科学家们也是有血有肉的人。

首先，接续上一段的结论：**短时间的测量是“破坏性”的且不可重复。**意思是，因为测量过程太快，扰动太大，你测完这一次，粒子已经面目全非了，再测一次得到的结果和第一次完全没关系。

历史小插曲：这里提到了朗道和派尼尔斯去见量子力学的“教父”玻尔（Bohr）。朗道是个著名的暴脾气天才，而玻尔以温和、深思熟虑著称。文中提到玻尔对他们的论文“表示保留”，就像四年前对待海森伯一样。这说明了科学真理的探索往往不是一蹴而就的，即使是顶尖的大脑，在面对新理论时也会经历质疑和讨论。玻尔的“保留”态度往往意味着：“这很有趣，但可能还不够完善，或者解释得不对。”

接下来，文本转向了时间-能量关系最实用的领域——**寿命与能级宽度（自然展宽）**。这部分与高三物理中的原子光谱有很大联系：

1. $\Gamma \geq \hbar/2\pi$ 的含义：

- 我们在高中学原子物理时，常说电子在某个能级上，能量是确定的 E_0 。但实际上，如果电子在这个能级上只停留很短的时间（寿命 Δt 很短），根据不确定性原理，它的能量就无法精确确定。
- 这种能量的不确定性 ΔE （文中用 Γ 表示能级宽度），导致了原子发出的光不是单一频率的“细线”，而是有一定宽度的“宽带”。这就是**光谱线的自然展宽**。
- **核心逻辑：**寿命越短（粒子死得越快），能量越测不准（能级越宽）；寿命越长（比如亚稳态），能量越精确（光谱线越锐利）。

最后，文章引入了**曼德尔施坦姆（Mandelstam）和塔姆（Tamm）**的新观点。这是对时间-能量关系的第三种解读（前两种分别是海森伯的原始观点和朗道的测量扰动观点）。

- 他们批评了玻尔的老式推导（基于波的频率 $\Delta v \Delta t \sim 1$ ）。

- 他们指出，在量子力学中，能量对应的是**哈密顿量 (Hamiltonian)**，是一个算符，而不仅仅是频率。因此，必须寻找更严谨的数学基础，这就为下一段他们提出的“通过力学量的变化率来定义时间”埋下了伏笔。

简单来说，这一段是从“测量不仅干扰对象”过渡到了“粒子寿命决定了能量精度”，最后引出了“我们需要从算符角度重新定义时间-能量关系”的高级理论探索。

【原文】

第五章 玻尔-爱因斯坦论战

系的解释建立在另一种理由即下面这个事实之上：一个处于非定态的孤立的量子力学系统的总能量，同经典力学系统相反，是没有确定的和恒定的值的，而只有在一次测量中得到任一特定能量值的几率是不随时间而变的常数。另一方面，在定态中，能量是精确确定的。但这时一切力学变数的分布函数都对时间不变，于是能量值的确定使得一切力学变数都不随时间变化。

这个结论提示了他们，在能量弥散 [dispersion] 同力学变数的时间变化之间存在着某种相互关联，而时间-能量关系的意义就是这种相关性的定量表述。为了得到这定量表述，他们对于由厄密算符 R 表示的任何力学变数 (R 是运动恒量并且不显含 t)，考虑熟知的关系式

$$\Delta R \Delta E \geq \frac{1}{2} |\langle [R, H] \rangle|$$

及

$$\frac{\hbar}{2\pi} \frac{d\langle R \rangle}{dt} = i \langle HR - RH \rangle$$

从这两个式子推出不等式

$$\Delta R \Delta E \geq \frac{\hbar}{4\pi} \left| \frac{d\langle R \rangle}{dt} \right| \quad (25)$$

它通过 R 的期待值的时间变化率把能量的标准偏差 ΔE 同别的力学变数 R 的标准偏差联系起来。从 t 到 $t + \Delta t$ 对时间积分 (由于 H 是运动恒量, E 是恒定的), 曼捷尔施坦姆和塔姆得到

【解读】

这一段内容非常精彩, 因为它触及了量子力学中关于“时间”本质的最深刻理解。曼德尔施坦姆和塔姆在这里解决了一个大问题: **在量子力学里, 时间只是一个参数, 不像位置和动量那样是个算符, 那怎么能有不确定性关系呢?**

他们的解释非常巧妙, 我们可以分两步来理解, 这对于高三学生来说, 是连接经典力学和大学量子力学的桥梁。

1. 定态与非定态的区别:

- **定态 (Stationary State)**: 如果一个系统处于定态 (比如基态的氢原子), 它的能量是**精确确定的** ($\Delta E = 0$)。但是, 代价是什么? 代价是**一切都是静止的**。在这个状态下, 任何物理量的概率分布都不随时间变化。就像一张静止的照片, 虽然清晰, 但没有“动作”。
- **非定态**: 如果你想要系统发生变化, 想要看到“演化”或“运动”, 系统的能量就不能是单一的固定值, 它必须是多个能量态的叠加。这时, 能量就有了**弥散 (Dispersion, 即 $\Delta E > 0$)**。
- **结论: 要发生变化, 必须有能量的不确定性。**

2. 数学推导的物理意义:

原文展示了几个公式, 不要被它们吓倒, 我们来看它们的物理含义。

- $\Delta R \Delta E \geq \dots$ 是通用的不确定性原理形式, 其中 $[R, H]$ 是两个算符的对易子 (Commutator)。如果不为零, 说明这两个量不能同时测准。
- $\frac{d\langle R \rangle}{dt} = \dots$ 这个公式叫**海森伯运动方程**。它告诉我们, 一个物理量 R 的平均值随时间的变化率, 是由它和哈密顿量 (能量算符 H) 的关系决定的。

3. 最终不等式 (25) 的解读:

$$\Delta R \Delta E \geq \frac{\hbar}{4\pi} \left| \frac{d\langle R \rangle}{dt} \right|$$

这个式子是整段的核心! 我们可以把它变形一下来理解:

$$\Delta t \cdot \Delta E \geq \frac{h}{4\pi}$$

其中, 定义 $\Delta t = \frac{\Delta R}{|d\langle R \rangle/dt|}$ 。

- **这是什么意思?** 这里的 Δt 不再是“测量误差时间”, 而是**“特征演化时间”**。

- ΔR 是物理量 R 的不确定度 (标准差)。
- $|d\langle R \rangle/dt|$ 是这个物理量变化的速率。
- 两者相除 $\frac{\Delta R}{\text{速率}}$, 得到的是这个物理量发生显著变化 (变化量达到其自身标准差大小) 所需的时间。

通俗总结: 曼德尔施坦姆和塔姆告诉我们, **时间-能量不确定性关系其实是关于“变化速率”的限制。** 如果系统的能量非常确定 (ΔE 很小), 那么不等式右边要求变化率 $\frac{d\langle R \rangle}{dt}$ 必须非常小, 也就是系统变化得非常慢, 甚至不变化 (定态)。反之, 如果系统变化得很快 (寿命很短, 或者演化迅速), 那么它的能量不确定度 ΔE 就必须很大。

这彻底解释了为什么稳定的原子 (能量确定) 不变化, 而快速衰变的粒子 (变化快) 能量不确定度大。这不是测量仪器的锅, 这是大自然运作的根本机制! 【原文】

$$\Delta t \Delta E \geq \frac{h}{4\pi} \frac{|\langle R \rangle_{t+\Delta t} - \langle R \rangle_t|}{\Delta R}$$

其中 ΔR 表示 ΔR 在时间间隔 Δt 内的平均值。取 Δt 为 R 的期待值改变 ΔR 这样大小的时间间隔, 他们最后得到 $\Delta t \Delta E \geq h/4\pi$ 。

曼捷尔施坦姆和塔姆的解释已被好些现代教科书[\[18\]](#) 的作者所采用并简化如下: 将不等式 $\Delta R \Delta E \geq (h/4\pi)|d\langle R \rangle/dt|$ (其推导 同前) 写成

$$\frac{\Delta R}{|d\langle R \rangle/dt|} \Delta E \geq \frac{h}{4\pi} \quad (26)$$

并将 $\Delta t = \Delta t_R$ 定义为 R 的期待值改变的最小等于其不确定量 ΔR 的时间, 因此, 再一次得到 $\Delta t \Delta E \geq h/4\pi$ 。显然, 在定态中有 $d\langle R \rangle/dt = 0$, 但也有 $\Delta E = 0$ 。

现在也可以看出, 通常的利用一个长度 (位置不确定量) 为 Δq 、速度为 v 的波包的通过时间来推导时间-能量关系的方法, 不过是前述推导方法的一个特例; 即 R 是位置算

符的情形。因为若 $\Delta t = \Delta q/v$, $\Delta E = \Delta(p^2/2m) = v\Delta p$, 因而 $\Delta t\Delta E = \Delta q\Delta p \geq h/4\pi$, Δt 显然已定义为 q 的平均值改变 Δq 这样大小的时间间隔, 因为 v 是 q 的平均值的速度, 因而实际上有 $\Delta t = \Delta q/|d\langle q \rangle/dt|$ 。

正如曼捷尔施坦姆和塔姆强调指出的, 只有对于一个给定的

【解读】

同学们, 这部分内容非常精彩, 它试图解决量子力学中一个著名的难题: **时间-能量不确定关系** ($\Delta t\Delta E \geq h/4\pi$) 到底是什么意思?

大家在高二物理学过海森堡的“位置-动量不确定性原理”($\Delta x\Delta p \geq h/4\pi$)。在那里, 位置 x 和动量 p 都是粒子的属性 (算符), 它们天生就是“测不准”的伴侣。但是, “时间”在物理学中是个特殊的存在, 它通常被视为一个流逝的参数, 而不是一个可以测量的属性。那么, 这里的 Δt 究竟代表什么呢? 是测量时间的误差吗?

