

仅仅是一套计算工具，它更深刻地触及了哲学的核心问题：什么是真实？我们如何认识世界？科学理论的本质是什么？比如名单里的卡尔纳普（Carnap）和亨普尔（Hempel），他们是“逻辑实证主义”学派的代表人物，这个学派就非常关心科学语言的逻辑和理论的可检验性。所以，这份书单就像一个预告片，它告诉我们，接下来的旅程将是一场物理学与哲学的跨界探索，我们将要思考的，是量子力学背后的逻辑、概念和世界观。

【原文】

第一章 形式体系和诠释

35

W. Stegmüller, *Theorie und Erfahrung* (Springer-Verlag, Berlin. Heidelberg, New York, 1970).

进一步的参考文献见下书中的文献评介: *Readings in the Philosophy of Science*, B. A. Brody, ed. (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1970), pp. 634—637.

第二章 早期的半经典诠释

2.1 1926/1927 年间 关于量子力学概念的形势

现代量子力学的发展始于 1925 年初夏,当时海森伯在患过一场枯草热重病之后,正在黑利戈兰

Heligoland

岛上疗养,他想出了一组同时间有关的复数来代表一个物理量的想法^①。玻恩

Max Born

立即认识到,海森伯用来解决非简谐振子问题的“数组”,正是数学中被称为矩阵的那种量,它的代数性质早自凯莱*发表关于矩阵理论的论文(1858)以来就已被数学家研究。在短短

① 历史详情参考文献 1—1 (pp. 199—209) 及 W. Heisenberg, "Erinnerungen an die Zeit der Entwicklung der Quantenmechanik", 载于 *Theoretical Physics in the Twentieth Century; A Memorial Volume to Wolfgang Pauli* (Interscience, New York, 1960), pp. 40—47; *Der Teil und das Ganze* (Piper, Munich, 1969), pp. 87—90; *Physics and Beyond* (Harper and Row, New York, 1971), pp. 60—62。

* 凯莱(A. Cayley, 1821—1895),英国数学家,主要工作为矩阵理论、有限群论 等。——译者注

第二章 早期的半经典诠释

37

几个月内,海森伯的新方法①就被玻恩、约尔丹和海森伯本人发展为后来所称的矩阵力学,这是量子现象的最早的逻辑统一的理论。

【解读】

好,现在正片开始!请看章节标题,“形式体系”和“诠释”。这组词非常关键,点明了整个量子力学哲学的核心矛盾。大家可以这样理解:“形式体系”就是指量子力学的数学框架,那些方程、矩阵、算符,它们是一套纯粹的、能做出精确预测的计算工具。而“诠释”则是回答:“这套数学工具到底在说我们这个世界是什么样的?”一个公式可以算出电子出现在某个位置的概率,但“诠释”要问的是:在测量之前,这个电子到底在哪里?它是真实存在的粒子吗?还是别的什么?

接着,文章把我们带回了1925年的夏天,一个传奇的开始。主角是24岁的海森伯。大家注意这个场景:他在一座小岛上养病。这很有戏剧性,重大的科学突破往往诞生于这种远离尘嚣、思想极度专注的时刻。海森伯做了一件极其大胆的事。当时的物理学,比如玻尔的原子模型,还在试图想象电子绕着原子核跑的轨道,就像行星绕着太阳。但海森伯说:我们根本“看”不到这个轨道,任何试图观察它的行为都会干扰它。那我们何必去描述一个我们永远无法观测的东西呢?我们应该只关注那些能测量的量,比如原子发出的光的频率和强度。

然后,他用一种全新的数学语言——“一组同时间有关的复数”来代表这些可观测量。这在当时看来非常古怪。幸运的是,他的导师玻恩,一位经验更丰富的物理学家,一眼就认出,海森伯发明的这些“数组”,不就是数学家们半个多世纪前就在玩的“矩阵”吗?你们在高中数学里也学过矩阵,就是那个数字方阵。这是一个绝妙的例子,说明纯数学的抽象工具,有时会意想不到地成为描述物理现实的完美语言。就这样,海森伯、玻恩和约尔丹联手,在短短几个月内创立了“矩阵力学”。这是人类历史上第一个自洽的、逻辑统一的量子理论。它放弃了直观的图像,选择用抽象的数学矩阵来描述原子世界,但它的预言却精准无比。一场革命,就此开始。

【原文】

1926年一月底,当时任伦敦黎曼大学教授的薛定谔

Erwin Schrödinger

完成了他的历史性论文“量子化作为本征值问题”的第一篇②。他证明了,通常带有神秘味道的量子化规则可以换成要求某个空间函数具有有限性和单值性这一自然要求。六个月后,薛定谔发表了这组论文的第四篇③,它的内容包括同时间有关的波动方程、同时间有关的微扰论以及新概念和新方法的各种其他应用。这一年二月,在完成他的论文的第二篇之后,薛定谔④不

【解读】

就在海森伯的矩阵力学横空出世,以其惊人的抽象性震惊物理学界时,另一位物理学巨匠——薛定谔,从一个完全不同的方向发起了进攻。如果说海森伯的理论是冷峻、抽象的代数,那么薛定谔带来的就是一首优美、直观的“波之歌”。

大家看这段文字的核心：“量子化作为本征值问题”。这个术语听起来很专业，但我们可以用一个你们熟悉的例子来理解它。想象一根吉他弦，你拨动它，它会发出声音。但它不是什么声音都能发出来，它只能发出特定的音高——基频和一系列泛音。这些特定的、离散的频率，就是一种“量子化”现象。在老的量子论里，物理学家需要生硬地加入一些“量子化规则”来解释为什么原子的能量也是这样一份一份的，而不是连续的。这些规则就像是强加上去的补丁，显得很“神秘”。

薛定谔的伟大之处在于，他找到了这个“神秘”背后的物理图像。他提出，电子不仅仅是一个点状的粒子，它更像是一团“波”。他写下了一个方程，也就是著名的薛定谔方程，来描述这个“电子波”如何运动。就像吉他弦被固定在两端，原子中的电子波也被原子核束缚在一定空间内。当求解这个方程时，薛定谔发现，只有当波的能量取一些特定的值时，这个波才能稳定存在（也就是原文说的“有限性和单值性”）。这些特定的能量值，就是原子的能级！这就好比，只有特定频率的振动才能在吉他弦上形成稳定的驻波。这样一来，“量子