这段文本介绍的是**曼捷尔施坦姆 (Mandelstam) 和塔姆 (Tamm) **的经典解释, 这在现代物理中被广泛接受。他们的核心思想是: **我们要用“物理量的变化”来定义时间。**

让我们分三步来拆解这段深奥的论述:

第一步: 重新定义 Δt (特征时间)。

文本中的公式告诉我们, 这里的 Δt 并不是指你手表上走过的时间, 而是一个衡量系统“变化快慢”的标尺。

想象一下, 我们有一个物理量 R (比如电子的位置, 或者自旋角度)。这个量有一个平均值 (即期待值 $\langle R \rangle$) 和一个模糊范围 (即不确定量 ΔR)。

曼捷尔施坦姆和塔姆把 Δt 定义为: **让物理量 R 的平均值发生明显变化 (变化量达到它自身的模糊范围 ΔR 那么多) 所需要的最短时间。**

通俗地说, 如果一个东西看起来很模糊 (ΔR 很大), 或者它变化得很慢 ($d\langle R \rangle/dt$ 很小), 那么我们察觉到它发生变化所需要的时间 Δt 就会很长。

第二步: 理解公式 (26) 的含义。

公式 $\frac{\Delta R}{|d\langle R \rangle/dt|} \Delta E \geq \frac{h}{4\pi}$ 是整个逻辑的核心。

- $|d\langle R \rangle/dt|$ 是变化率 (速度)。
- ΔR 是变化的“门槛”。

- 根据运动学公式“时间 = 路程 / 速度”， $\frac{\Delta R}{|d\langle R \rangle / dt|}$ 这一项实际上就是我们定义的 Δt 。

所以，这个不等式告诉我们：**一个系统的能量不确定度 ΔE 越大，它发生显著变化所需的时间 Δt 就越短。** 换句话说，能量越“躁动”(ΔE 大)，系统演化得越快。

文本还提到了一个特例：**定态**。在定态（比如电子在原子核外的稳定轨道）中，能量是确定的 ($\Delta E = 0$)，系统的状态不随时间变化（速度为0），所以它“发生变化的时间”是无穷大。这完美解释了为什么定态可以一直保持下去。

第三步：波包的例子（连接经典直觉）。

为了让大家更信服，文本举了一个我们熟悉的“波包”例子。

想象一个粒子像一团云（波包）一样飞过。

- 它的模糊宽度是 Δq （位置不确定度）。
- 它的平均速度是 v 。
- 那么这团云“挪动一个身位”的时间就是 $\Delta t = \Delta q / v$ 。

文本推导显示，利用大家熟悉的动能公式 ($E = p^2 / 2m$) 和微积分链式法则，可以发现 $\Delta E = v \Delta p$ 。

将这两者相乘， $\Delta t \Delta E$ 就变成了 $(\Delta q / v) \cdot (v \Delta p) = \Delta q \Delta p$ ，这正是海森堡的位置-动量不确定性关系！

总结：

这段话的精髓在于，它把神秘的“时间不确定性”落地了。 **Δt 是系统发生显著物理变化的时间寿命。** 这个推导证明了，之前大家用的简单模型（波包飞过的时间）其实只是曼捷尔施坦姆-塔姆通用理论的一个特例。这让我们对量子力学中的“时间”有了更深刻、更动态的理解。由于提供的Markdown文档总篇幅较短（包括参考文献和正文在内，总字数适中），为了保证解读的连贯性和深度，我将把整篇文档合并为一个完整的【原文】区块进行处理。这样可以让我们从参考文献所体现的学术背景出发，一气呵成地讲透波尔-爱因斯坦论战中的核心物理思想。

【原文】

第五章 波尔-爱因斯坦论战

力学变数(可观察量) $R, \Delta t$ 才有有歧义的意义, 因为它代表的并不是测量 R 的期间(常常错误地把它说成是那样), 而是可观察量 R 的期待值改变的大小等于 R 的(平均)不准量时所经过的时间间隔。如果忽视了这个事实, 那就不能对时间-能量测量不准关系的各种应用有前后一贯的理解。

克雷洛夫和福克①接着既批评了朗道-派厄尔斯对时间-能量关系的解释, 也批评了曼捷尔施坦姆和塔姆的解释。对于前者他们反对说, 碰撞的时间应当只由所讨论的粒子的运动(粒子之一用作时钟)从运动学上测定, 而不是依靠一个(与时间有关的)微扰, 因为问题中不包含与时间有关的位势。实质上, 克雷洛夫和福克通过归结为位置-动量关系得到 $\Delta t \geq \hbar/\Delta E$, 其中 Δt 是粒子经过一固定点的时间的不准量。从严格的(前面已讲过的)动量守恒公式, 他们推出 $\Delta(p' - p) = \Delta(P' - P)$, 并且指出, 对于给定的 $\Delta t \geq \hbar/\Delta P$ 和足够大的 V , 可以使 ΔP 和 $\Delta P'$ 任意小, 从而使 $\Delta(p' - p)$ 也任意小。因此严格的能量守恒定律给出

$$\begin{aligned}\Delta(\epsilon' - \epsilon) &= \frac{1}{2m} [\Delta(p' + p)(p' - p) + (p' + p)\Delta(p' - p)] \\ &= (\bar{v}' - \bar{v})\Delta p = \Delta(E - E') \geq \frac{\hbar}{\Delta t},\end{aligned}$$

和朗道与派厄尔斯所得的结果相同。

【解读】

各位高三同学, 大家好! 如果不看开头那一大串让人眼花缭乱的参考文献(那些德语、俄语、英语书名其实是在告诉我们: 这个问题是物理学界的大佬们争论了半个世纪的顶级难题), 这段文字的核心其实把我们将带回了物理学史上最激动人心的篇章之一——**波尔与爱因斯坦的论战**。

你们在课本上可能学过海森堡的“位置-动量不确定性原理”($\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$), 意思是说你不能同时精准地知道一个粒子的位置和动量。但是, 量子力学里还有另一对“冤家”: **能量和时间** ($\Delta E \Delta t \geq \hbar$)。这段晦涩的文字, 实际上是在讨论这个公式到底该怎么理解, 特别是这里的“ Δt (时间不准量)”到底是指什么?

1. 别被“ Δt ”骗了: 什么是“测量时间”?

文本开头抛出了一个颠覆性的观点: Δt 并不是你拿着秒表测量某个物理量 R 所花的

时间长度。

想象一下，你在盯着一个不稳定的放射性原子核看。文本告诉我们，这里的 Δt 实际上是指“这个系统的状态发生显著变化所需的时间”。

用一个通俗的类比：假设你在听一首交响乐。如果你只听极短的一瞬间 (Δt 很小)，你是听不出准确的音调 (能量 E) 的，听起来只是一个“啪”的短促噪音。只有让音乐持续一段时间 (Δt 变大)，音调 (能量) 才会变得清晰确定。所以，要让能量确定 (ΔE 小)，时间跨度 Δt 就必须大。这就是文本中“时间-能量测量不准关系”的物理本质。

2. 大佬们的“神仙打架”：克雷洛夫和福克的反击

接下来的部分提到了一群俄国物理学家（克雷洛夫、福克、朗道等）的争论。别被名字吓到，我们看核心逻辑。

克雷洛夫和福克不同意别人的看法，他们认为“碰撞的时间”不应该由外来的干扰决定，而应该由粒子本身的运动决定。他们做了一件很漂亮的事：**把神秘的“时间-能量关系”还原成了我们熟悉的“位置-动量关系”。**

他们是这样推导的（对应文中的数学公式）：

- **第一步：** 回忆动能公式 $E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$ 。
- **第二步：** 如果动量 p 发生了一点点变化 Δp ，能量会怎么变？用微积分（或者是文中那个看似复杂的展开式）可以得到：能量的变化 ΔE 大致等于速度 v 乘以动量变化 Δp 。即 $\Delta E \approx v \cdot \Delta p$ 。
- **第三步：** 我们知道位置 x 和时间 t 的关系是 $x = v \cdot t$ ，所以位置的不确定性 Δx 可以看作是 $v \cdot \Delta t$ 。
- **第四步：** 大家都知道位置和动量的不确定性关系是 $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$ 。
- **见证奇迹的时刻：** 把 Δx 换成 $v \cdot \Delta t$ ，代入公式，就变成了 $(v \cdot \Delta t) \cdot \Delta p \geq \hbar$ 。重新组合一下： $(v \cdot \Delta p) \cdot \Delta t \geq \hbar$ 。
- **结论：** 因为 $v \cdot \Delta p$ 就是能量变化 ΔE ，所以最终得到了 $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$ 。

这段文字最后的公式就在展示这个过程：通过动量守恒和能量守恒，证明了如果你想在极短的时间内 (Δt 小) 测量能量变化，由于动量的不确定性，能量的变化量 (ΔE) 必然会很大。

总结：

这段文字看似枯燥，实则是在用最严谨的数学语言捍卫量子力学的基石。它告诉我们，在这个微观世界里，精准是需要付出代价的——你想把事情发生的时间卡得越死，你对它能量状态的了解就越模糊。这就是量子世界的游戏规则。---

【原文】

① Н. С. Крылов и В. А. Фок, “Две главные интерпретации соотношения неопределенности для энергии и времени,” ЖЭТФ 17, 93—96 (1947); 英译文“On the uncertainty relation between time and energy,” Journal of Physics USSR, 11, 112—120 (1947).

量子力学的哲学

克雷洛夫和福克对曼捷尔施坦姆-塔姆推导的反对意见是，这种推导依靠波函数和算符运算，这就使它只有统计的意义。使它不能应用于单次测量。在附有这一保留的条件下，他们承认把时间能量关系看成联系一个系统的态的寿命与其所含能量的不确定量的关系式是正确的。

由玻尔、朗道和派厄尔斯、克雷洛夫和福克分别提出的各种对时间-能量关系的解释，虽然其在推导方面有小的差异，但是有一个方面是共同的：他们都同意，一次能量测量的期间越短，那么能量传递的不确定量就越大，或者更精确地说，在时间间隔 Δt 内完成的任何能量测量，都必然包含有一个传递给被观察系统的能量的最小不确定量 $\Delta(E' - E) \geq \hbar/\Delta t$ 。

阿哈朗诺夫和玻姆①在 1961 年提出要否定这个结论，其主要理由有二：(1) 由于这个结论只有在理想实验的基础上才能得出，这就违反了下述普遍原理，即一切测不准关系同样也应当可以从数学形式体系推导出；(2) 引作论据的各种测量过程的例子是不够普遍的，因而会令人产生误解的。实际上，阿哈朗诺夫和玻姆提出了下述机制，作为在任意短的时间间隔内进行精确的能量测量的一个实例。他们用 x, p_x 代表被观测系统的力学变数，用 y, p_y 代表观测仪器的力学变数，并考虑哈密顿量

$$H = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + yp_xg(t) = H_x + H_y + H_{\text{相互作用}}$$

【解读】

各位同学，大家好！今天我们要探讨的是量子力学中一个非常深刻且充满争议的话题——**时间与能量的测不准关系**。

大家在高二物理课本里可能接触过海森堡的“位置-动量测不准关系”($\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$)，意思是说你不可能同时精确地知道一个粒子的位置和动量。但是，对于“时间”和“能量”，这个关系是否也同样成立呢？这一段文本就是在讨论物理学界大佬们对此的激烈辩论。

首先，我们要认识到，关于“时间-能量”的不确定性，学术界主要有两种看法。一种是以曼捷尔施坦姆和塔姆为代表的，他们试图用纯数学的算符来推导它；但克雷洛夫 (Krylov) 和福克 (Fock) 这两位苏联物理学家跳出来反对，他们说：“慢着，你们这种推导是基于波函数的，波函数本身是概率波，所以你们的结论只能用于‘统计’(也就是做一万次实验看平均)，而不能用来描述‘单次测量’(只做一次实验)。”不过，他们也退了一步，承认如果把这个公式理解为“粒子的寿命越短，其能量的不确定度就越大”(比如很不稳定的粒子，它的质量/能量就测不准)，这是没问题的。

接着，文本提到了一个“江湖共识”。包括玻尔 (Bohr)、朗道 (Landau) 这些诺贝尔奖级别的物理学家都同意一点：**测量动作本身是有代价的**。你想在极短的时间 Δt 内测量一个系统的能量，你就必须狠狠地“打扰”这个系统。这个测量过程本身会给系统传递能量，而你测得越快，你传递给系统的这部分能量就越“没谱”(不确定量越大)。这就好比你要给一辆飞驰的赛车拍照，快门速度越快 (测量时间越短)，虽然画面定格了，但实际上为了照亮它需要的闪光灯能量极强，可能反而把车推偏了。所以，共识是：快速测量必然导致能量的巨大不确定性。

但是！剧情在 1961 年出现了反转。著名的阿哈朗诺夫 (Aharonov) 和玻姆 (Bohm) 站出来挑战这个权威结论。他们说：“大家之前的结论都是靠‘理想实验’(也就是脑补的实验) 得出来的，没有严格的数学证明，这不科学。”他们认为，应该能从纯数学公式上推导出，我们**可以在极短的时间内精确测量能量**。为了证明这一点，他们抛出了一个具体的数学模型 (哈密顿量 H)。在这个模型里，他们把“被观测的粒子”和“测量仪器”分成了两个部分，并设计了一个特殊的相互作用项。这就好比他们宣称发明了一种超级摄像机，哪怕快门只有一亿分之一秒，也能把能量拍得清清楚楚。接下来的部分，我们就要看看这个数学魔术是怎么变的。

【原文】

① Y. Aharonov and D. Bohm, “Time in the quantum theory and the uncertainty relation for time and energy,” Phys. Rev., 122, 1649—1658 (1961).

第五章 波尔-爱因斯坦论战

其中 $g(t)$ 在时间 $t_0 \leq t \leq t_0 + \Delta t$ 之内为一恒量, 而在此之外为零。由它推出的运动方程为 $x = p_x/m + yg(t)$, $y = p_y/m$, $\dot{p}_x = 0$ 及 $\dot{p}_y = -p_x g(t)$, 它们表明, p_x 是一个运动恒量, $p_y = p_y^0 - p_x g(t) \Delta t$ 。于是可以通过观察 $p_y - p_y^0$ 来测量 p_x 。只要仪器的偏转 $\Delta(p_y - p_y^0)$ 大于仪器的初始态中的不确定量 Δp_y^0 , 或 $\Delta p_y g(t) \Delta t \geq \Delta p_y^0$ 。但是这是可以在任意小的 Δp_y 和 Δt 的条件下做到的, 如果 $g(t)$ 取得够大的话。翻译成实验的语言, $g(t)$ 对应于在 Δt 时间内的一个力的作用, 或对应于一次双重碰撞[double collision]。于是阿哈朗诺夫和玻姆得出结论说, 能量是可以在一个任意短的时间间隔内可重现地测量的。

福克①在对阿哈朗诺夫和玻姆的挑战的批评中指出, 使用一个对应于相互作用的瞬刻的启迪和断开的不连续的时间函数, 这就等于引入一个其结构违反测不准关系的场; 照福克看来, 阿哈朗诺夫和玻姆是把待证明的命题本身当成了他们的前提。因而犯了循环论证的错误[committed a petitio principii]。

【解读】

这段话看着公式多, 其实核心逻辑非常精彩, 它是一个关于“暴力美学”的物理辩论。

我们先看阿哈朗诺夫和玻姆 (简称 A-B) 是怎么“变魔术”的。他们引入了一个函数 $g(t)$ 。想象这是一个开关, 只在极短的时间 Δt 内打开 (数值为恒量), 其他时间全是 0。这个 $g(t)$ 代表了仪器和粒子之间的**相互作用强度**。

根据牛顿第二定律的变种 (正则方程), 他们推导出:

1. 粒子的动量 p_x 在测量过程中保持不变 (是一个运动恒量)。
2. 仪器的动量 p_y 却发生了变化, 变化的量直接取决于粒子的动量 p_x 和那个开关函数 $g(t)$ 。

这意味着什么？意味着仪器其实是一个“动量转化器”，它把粒子的信息“抄”到了自己身上。你想测粒子的能量（与 p_x 相关），只需要看仪器指针偏转了多少（看 p_y 的变化）就行了。

关键的推导来了：为了让测量准确，仪器的指针偏转必须足够大，大到超过仪器本身的误差 (Δp_y^0)。公式告诉我们，偏转量大致等于 $p_x \cdot g(t) \cdot \Delta t$ 。

A-B 争辩说：哪怕时间 Δt 无限小（测量极快），我只要让 $g(t)$ 无限大，乘积依然可以很大！

这就是我说的“暴力美学”。翻译成人话就是：如果你想在极短一瞬间测出物体的属性，你就必须用极大的力去撞击它。他们把这称为“双重碰撞”。结论就是：只要你力气够大 ($g(t)$ 够大)，时间再短也能测得准！从而否定了“时间短就不准”的传统观念。

但是，反方辩手福克 (Fock) 立刻指出了这个逻辑的致命漏洞。他认为这简直是“循环论证”。

福克说：你们那个函数 $g(t)$ ，是一个瞬间开启又瞬间关闭的阶跃函数。在物理上，要制造这样一个完美的、瞬间极强的场，这个场本身就需要包含无穷大的频率成分（高三数学如果学过傅里叶变换会有概念，越陡峭的波形需要越高的频率）。

这就意味着，你们引入的这个“测量场”本身，就是一个违反了测不准关系的东西。你们假设了一个无限精确、无限强大的场存在，然后用它证明了可以无限精确测量。这就像是说：“假设我有超能力，所以我证明了超能力是存在的。”福克认为这在逻辑上是不合法的，因为你引入的这个 $g(t)$ 在量子力学现实中根本造不出来。

【原文】

阿哈朗诺夫和 玻姆②在试图为他们的论题进行辩护时解释说，“场” $g(t)$ 的能量 中出现不确定量，并不一定在被观察粒子的能量中引入同等的不确

定量。福克在一致《物理科学的成就》[Успех Физических

① B. A. Fock, “О соотношении неопределенности для энергии и времени и об одной попытке его опровергнуть,” ЖЭТФ 42, 1135—1139 (1962); 英译文 “Criticism of an attempt to disprove the uncertainty relation between time and energy,” Soviet Physics JETP 15, 784—786 (1962).

② Y. Aharonov and D. Bohm, “Answer to Fock concerning the time energy inde terminacy relation,” Phys. Rev., 134B, 1417—1418 (1964).

量子力学的哲学

粒子的]编者的信中①回答道, 否认能量为无穷大的场量子传递给 粒子的可能性, 就意味着否认能量守恒定律对客体-仪器系统的适 用性, 而这一定律乃是讨论被观察系统的能量变化的前提。

奥科克②则较肯定地评价了阿哈朗诺夫-玻姆对时间-能量关 系 (在玻尔及其信徒的意义下的) 的驳斥。他接受了在无穷短的 时 间间隔内的精确的能量测量是可重现的这一结论。他对阿哈朗诺 夫-玻姆的反对意见, 只限于他们忽略了光子发射对能量平 衡的效应, 但他又承认, 在非相对论的测量中这一效应是可忽略而 不计的, 因为光子发射的总能量平均说来与 c^{-3} 成正比。

【解读】

这一段继续展示了这场顶尖物理学家之间的“神仙打架”, 并且引入了一位“裁判员”奥科克。

面对福克的指责 (即“你们用的场本身就不合法”), 阿哈朗诺夫和玻姆并没有投降。他们辩解说: “就算我们的测量场 $g(t)$ 本身能量很不确定, 但这不代表这股乱七八糟的能量一定会传给被观测的粒子啊。”他们的意思是, 仪器归仪器, 粒子归粒子, 仪器的混乱未必会污染粒子的纯洁性。

福克对此的回应非常犀利, 他直接祭出了物理学至高无上的法律——**能量守恒定律**。他在信中反驳道: 如果那个极强的测量场 (场量子) 具有无穷大的能量不确定性, 而你又说它不会传递给粒子, 那你就是在否定“粒子+仪器”这个总系统的能量守恒。在物

理学里，能量不会凭空消失或产生，如果源头（仪器）是疯狂波动的，通过相互作用，目标（粒子）必然也会受到影响。如果连能量守恒都不要了，那我们还讨论什么物理测量呢？

这时候，另一位物理学家奥科克（Allcock）出场了。他的态度比较中立，甚至有点偏向挑战者。

1. **肯定挑战者：**他认为阿哈朗诺夫和玻姆在数学逻辑上是站得住脚的。他接受了那个结论，即在理论上，确实可以在无穷短的时间内进行精确的、可重复的能量测量。这实际上是对玻尔传统学派的一次打击。
2. **小小的修正：**奥科克指出，A-B 的模型太理想化了，忽略了一个实际问题——**光子发射**。当你用极其剧烈的方式（短时间、大能量）去测量粒子时，粒子可能会因为剧烈加速而辐射出光子（在电磁学里，加速电荷会辐射电磁波）。这会带走能量，从而影响能量平衡。
3. **最终裁决：**但是，奥科克又自己把这个反驳给撤回了一半。他说，在**非相对论**（即速度远小于光速 c ）的量子力学里，这个光子发射效应非常微弱（与光速的三次方 c^3 成反比，分母超级大，所以值很小），基本可以忽略不计。

所以，这段话的总结是：虽然福克用“能量守恒”进行了强力反击，但在纯粹的非相对论量子力学框架内，阿哈朗诺夫和玻姆的“快速测量”理论似乎守住了阵地，被部分学者（如奥科克）认为是可行的。

【原文】

我们看到，海森伯-玻尔型的‘时间-能量关系的推导和诠释中 所遇到的困难，同曼捷尔施坦姆-塔姆型的困难相反，其根源在于 这一事实：“时间”在量子力学所处的地位是一个额外的拓扑编序参量[topologically ordering parameter]，而不是一个可用一厄密(超极大*) 算符表示的力学变量。虽然所有其他的量(特别是通过洛伦兹变换与 t 有密切联系的那些 x, y, z) 都用算符表示，但是和

【解读】

这段话是全篇的“点睛之笔”，它揭示了为什么“时间-能量”测不准关系会引发长达几十年的争论。原因不在于具体的实验技术，而在于量子力学最底层的**数学结构**出了问题。

我们要理解这句话，得先回顾一下高中物理和一点点大学物理的概念：在量子力学里，物理量（比如位置 x 、动量 p 、角动量 L ）都被表示为**算符**（Operator，可以理解为对波函数进行操作的指令，通常是矩阵或微分算子）。著名的海森堡测不准关系 $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$ ，之所以成立，在数学上是因为位置算符 \hat{x} 和动量算符 \hat{p} “不对易”（交换顺序后结果不一样）。

但是！**时间 (t) 在量子力学里是个异类。**

文本中说，时间是一个“额外的拓扑编序参量”。这是什么意思呢？

1. **参量 (Parameter)**：时间就像是一个舞台背景，或者是墙上的挂钟。它是一个独立的变量，用来标记事件发生的顺序（编序），它自己不是一个由系统状态决定的物理量。
2. **非算符**：在标准的量子力学里，**不存在一个“时间算符”** \hat{t} 。你不能像测量位置那样去“测量”时间算符。

这就造成了巨大的尴尬。狭义相对论（爱因斯坦）告诉我们，时间 t 和空间 x, y, z 是平权的，它们共同构成了四维时空，应该地位平等。

然而，在量子力学里：

- x, y, z 是**算符**（主角，可以被测量，有不确定性）。
- t 只是个**参数**（舞台背景，绝对的数值）。

这种数学地位的不平等，就是所有困难的根源。海森伯和玻尔试图用直觉去类比，认为 $\Delta E \Delta t$ 应该像 $\Delta x \Delta p$ 一样成立，但在数学上却找不到对应的“时间算符”来严格推导它。这就导致了像阿哈朗诺夫和玻姆这样的人可以钻空子，通过设计特殊的哈密顿量来挑战传统观点。因为只要时间不是算符，严格来说，就没有数学定理禁止我们在短时间内精确测量能量。

所以，这一段告诉我们：物理学不仅是实验的科学，更是对基本概念定义的严酷拷问。如果基本定义（如时间的地位）不统一，理论的大厦就会出现裂缝。你好！很高兴能为你解读这份关于量子力学深层哲学的文档。这部分内容讨论的是物理学中一个极其深刻且令人头疼的问题——“时间”到底是什么？在高中物理课本里，时间 t 是一个我们随时代入公式的参数，但在量子力学的前沿讨论中，事情远没有这么简单。

我们下面将分为三个部分来详细阅读和剖析这段文本。

【原文】

- ① B. A. Фок, “Еще раз о соотношении неопределенности для энергии и времени,” УФН 86, 363—365 (1965); 英译文 “More about the energy-time uncertainty relation,” Soviet Physics Uspekhi 8, 628—629 (1966).
- ② G. R. Allcock, “The time of arrival in quantum mechanics,” Ann. Physics 53, 253—285, 286—310, 311—348 (1969), 又见 M. Razavy, “Time of arrival operator,” Canadian Journal of Physics 49, 3075—3081 (1971).
- ③ * 超极大算符 (hypermaximal operator) 是冯·诺伊曼所用的术语, 指的是本征问题可解的厄密算符。所谓超极大算符, 是指不能作真开拓 (proper extension) 的厄密算符。它在一切可以合理地定义 (即不破坏其厄密性) 的点均已定义。(J. Von Neumann, Mathematical Foundations of Quantum Mechanics, pp. 153—154)。本征值可解的条件比极大性条件要强。因此叫超极大算符。(同上书, pp. 164—169)。—译者注

第五章 波尔-爱因斯坦论战

时间对应的却是一个通常的数学参量 t , 这一事实曾被冯·诺伊曼 称为“量子力学的一个根本的……实际上是最弱的弱点。”①

如果能够引进一个算符 T , 它同哈密顿量 H 满足对易关系 $[T, H] = i\hbar/2\pi$, 那么就能把时间-能量关系和位置-动量关系在 逻辑上置于同等的地位。相对性要求平等地对待时间和位置坐标, 以及平等地对待能量和各个动量分量, 在这个要求推动下, 薛定谔 ②在 1931 年曾探讨过在同一希尔伯特空间中为四维矢量 (t, x, y, z) 引进一个四维相乘厄密算符的可能性, 但是他没有成功。

1958 年, F. 英格尔曼和 E. 非克③在下述事实的基础上, 重新 提出了这个问题, 那就是: 狄拉克的关于共轭算符的本征值的定理 并不一定成立, 如果其证明中所用到的幺正变换不在原来的本征 函数与变换了的本征函数之间建立一个自同构关系的话。在这个 表明这一反对对引进量子力学时间算符的主要反对意见怎样可以 被 克服之后, 两位作者似乎从下述对应性考虑得到了鼓励。如果在 由一个宏观时钟确定的 (牛顿时间) t_0 时刻, 一个力学系统的状态由 (p_0, q_0) 表征, 那么力学定律就决定了时钟的读数为 t 时的状态 (p, q) 。但是, 反过来也能够通过考察状态 (p, q) 来测定时间 $t - t_0$, 这是 把系统本身当作一个时钟来用; 因为根据哈密顿-雅 科比理论, 存在有一个函数 $T(p, q)$, 使得

- ① ⑦ 注 1 文献 (1932, p. 198; 1955, p. 354)。
- ② E. Schrödinger, “Spezielle Relativitätstheorie und Quantenmechanik,” Berliner Berichte 1931, 238—248.
- ③ F. Engelmann and E. Fick, “Die Zeit in der Quantenmechanik,” Nuovo Cimento, Supplement 12, 63—72 (1959).

【解读】

同学们，这一段虽然看着公式和术语很多，但核心思想其实非常有意思，它触及了量子力学和相对论之间的一个巨大矛盾。

首先，我们在高中物理学运动学公式时，比如 $x = vt$ ，这里的时间 t 是什么？它是一个独立的变量，或者说是一个“参数”。它就像一个绝对公平的裁判，站在跑道外面掐表，不管跑道上发生什么，时间 t 都在均匀流逝。这就是文本中提到的“通常的数学参量”。

但是，到了量子力学里，其他的物理量如位置 (x)、动量 (p)、能量 (H , 哈密顿量) 都变成了“算符”(Operator)。简单来说，在量子力学里，物理量不再是一个单纯的数字，而是一种运算规则。著名的海森堡不确定性原理 $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$ 就是基于这两个算符的特殊数学关系（对易关系）推导出来的。

这时候，大数学家冯·诺伊曼（计算机之父，也是量子力学的奠基人之一）指出了一个痛点：**为什么大家都是算符，唯独时间 t 还是个普通的参数？** 这太不公平了，也太不“相对论”了。因为爱因斯坦的相对论告诉我们，时间 t 和空间 x, y, z 应该是平起平坐的四维时空。如果 x 是算符，那 t 理应也是算符。如果 t 只是个参数，那它就成了量子力学理论体系中“最大的弱点”。

于是，物理学家们开始尝试寻找一个“时间算符” T 。他们希望这个 T 和能量 H 的关系，能像位置 x 和动量 p 的关系一样完美。如果能找到，那么我们就能推导出完美的“时间-能量不确定性关系”： $\Delta T \Delta H \geq \hbar/2$ 。

文本中提到，著名的薛定谔（就是那是猫的主人）早在 1931 年就试过，但失败了。为什么？因为数学上遇到了困难。直到 1958 年，英格尔曼和非克试图复活这个想法。他们的核心思路很有趣：**把系统本身当作时钟。**

想象一下，你没有手表（没有外部参数 t ），你怎么知道时间过了多久？你可能会看太阳的位置，或者看沙漏里沙子的多少。这时，你是通过观察系统的状态（位置 q 和动量 p ）来反推时间的。这就是文本最后提到的 $T(p, q)$ ，即“内部时间”。物理学家们想通过这种方式，把时间从一个“高高在上的裁判”变成一个“参与比赛的选手”，从而将其纳入量子力学的算符体系中。

接下来，我们将看到这种尝试究竟构造出了什么样的数学形式，以及它遭遇了什么新的困难。

【原文】

量子力学的哲学

210

$$T(p, q) = T(p_0, q_0) = t - t_0.$$

于是，如果能够定义一个和 $T(p, q)$ 对应的厄密算符（也是超极大的），那么它就会提供——按照冯·诺伊曼对量子力学形式体系的公理化表述——一个代表量子力学时钟的行为的可观察量。和通常的时间参量 t 即“外部时间”相反，这种“内部时间”在微观系统上进行测量时将受有典型的量子力学涨落。例如，对于一个能量取值确定的态，这个时间可观察量的不确定量或散布[spread] 可以是无穷大，但其期待值仍应等于 t 。在这些想法的基础上，H. 保罗①对于由沿一维的 q 轴运动的一个自由粒子组成的系统，精心构造出这样一个时间算符：

$$T = \frac{1}{2} m(qp^{-1} + p^{-1}q).$$

不难看出，这个时间算符同哈密顿量算符 $H = p^2/2m$ ，满足对易关系 $[T, H] = i\hbar/2\pi$ ，并且满足关系 $d/dt = (2\pi/i\hbar)[T, H]$ ，于是实际上有 $= t$ 。保罗也对一维线性简谐振子的情况成功地构造出 T ，并且能够定出系统的“时钟本征态” φ_i ，这些态满足（近似地）本征方程 $T\varphi_i = t\varphi_i$ 。但是，在对这个问题进行更细密的考查之后，他得到的结论是，只有对非常有限的一组状态，才能建立起了 T 的期待值，因此，从这个方面来进行的对时间-能量关系的推导，同样也只在特殊的场合下才成立。

① H. Paul, "Über quantenmechanische Zeitoperatoren," Ann. Physik 9, 252–261(1962).

【解读】

这一段深入到了具体的操作层面，非常有“极客”精神。

物理学家们在想：如果我们能把时间定义为一个算符（就像位置和动量那样），那意味着什么？意味着**时间本身也会有“量子涨落”**。

这听起来很科幻。在经典物理中，你看着表，时间是一秒一秒精准流逝的。但在量子力学里，如果你把微观粒子（比如一个电子）当作时钟，它的“内部时间”是不确定的。文本中提到，如果你精准地知道这个粒子的能量（“能量取值确定的态”），那么根据测不准原理（时间-能量不确定性），你对时间的测量结果的散布（误差范围）就可能是无穷大！也就是说，**如果能量绝对精准，你根本不知道现在是几点**。这就是“内部时间”与“外部时间”的本质区别。

接着，文中出现了一位名为 H. 保罗的物理学家，他动手构造了一个具体的公式。大家看这个公式： $T = \frac{1}{2}m(qp^{-1} + p^{-1}q)$ 。

不要被这些倒数吓倒。这里的 q 是位置， p 是动量， m 是质量。

高中物理告诉我们 $p = mv$ ，所以 p^{-1} 大概相当于 $1/mv$ 。

那么 $q \cdot p^{-1}$ 大概就是“距离 ÷ 速度”，这就等于“时间”！

保罗巧妙地利用位置和动量的组合，拼凑出了一个具有“时间”量纲的算符。而且最妙的是，经过复杂的量子力学运算（对易关系），这个算符的平均值（期待值 $\langle T \rangle$ ）真的等于我们通常说的时间 t 。

看起来问题解决了吗？并没有。

虽然这个“量子时钟”在平均意义上是准的，但在细节上出了大问题。文本最后指出，这个算符非常脆弱。它只在“非常有限的一组状态”下才有效。就好比你造了一个时钟，它只有在每天中午12点那一瞬间是准的，或者只能在温度恰好25度时工作，其他时候全是乱码。

这说明，试图强行用位置和动量拼凑出一个完美通用的“时间算符”，在数学上是非常困难的。量子力学的数学结构似乎在抗拒把“时间”变成一个普通的算符。这让物理学

家们意识到，想要在量子力学里把时间和能量完全对应起来，可能需要更彻底的理论变革。

【原文】

第五章 波尔-爱因斯坦论战

211

弗里克和英格尔曼①以及奥科夫的作表明确，关于引进一个量子力学时间算符的问题，看来只有在对习用的量子力学形式体系 152 作适当的推广之后，才能得出有物理意义的答案。这种推广可以是，比如说，放宽只有超极大算符才代表可观察量的条件；或者是利用如罗森包姆②所定义的种种“超希尔伯特空间”。

解决这个问题的另一种有趣尝试，是俄亥俄州克里夫兰凯斯学院[Case Institute]的兰金③所提出的一种量子力学表象，在这种表象中对位置、动量、能量和时间都是同样看待的，每一个都由适当的拓扑时间空间 S 上的一个可测函数来表示。在这个理论中，每一个可观察量，包括时间在内，都有一个几率分布，这就使得能够把时间-能量关系解释为下述事实的表示式：能量变化越小，作为正规测度空间 S 上的一个函数（算符）的时间的随机性便越大④。

在对海森伯空间 Δt 的解释的争论的推动下，从 1963 年以来担任洪堡大学[Humboldt University]教授、后来并成为了柏林

【解读】

这一段是整场讨论的升华，它展示了科学家们在面对死胡同时的创新精神。

既然在现有的量子力学规则（形式体系）下造不出完美的“时间算符”，科学家们决定：**那就修改规则！**

文本中提到了几种“推广”方案，虽然听起来很深奥，但我们可以这样理解：

1. **放宽标准**: 原本冯·诺伊曼规定, 只有一种叫“超极大算符”(我们在第一段的注脚里见过这个词) 的完美数学对象才能代表物理量。现在物理学家说, 能不能不要那么完美? 也许我们可以接受一些稍微有瑕疵的算符来代表时间。
2. **扩大地盘 (超希尔伯特空间)**: 标准的量子力学是在“希尔伯特空间”这个数学舞台上表演的。如果这个舞台装不下“时间”这位大佛, 那我们就把舞台扩建, 搞一个“超希尔伯特空间”。

接着, 文中重点介绍了一个来自俄亥俄州的兰金 (Rankine) 教授的有趣尝试。他的想法非常激进且具有美感: **彻底平权**。

在兰金的理论里, 位置、动量、能量、时间, 大家都是平等的, 都变成了“概率分布”。

请大家回想一下高中化学学过的电子云, 电子的位置不是一个点, 而是一团概率云。兰金的意思是, **时间也应该是一团“云”**。

在这个理论下, “时间-能量关系”得到了一个非常直观的解释:

- 如果能量的变化范围很小 (能量测得很准), 那么时间的“云”就会弥散得很大 (时间的随机性变大)。
- 这就是我们常说的 $\Delta E \Delta t$ 关系的一种新解释。在这里, 时间不再是那个滴答滴答均匀流逝的背景, 它本身也充满了随机性和不确定性。

这段文本的最后, 虽然句子被截断了, 但我们能看出它引出了这方面研究的另一位重要人物 (洪堡大学的教授)。

总结一下:

这一整节内容其实都在纠结一个问题: **怎么让“时间”在量子力学里有个正式的名分?** 从最早把时间看作绝对参数, 到试图构造复杂的算符, 再到最后不得不修改数学空间和规则。这告诉我们, 高三物理课本里那些确定的公式背后, 其实隐藏着人类最顶尖大脑长达半个世纪的困惑和探索。科学不仅仅是做题, 更是不断挑战定义、打破框架的过程。你好! 我是你的学术导师。这份文档非常精彩, 它深入探讨了量子力学历史上最著名的辩论之一——爱因斯坦与玻尔关于“光子箱”实验的交锋。更有趣的是, 文中的特雷德尔 (Treder) 试图用一种新的视角 (纯量子力学视角, 而非广义相对论视角) 来重新审视这个问题。

这部分内容涉及到了高中物理的弹簧振子、能量守恒, 以及大家比较陌生的海森堡不确定性原理的深层含义。别担心, 我会一步步带你拆解这些看似高深的理论。

让我们开始第一部分的解读。

【原文】

- ① E. Fick and F. Engelmann, "Quantentheorie der Zeitmessung," Z. Physik 175, 271—282 (1963); 178, 551—562 (1964).
- ② D. M. Rosenbaum, "Super Hilbert space and the quantum mechanical time operator," Jour Math. Phys. 10, 1127—1144 (1969).
- ③ B. Rankin, "Quantum mechanical time," Jour, Math, Phys 6, 1057—1071 (1965).
- ④ 关于通过算符的时间平均对时间—能量关系的一种新颖而又初等的解释，见 E. Durand, Mécanique Quantique (Masson, Paris, 1970), vol. I, pp. 122—132。另一种不常见的推导 (它与这多元定理[matheorem]一致; 量子力学的形式体系能够引出它本身的解释) 见 I. Fujiwara, "Time-energy indeterminacy relationship," Prog. Theor. Phys. 44, 1701—1703 (1970); M. Bauer and P. A. Mello, "The time-energy uncertainty relation," Ann. Physics 111, 38—60 (1978).

量子力学的哲学

212

德国科学院纯粹数学研究所所长的特雷德尔，不久前重新讨论了爱因斯坦的箱子实验。照特雷德尔⑤看来，关系式 $\Delta t \Delta E \geq h$ 不能应用于对稳定系统的能量和时间测量中的不准量上，这已很明显了；相反，通过这个关系式断言在一次不准量为 ΔE 的能级差 $E_2 - E_1$ 的测定中，两次能量测量在时间上必须隔开一个间隔 $\Delta t \geq h / \Delta E$ ，可以看出它是把非定态的寿命（半衰期）和它们的能量散布（线宽）联系起来；若一个非定常系统的初态有确定的能量，则终态的能量具有一个非定常的量子统计学涨落。特雷德尔论证说，为了把这个结果应用到爱因斯坦实验上，必须考虑由许多箱子构成的一个系统 Σ ，每个箱子都有同样的初始 153 能量，悬挂的弹簧受到同样的张力。在发射一个粒子之前，每个“箱子+弹簧”系统都处于稳定平衡态。一当发射一个质量为

dm 的粒子，弹簧的张力和箱子的重量就不再平衡，各个系统开始振动，其振幅 dq 和作用在系统上的力

$$a \cdot dq = g \cdot dm \quad (28)$$

成正比，其中 α 是弹簧常数。如果设有阻尼，每个系统的振动能量都会由下式给出：

$$\frac{1}{2} a \cdot (dq)^2 = \frac{1}{2} g \cdot dm \cdot dq \quad (29)$$

而弹簧伸长的变化量 dq 因而还有 dm 就不能确定。但是，由于在

【解读】

这段文字首先列举了一些参考文献，虽然看起来枯燥，但它们表明了我们讨论的话题是有深厚学术背景的。我们要重点关注的是正文部分，主角是德国科学家特雷德尔 (Treder)，他要把爱因斯坦那个著名的“光子箱”实验拿出来“炒冷饭”，但炒出了新味道。

首先，我们要复习一下**海森堡不确定性原理**的一个形式： $\Delta t \Delta E \geq h$ 。在高三物理中，我们学过位置和动量的不确定关系 ($\Delta x \Delta p \geq h/4\pi$)，但时间和能量的关系往往讲得比较少。特雷德尔在这里指出：这个公式不能随便用在那种一直不变的“稳定系统”上。他认为，这个公式真正的物理意义是联系**寿命**和**能量宽度**的。举个通俗的例子：大家听音乐，如果一个音符持续的时间 (Δt) 非常非常短，短到像一次点击，你就很难听出它准确的音高 (能量 E)；只有当音符持续一段时间，音高才清晰。所以，时间越短，能量 (音高) 的不确定度就越大。

接下来，特雷德尔把这个逻辑套用到“爱因斯坦箱子实验”中。爱因斯坦设计的这个实验原本是为了反驳量子力学，大意是：用一个挂在弹簧下的箱子，控制快门在某一时刻飞出一个光子 (或粒子)，通过称重箱子来精确测定能量变化。爱因斯坦认为这样可以同时精准测定时间和能量，从而推翻不确定性原理。

特雷德尔引入了**统计系统**的概念 (即文中的系统 Σ)，意思是不能只看一个箱子，要看无数个一模一样的箱子。

请注意文中的公式 (28)： $a \cdot dq = g \cdot dm$ 。这里的 a 其实就是我们高中物理学的劲度系数 k (胡克定律 $F = kx$)， dq 是位移变化量 Δx ，等式右边是重力变化。这告诉我们，粒子飞出后，质量变了，原来的平衡被打破，箱子就像弹簧振子一样开始振动。

公式 (29) 则计算了这个振动的能量: $\frac{1}{2}a(dq)^2$, 这正是弹簧弹性势能的公式 (高中课本里的 $\frac{1}{2}kx^2$)。

特雷德尔在这里埋下了一个伏笔: 如果弹簧一直这么振动下去 (没有阻尼), 我们就永远没法读出准确的读数, 因为指针在乱晃。要测量, 就必须让它停下来。

【原文】

⑤ H. J. Treder, “Das Einstein-Bohrsche Kasten-Experiment,” Monatsberichte der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin 12, 180—184(1970); 英译文 “The Einstein-Bohr box experiment,” 载于 Perspectives in Quantum Theory, W. Yougrau and A. van der Merwe, eds. (MIT Press, Cambridge, London, 1971) ,pp. 17—24.

第五章 波尔-爱因斯坦论战

213

摩擦, 这个运动是阻尼的, (29) 式给出的能量会作为热耗散散到周围环境中去 (信息遭到损失)。耗散掉的能量的大小随系统而异, 有一涨落 ΔE , 它振动过程的平均寿命 Δt 成反比:

$$\Delta E \approx h / \Delta t \quad (30)$$

能量一旦耗散掉, Σ 中每个系统的能量因而最后所含的能量就可准确测定, 由(28)式和(30)式, 位置的散布由下式给出:

$$a\Delta q = \Delta E \cdot g / c^2 \Delta t \quad (31)$$

它导致

$$\Delta t \Delta E = h. \quad (32)$$

到达平衡所必需的平均时间 Δt 越短，能量损失的散布 ΔE 就越大。因此要以精确度 ΔE 来测量 $E_2 - E_1$ ，为了的位置读数和初始的位置读数必须至少隔开一段时间间隔 $\Delta t = h / \Delta E$ 。这一条件表明，对于给定的 ΔE ，即使 $t_2 - t_1$ (爱因斯坦箱子的上快门的启通时间) 取成任意小，最后的指针读数 (用以测定 E_2) 也必须至少比 t_1 落后一段时间间隔 $t = h / \Delta E$ ，这一限制是爱因斯坦未曾注意到的。

我们看到，在特雷德尔看来，是弹簧的量子力学行为而不是任何引力效应保住了海森伯的时间-能量关系使之免于爱因斯坦的攻击。为了确立这个结论，特雷德尔对这个思想实验进行了修改，¹⁵⁴ 把 (垂直的) 引力场换成一个静电场 F ，并假定箱子 (设为实际上没有质量的) 装的是不可分辨的带电粒子 (例如质子)，具有特定的荷质比 e/m_0 。于是总电荷 Q 、总质量 M 和总能量 E 由下式相联系：

【解读】

这段文字揭示了特雷德尔论证的核心，非常精彩。

大家在物理课上学过“阻尼振动”，就是振幅越来越小的振动，因为能量变成了热量损耗掉了。特雷德尔指出，要想读出箱子重量的变化，必须等弹簧停下来（或者稳定下来），这个过程就是能量耗散的过程。

这里出现了一个关键逻辑：**测量需要时间**。

根据公式 (30) $\Delta E \approx h / \Delta t$ ，如果我们要很快地 (Δt 很小) 让弹簧停下来读取数据，那么能量的涨落 (ΔE) 就会非常剧烈。换句话说，你越想快点知道结果，结果的误差就越大。

公式 (31) 和 (32) 是数学上的推导，结论很简单：这又回到了 $\Delta t \Delta E = h$ 。

这意味着什么？爱因斯坦原本以为，他可以在光子飞出的瞬间 (t_1) 极其短暂的时间内确定箱子的重量变化。但特雷德尔说：“不，爱因斯坦先生，您忽略了指针晃动的问题。”要读出重量，指针必须稳定，这需要时间。你为了读准重量 (减小 ΔE)，就必须等待足够长的时间 (增大 Δt)。这个“必须等待的时间”，恰好补上了不确定性原理所要求的缺口。

这段话最重要的结论是：特雷德尔认为，保卫量子力学的功臣，是**弹簧和测量的量子统计性质**，而不是波尔当年在论战中引用的**广义相对论（引力红移）**。

为了证明这一点，特雷德尔做了一个大胆的思维实验修改：他把引力场换成了**静电场**。

为什么这么做？因为广义相对论是关于引力和时空的，引力会让时间变慢（红移）。

如果把引力换成电力，就没有“时间变慢”这回事了。如果波尔只能靠“引力红移”来反驳爱因斯坦，那么在电场里，波尔的辩护就会失效。特雷德尔想通过这个替换，来证明必须用他的“弹簧阻尼”理论才能在任何情况下都解释得通。

接下来的公式（33）是在建立电场模型下的物理量关系：用电荷 Q 代替质量 M ，用电场力 F 代替重力 g 。他在试图构建一个不依赖重力的量子测量实验。

【原文】

量子力学的哲学

214

$$Q = \sum m / m_0 = M / m_0 = E / m_0 c^2 \quad (33)$$

并且

$$aq = FQ. \quad (34)$$

特雷德尔声称，若按照波尔的推理，便应当有

$$h / \Delta q = \Delta P \cdot \Delta Q \cdot F \cdot T = e / m_0 c^2 \Delta E \cdot F \cdot T \quad (35)$$

但是，在特雷德尔看来，由于红移时间膨胀不适用于这种修改后的情况，由于这样一来 Δq 便不意味着 T 中的任何不确定量 ΔT ，那么就会得出：即使波尔的反驳对于引力场中的光子箱实验是成立的，它在这种静电场中的类似实验中也会失效，而海森伯关系就会受到违犯。此外，特雷德尔还指出，在波尔的推导中，由观察者对 q 读数的干扰所引起的箱子动量的不确定量，为什么会随着弹簧秤的平衡过程（它同上述干扰毫无关系）的时间 T 的增大而增大，这是令人无法理解的。

关于特雷德尔从他对这个思想实验的修改所得出的结论，我们想要指出：同特雷德尔的看法相反，爱因斯坦的广义等效原理也适用于静电场中的能量变化。我们认为，特雷德尔从弹簧的量子性质出发对海森伯关系的推导在逻辑上是无懈可击的，只要你接受波普尔等人提出的测不准关系的统计观诠释以及时间-能量关系的曼捷施坦姆-塔姆

诠释。

在这段冗长的离题的话以后，让我们回到波尔-爱因斯坦论战的历史这个正题上来。关于爱因斯坦-波尔论战在 1930 年的这一回合的结果的最好的总结，也许是下面这句话（这是波尔本人认可

第五章 玻尔-爱因斯坦论战 215

【解读】

这是最后一段，也是逻辑交锋最激烈的地方。

首先，看公式 (34) $aq = FQ$ 。这里的 a 还是之前的弹簧常数（劲度系数）， q 是位移， F 是电场强度， Q 是电荷。这其实就是 $kx = F_{\text{电}}$ ，即弹力等于电场力，和前面的弹力等于重力是对应的。

特雷德尔的攻击点在于：如果你照搬玻尔当年的逻辑（公式35），你会依赖一个叫“红移”的现象（位置不同，时间流逝速度不同）。但在纯电场里，经典理论认为没有这种时间膨胀效应。所以特雷德尔说：看吧，如果在电场里做这个实验，玻尔那一套就不灵了，海森堡关系式 ($\Delta t \Delta E \geq h$) 看起来就要被打破了。除非……除非你承认我的观点，即不确定性来自于**弹簧测量的统计性质**，而不是相对论效应。

然而，本文的作者在这里充当了裁判，做了一个很重要的澄清。

作者指出，特雷德尔犯了一个错误。根据爱因斯坦的**等效原理**（广义相对论的核心），能量和质量是等价的 ($E = mc^2$)。在静电场中，能量的变化同样会引起某种势的效应，爱因斯坦的理论其实比特雷德尔想的更普适。

不过，作者高度评价了特雷德尔的推导逻辑。作者认为，特雷德尔从“测量过程”、“阻尼”、“统计涨落”这些角度去解释不确定性原理，在逻辑上是完美的。这涉及到对量子力学的**“统计观诠释”**（由波普尔等人提出）：即量子力学的规律不是针对单个粒子的算命，而是针对大量粒子（系综）的统计规律。

最后提到的**曼捷施坦姆-塔姆诠释（Mandelshtam-Tamm interpretation）**是关于时间-能量不确定关系的高级解释。在高中阶段你们只需要知道：它认为“时间”在量子力

学里很特殊，它不是一个可以直接测量的算符（像位置或动量那样），而是一个参数。

总结一下这段内容的深意：

1. **历史重演**：科学家们不断回过头去审视经典的“光子箱”实验，试图找出漏洞或新的解释。
2. **殊途同归**：无论是波尔用的广义相对论，还是特雷德尔用的统计力学，最终都保护了海森堡不确定性原理。这说明量子力学的根基非常稳固，你从不同角度攻击它，它都能自圆其说。
3. **作者态度**：虽然特雷德尔对引力/电场的理解可能有偏差，但他强调测量过程中的“干扰”和“统计性质”，这对理解量子力学是非常有价值的。

文本最后准备回到历史叙事，波尔赢得了1930年的辩论，但他赢得是否“彻底”，直到几十年后像特雷德尔这样的人还在争论，科学真理正是在这种不断的质疑和辩驳中越辩越明的。你好！我是你们的学术导师。很高兴能和大家一起探讨这段关于科学史、哲学与物理学巨擘之间交锋的精彩文本。这段内容主要讲述了爱因斯坦在面对量子力学（特别是海森伯不确定性原理）时的挣扎、他试图建立统一场论的努力，以及后来他与玻尔那场著名论战的策略转变。

这不仅仅是物理公式的堆砌，更是一场关于“宇宙本质究竟是确定的还是随机的”哲学大辩论。请大家坐好，我们开始逐段拆解。

【原文】

的)：爱因斯坦失败了，但是并没有被说服。爱因斯坦尽管在推翻 海森伯关系上失败了，但是拒绝接受统计陈述为物理学中的终极 定律，因此并没有改变他对量子力学的有效性的个人信念，这个信 念他曾在 1926 年 12 月 4 日致玻恩的一封著名的信中如此尖锐地 155 表述过：“量子力学是令人赞叹的。但是有一个内在的声音告诉我，这还不真是真正的货色。这个理论贡献很大，但是并不使我们更 接近上帝的奥秘一些。无论如何，我相信他不是在掷骰子。”…… 我正在辛苦地工作，要从广义相对论的微方方程推导出看作奇点 的物质粒子的运动方程。”…… ①

爱因斯坦是多么辛苦地想要把量子力学同广义相对论联系起来。特别是，他可能已想到要把握不准关系同一个因果性的、连续 的场论的场论和起来，这可以从他的论文“引

力和电学的统一理论”② 看出, 这篇论文是他和 W. 迈耶合作, 于第六届索尔维会议后不久 发表的。这篇文是在卡鲁查的尝试的推动下写的, 卡鲁查试

1. 169页注①文献 (1956, p. 258; 1969, pp. 129—130)。
2. A. Einstein and W. Mayer, “Einheitliche Theorie von Gravitation und Elektrizität”, *Berliner Berichte* 1931, 541—557。又见 A. Pais: “Einstein and the quantum theory,” *Rev. Mod. Phys.* 51, 863—914 (1979) 及 M. Jammer, “Albert Einstein und das Quantenproblem,” 收在下述文集中, H. Nelkowski, A. Hermann, H. Poser, R. Schrader, R. Seiler (eds.), *Einstein Symposium Berlin* (Springer Verlag, Berlin, 1979), pp. 146—167。
3. Th. Kaluza, “Zum Unitätsproblem der Physik,” *Berliner Berichte* 1921, 966—972。关于这个问题, 爱因斯坦可能也受到过 O. Klein 的话的影响: “现在看来很清楚, 量子现象是越来越不可能允许一个统一的时空描述, 相反, 对于通过一个五维的场方程式来描述这种现象的可能性, 则大概不能从一开始就加以排除。”见 O. Klein, “Quantentheorie und fünfdimensionale Relativitätstheorie,” *Z. Physik* 37, 895—906 (1926), 引文见 pp. 905—906。

【解读】

同学们, 这段文字的开篇就像是一部史诗电影的转折点。我们看到了一个孤独而倔强的爱因斯坦。

首先, 我们要理解背景: “**爱因斯坦失败了**”。这里指的是在之前的索尔维会议上, 爱因斯坦试图通过设计各种巧妙的思想实验来推翻海森伯的“测不准原理”(即不确定性原理), 但每次都被玻尔巧妙地化解了。对于大多数科学家来说, 实验和辩论输了, 就该承认理论正确, 但爱因斯坦不同。

这里出现了一句物理学史上最著名的名言之一: “**我相信他 (上帝) 不是在掷骰子。**”大家在高三物理学过, 经典力学 (比如牛顿力学) 是“决定论”的——只要知道初始速度和位置, 就能算出未来的轨迹。但在量子力学中, 一切变成了“概率”和“统计”。爱因斯坦认为, 这种概率只是因为我们还没找到更深层的规律, 而不是宇宙的终极真理。他觉得量子力学虽然好用 (“令人赞叹”), 但不是“真正的货色”(即不是终极真理)。

为了证明这一点, 爱因斯坦没有停留在口头辩论, 而是转向了一个极其宏大的构想: **统一场论**。

这就好比现在的物理学家试图寻找“万物理论”。当时，爱因斯坦已经完成了广义相对论（解释引力），他想把**电磁学**也纳入进来，建立一个包含一切的框架。

文中提到了**卡鲁查（Kaluza）的尝试，这非常关键。卡鲁查提出了一个惊人的想法：如果我们生活的空间不是四维（三维空间+一维时间），而是五维的**，那么引力和电磁力就可以被统一在一个方程组里！这在当时是非常超前的思想（也是现在弦理论的鼻祖）。爱因斯坦正是想利用这种将时空几何化的方法，建立一个**连续的、因果性的场论**，从而把那些讨厌的“量子随机性”给消除掉，证明世界本质上还是确定的。

简单来说，爱因斯坦想说：“你们觉得电子在乱跳（量子不确定性），其实是因为你们没看到第五维发生的事情；如果把广义相对论扩展好了，一切又将回归完美的秩序。”

【原文】

量子力学的哲学 216

图在一个五维时空中表述一种统一场论，以通过一个单一度规来既说明引力问题又说明电磁现象，这同韦尔的著名的方法相反，韦尔的方法是用一个附加的规范向量场与爱因斯坦的度规张量 $g_{\mu\nu}$ 相联系，这个规范向量场允许长度的转移[transference of length] 与路径有关。

看来，爱因斯坦之所以在四维时空中引进五维矢量，心里是抱着这样的希望，希望一个统一场论可以再去掉海森伯测不准性，因为这时可以把它们看成是投向一个四维矢量世界的投影，而它们的统计涵义则可看成是取消第五维分量的结果，这个分量是五维的物理过程的一个完备的、严格定论的描述所必需的。这就可以清楚看出，量子理论的玻尔-海森伯表述只是提供了物理实在的一个不完备的描述；与此同时，这个尽管是不完备的理论为何又能这样成功这个谜，也可以找到一个满意的解释。但是，爱因斯坦通过这样推广时空微分几何性质来解决“量子问题”的尝试，终于是失败的。

【解读】

这段文字稍微有点艰深，涉及到了高维几何，但我们用一个简单的类比就能理解。

爱因斯坦和他的合作者试图构建一个**五维时空**的模型。在这个模型里，他们希望用一套数学规则（“单一度规”）同时搞定引力和电磁力。文中对比了另一种由数学家韦尔（Weyl）提出的方法，但重点在于爱因斯坦的动机。

请大家想象一下：**柏拉图的洞穴寓言**，或者想象一个在鱼缸里游动的鱼。

如果有一个三维的物体（比如一个螺旋上升的弹簧），它的影子投射到二维的墙面上，看起来可能就是一个忽左忽右、毫无规律震荡的点。如果你只看墙面（二维世界），你会觉得这个点的运动是随机的、测不准的。

爱因斯坦当时的想法就是这样：他认为量子力学中那些看起来“测不准”的、随机的现象，其实是因为**我们生活在四维时空中，仅仅看到了更高维（五维）实在的“投影”**。

如果这个五维理论成功了，那就意味着：

1. **上帝确实不掷骰子**：在五维世界里，一切都是严格决定、有因果关系的（“完备的、严格定论的描述”）。
2. **量子力学为何有效但不完备**：就像影子的轮廓能大致描述物体的形状一样，量子力学虽然能计算，但它忽略了那个关键的“第五维”，所以它是“不完备”的。

这是一种非常美妙的数学挽救物理实在论的尝试。爱因斯坦希望通过几何学（广义相对论的推广）来“吃掉”量子力学。

然而，最后一句残酷地告诉了我们结局：“**终于 是失败的。**”

物理学终究要靠实验和自洽性说话。这种五维统一场论在当时无法导出符合现实的结果，也无法真正消除海森伯的不确定性原理。爱因斯坦为了心中的信仰（决定论），在数学的迷宫里走了很远，但这一次，他没能找到出口。

【原文】

这一失败，连同 1930 年索尔维会议上的讨论结果，使爱因斯坦承认海森伯关系和玻尔的观点的逻辑一贯性。实际上，我们在 156 下一章将看到，爱因斯坦从这时起改变了他的策略；他的批评的矛头所向，不再是玻尔的方法的不一贯性，而是它的不完备性。爱因斯坦的立场的这一变化和从欧洲迁居美国大同时，可以用它来作为玻尔-爱因斯坦论战的早期的几个回合（即本章所讨论的）与后来的回合（将在下一章讨论）之间的一个转折点。但是，在着手研究期的这些争论论点（我们将看到直到至今仍可感到其影响）之前，我们先来简短地综述一下对玻尔-爱因斯坦论战的一些一般

第五章 玻尔-爱因斯坦论战 217

性的评价以结束这一章。

5.5 对玻尔-爱因斯坦论战的一些评价

德累斯顿工业大学(德意志民主共和国)的瑞曼①在一篇研究这场论战的文章中, 把爱因斯坦和玻尔之间的冲突说成是唯物主义和唯心主义的不可调和性的结果。与这个看法相反, 苏联科学院爱因斯坦委员会的副主席、一本俄语畅销书——一部爱因斯坦传记(1962、1963、1965)的作者库兹涅佐夫②却并不把这场争论看成哲学分歧或意识形态分歧的表现, 而把它看成是由现代物理学未能把相对论的各种概念同量子力学的各种概念贯彻一致地综合起来所致。玻姆和舒马赫③在分析他们所说的这场论战的最大特征——意见不沟通(the failure to communicate)——时也得到了类似的结论, 虽然是根据完全不同的理由得到的。他们把这种意见不沟通的情况看得比争论的内容还要重要, 它“使物理学分裂成互不相干的一些零碎部门, 每个部门都倾向于发展其一成不变的形式, 而不是去参加一场诚恳的对话, 在这场对话中每一方的意见都会改变, 而容许新事物成长起来。”按照玻姆和舒马赫尔

1. H. Naumann, “Zur erkenntnistheoretischen Bedeutung der Diskussion zwischen Albert Einstein und Niels Bohr,” *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 7, 389—411 (1959).
2. B. Kouznetsov, “Einstein and Bohr,” *Organon* 2, 105—121 (1965).
3. D. Bohm and D. L. Schumacher, “On the failure of communication between Bohr and Einstein” (预印本, 1972).

量子力学的哲学 218

【解读】

这一段非常关键, 它标志着科学史上最伟大的辩论进入了第二阶段。

大家要注意爱因斯坦策略的转变:

起初, 爱因斯坦攻击量子力学的**“逻辑一贯性”(**Consistency**), 意思是说“你的理论内部有矛盾, 是错的”。但经过几次交手, 特别是1930年索尔维会议后, 他意识到玻

尔的逻辑是无懈可击的。

于是，爱因斯坦改变了打法：既然你的逻辑没问题，那我就攻击你的“完备性”**

(Completeness)。意思是说“你的理论虽然逻辑自洽，但它没有讲出全部的真理，漏掉了很多东西”。这为后来著名的“EPR佯谬”(你们在大学物理或科普书中可能会遇到)埋下了伏笔。同时，这也对应着爱因斯坦从欧洲搬到美国（普林斯顿），不仅是地理位置的转移，也是思想阵地的转移。

接下来的部分，作者列举了不同学者对这场“玻尔-爱因斯坦论战”的评价，非常有趣，因为这展示了**科学与哲学、政治的交织**：

1. **瑞曼 (Naumann) 的观点**：带有浓厚的冷战时期意识形态色彩（注意他是东德的）。他把争论上升到了“唯物主义 vs 唯心主义”的高度。通常，坚持客观实在性的爱因斯坦被视为唯物主义，而强调观测者作用的玻尔有时被批评为唯心主义。
2. **库兹涅佐夫 (Kouznetsov) 的观点**：这是一位苏联学者的看法，相对客观。他认为这纯粹是物理学发展的阵痛——**相对论**（宏观、连续）和**量子力学**（微观、离散）还没能融合在一起，导致了概念上的冲突。这确实是至今物理学最大的痛点。
3. **玻姆 (Bohm) 和舒马赫的观点**：这一观点最为深刻。戴维·玻姆本身就是著名的量子力学家（提出了隐变量理论）。他认为最大的问题是**“意见不沟通”**（failure to communicate）。这就像两个绝世高手，说着不同的语言，站在不同的范式（Paradigm）里自说自话。

玻姆警告我们：如果科学家们只在自己的小圈子里发展理论，拒绝进行真正开放、诚恳的对话，物理学就会分裂成“互不相干的零碎部门”。这对我们高三学生也是一个启示：**真正的科学精神不仅仅是解题，更是开放心态、理性交流和勇于面对不同观点的能力。**你好！我是你的学术导师。很高兴能带你深入探讨这段关于科学史上最著名的“神仙打架”——玻尔与爱因斯坦论战的文本。这段内容虽然看似深奥，充满了哲学词汇，但它实际上探讨的是我们如何理解这个世界最本质的问题。

我们要处理的这段文本探讨了**量子力学**（研究微观粒子）和**相对论**（研究宏观时空）之间为何难以融合，以及这两位物理学巨擘究竟在争论什么。

下面我们开始第一部分的解读。

【原文】

的看法, 这种分裂是量子力学同相对论之间缺乏充分的和谐的终 极原因。“通常所称的‘相对论量子理论’。不论其细致形式如何, 正是玻尔和爱因斯坦之间意见不沟通的结果。”同样, 胡克①在不久前关于量子学实在和玻尔-爱因斯坦论战的一篇短文中, 认为这场论战所争论的各点不仅没有消失, 而且甚至是一种动力, 它“今天仍在影响着研究的路线。”

但是, 按照冯·威尔克的意见, 玻尔-爱因斯坦的论战只是一 场严重的误解(它同量子力学毫无关系)的结果。冯·威尔克争 辩道, 虽然爱因斯坦(他认为物理概念是人类心智的自由创造)从 来没有采纳过朴素实在论的立场, 但他正确地反对任何想要从物 理学中取消实在这个观念的企图。但是, 爱因斯坦相信玻尔正是 试图这样做, 这却是一个“可悲的错误”。②因为玻尔(冯·威尔克 强调指出)绝不否定实在的观念, 他只是对它做了修正; 他否定的 只是作为古典物理学的特征的客体与主体之间的绝对分离。虽然 玻尔的哲学从马赫的实证主义那里继承了它对朴素实在论教义的 否定, 但是并不同意它对物理实在的否定。

1. C. A. Hooker, “The nature of quantum mechanical reality; Einstein versus Bohr,”
载于 *Paradigms and Paradoxes* (文献 24), pp. 67—302。
2. “照我看来, 他[爱因斯坦]的悲剧性的错误在于, 他认为这[从物理学推出的实 在概 念]也会出现在量子力学中”。见 C. F. von Weizsäcker, “Einstein and Bohr”, 载于 他的 *Voraussetzungen des naturwissenschaftlichen Denkens* — 书中 (Hanser Verlag, Munich, 1971; Herder, Freiburg in Breisgau, 1972), pp. 41—50, 引文在 p. 48 上。

【解读】

同学们, 这第一段文字非常有意思, 它像是在复盘一场“由于语言不通引发的世纪误会”。

首先, 文本提到了一种观点: 现代物理学的两大支柱——量子力学和相对论——之所以到现在还很难完美融合 (这可是物理学的终极圣杯), 根源在于玻尔和爱因斯坦这两位祖师爷当年根本就是“鸡同鸭讲”, 意见完全没有沟通。学者胡克 (Hooker) 甚至认为, 这种争论到现在都没结束, 还在影响着今天的科学家怎么做研究。这告诉我们, 科学不仅是公式的推导, 更是基础观念的碰撞。

接下来，一位叫冯·威尔克（von Weizsäcker）的学者提出了一个犀利的观点：**这场论战其实是一场巨大的误解。**

让我们来拆解一下这个“误解”的核心：“**实在**”（**Reality**）。

爱因斯坦的立场是什么？他不是“朴素实在论者”（即认为“所见即所得”），但他坚信**客观世界是独立于观察者存在的**。打个比方，爱因斯坦认为，月亮不管你看没看它，它都在那儿，而且它的状态是确定的。他反对任何试图把“客观实在”从物理学中剔除的想法。

而爱因斯坦的“悲剧性错误”在于，他以为玻尔想把“实在”这个概念扔进垃圾桶。他觉得玻尔在搞唯心主义，认为“你不看月亮，月亮就不存在”。

但冯·威尔克指出，玻尔比窦娥还冤！玻尔并没有否定“实在”，他只是**修正了我们对“实在”的看法**。玻尔否定的是**古典物理学那种“主体（观察者）与客体（被观察物）绝对分离”的观念**。

在高中物理学牛顿力学时，我们是站在“上帝视角”看小球运动的，我们的观察不会干扰小球。但在量子力学里，玻尔认为，当你去测量微观粒子时，你（主体）和粒子（客体）就由于测量行为纠缠在一起了，在这个瞬间，你们是不可分割的。玻尔继承了实证主义那种“不要空谈看不见的东西”的精神，但他并没有说物理世界是虚幻的。他只是说：**如果不包含观察手段，谈论一个粒子的绝对属性是没有意义的。**

总结一下这段话的精髓：爱因斯坦在捍卫“物理世界的独立性”，而玻尔在强调“观察行为与被观察世界的不可分割性”。爱因斯坦以为玻尔在消灭物理世界，其实玻尔只是在重新定义我们与世界的关系。

【原文】

第五章 玻尔-爱因斯坦论战 219

冯·威尔克相反，许布纳①把玻尔-爱因斯坦论战看成只不过是两个不同的甚至是针锋相对的原则的反映：一个原则（爱因斯坦所拥护的）认为，物理实体是由各个实体构成，这

些实体的性质与它们和其他实体的关系无关; 另一个原则(玻尔所拥护的)则认为, 实在在本质上就是各种实体之间的一种关系, 而测量则是这种关系的一个特殊情形。此外, 许布纳并声称, “对爱因斯坦来说, 关系是由实体来定义的; 对玻尔来说, 实体是由关系来定义的。”他还声称, 不论是玻尔还是爱因斯坦, 都未能成功地证明了自己的原则或是推翻了其对手的原则, 因为每一次的论证都是建立在他们自己的原则之上的。我们看到, 许布纳的看法, 之所以未能达到意见一致, 并不是因为争论是建立在意见不沟通或者误解之上, 而只是因为争论的双方从未真正把握住他们的意见分歧的基本点。

有趣的是, 按照某些科学哲学家的意见②, 前述的莱布尼兹-克拉克(牛顿)论战也正是这样的。

1. K. Hübner, “Über die Philosophie der Wirklichkeit in der Quantenmechanik,” *Philosophia Naturalis* 14, 3—24 (1973), 特别是第一节 (“Der Streit zwischen Einstein und Bohr und ihre philosophischen Prinzipien”). (这是他于 1971 年 9 月 10 日在宾夕法尼亚大学的一次讲演的德译文)。
2. 例如, 见 F. E. L. Priestley, “The Clarke-Leibnitz controversy,” 载于 *The Methodological Heritage of Newton*; R. E. Butts and J. W. Davis, eds. (Basil Blackwell, Oxford, 1970), pp. 34—56。

【解读】

如果说上一段认为是“误会”, 那么这一段引用的学者许布纳 (Hübner) 则认为: 这不是误会, 而是**两种世界观的根本冲突**。

这段话非常深刻, 它指出了两者分歧的哲学内核: “**实体**(Entity) 与**关系**(Relation) 谁是第一性的?

让我们用大家都熟悉的例子来类比:

1. 爱因斯坦的原则 (实体优先):

想象一盒乐高积木。每一块积木 (实体) 都有自己的形状、颜色、大小。这些属性是它自己固有的, 不管你把它们搭成房子还是车子 (产生关系), 积木本身的性质不会变。

许布纳总结道: “对爱因斯坦来说, 关系是由实体来定义的。”也就是说, 先有确定的东西, 然后这些东西之间产生了联系。世界是由一个个独立的“乐高块”组成的。

2. 玻尔的原则（关系优先）：

想象一张巨大的互联网或者是人际关系网。你说“我是老师”，这个身份（性质）只有在“我和学生”这个关系中才成立；如果没有学生，我就不是老师。

许布纳总结道：“对玻尔来说，实体是由关系来定义的。”在量子世界里，一个电子并没有预先确定的位置或速度，只有当我们去“测量”（建立关系）它时，它才表现出某种性质。**实在是各种关系的总和**，而不是孤立物体的堆砌。

这段文字还指出了一个逻辑上的死结：**为什么谁也说服不了谁？**

因为他们都在用自己的公理去证明自己的结论，或者去攻击对方。这在逻辑上叫“循环论证”。爱因斯坦用“积木逻辑”去攻击玻尔，说“你看，你的积木怎么没有固定形状？”；玻尔用“网络逻辑”回击，说“脱离了网络，单独谈论积木有什么意义？”

最后，作者提到了历史上著名的**“莱布尼兹-克拉克（代表牛顿）论战”**。这也是高三物理乃至哲学史上的一个彩蛋。当年牛顿认为“空间”是一个绝对的容器（像个空盒子，实体优先），而莱布尼兹认为“空间”只是物体之间位置关系的体现（没有物体就没有空间，关系优先）。

总结：

这段话告诉我们，玻尔和爱因斯坦的争论，不是简单的物理公式对错，而是关于**“这个世界到底是由独立的‘东西’组成的，还是由复杂的‘关系’交织而成的”**这一终极哲学命题的较量。这种深刻的思考，正是物理学最迷人的地方——它不仅解释现象，还试图解释存在的本质。

1. Nature 127,43(1931). ↪ ↪ ↪ ↪ ↪ ↪ ↪ ↪ ↪ ↪
2. The original text indicates an image here: Figure 6. ↪ ↪ ↪
3. 124 页注①文献(1949, pp. 226–228)。中译文见《尼耳斯·玻耳哲学文选》,(商务印书馆,1999),第163–165页。 ↪ ↪
4. 飞去来器 [boomerang]。澳洲土著的一种投掷武器,投出后如未击中目标,会沿一曲折的路径飞回。——译者注 ↪
5. A. Pais, “Reminiscences from the post-war years,” 94 页注①文献(p. 225)。 ↪
6. B. A. Fock, “Замечания К Статье Бора о его дискуссиях с Эйнштейном,” УФН 66,599—602(1958); 英译文“Remarks on Bohr’s article on his discussions with Einstein,” Soviet Physics Uspekhi 66,208—210(1958)。 ↪

7. A. Komar, "Qualitative features of quantized gravitation," International Journal of Theoretical Physics 2, 157—160(1969)。 ↪
8. 私人通信, 1971 年 1 月 17 日。 ↪
9. 见 85 页注⑤文献(1959)p. 447 上的脚注 10。 ↪
10. 私人通信, 1972 年 6 月 18 日。 ↪
11. The text has "still" which is an English word, I will keep it as is. ↪
12. 关于这些可见 V. B. Berestekii, E. M. Lifshitz, L. P. Pitaevskii, *Relativistic Quantum Theory* (Pergamon Press, Oxford, 1971), pp. 1—4. ↪
13. 历史详情见 W. Pauli, "Quantentheorie," 载于 *Handbuch der Physik*, H. Geiger and K. Scheel, eds. (Springer, Berlin, 1926), Vol. 23, pp. 1—278, 特别是 pp. 68—75, 见 85 页注①文献。 ↪
14. P. A. M. Dirac, "The quantum theory of the emission and absorption of radiation," *Proceedings of the Royal Society of London (A)* **114**, 243—265; "The quantum theory of dispersion," 同上, 710—728. ↪
15. V. Weisskopf and E. Wigner, "Berechnung der natürlichen Linienbreite auf Grund der Diracschen Lichtstheorie," *Z. Physik* **63**, 54—73(1930); "Über die natürliche Linienbreite der Strahlung des harmonischen Oscillators," 同上, **65**, 18—29(1930)。部分相同的結果又見 F. Hoyt, "The structure of emission lines," *Phys. Rev.* **36**, 860—870(1930)。 ↪
16. Л. Мандельштам и И. Тамм, "Соотношение неопределенности энергии — времени в неоготовительной квантовой механике," *Известия Академии Наук* **9**, 122—128(1945); 英译文 "The uncertainty relation between energy and time in non-relativistic quantum mechanics," *Journal of Physics (USSR)* **9**, 249—254(1945). ↪
17. 见 4, 1 节。 ↪
18. A. Messiah, *Mécanique Quantique* (Dunod, Paris, 1959), Vol. 1, pp. 269—270; 英译本 *Quantum Mechanics* (North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1961), Vol. 1, pp. 319—320; E. Fick, *Einführung in die Grundlagen der Quantentheorie* (Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1969), pp. 211—212; K. H. Ruei, *Quantum Theory of Particles and Fields* (University Press, 台北, 1971), p. 101; O. Hittmair, *Lehrbuch der Quantentheorie* (K. Thiemig, Munich, 1972), pp. 43—44; Б. Г. Левич, 等, *Курс Теоретической Физики*, Т. 3 (Наука, Москва, 1971); 英译本 B. G. Levich, V. A. Myamlin, and Yu. A. Vdovin, *Theoretical Physics*, Vol. 3 (Quantum Mechanics) (North-Holland Publishing

Company, Amsterdam, London, 1973), pp. 117–120; R. McWeeny, *Quantum Mechanics, Principles and Formalism* (Pergamon Press, Oxford, New York, 1972), p. 85. ↪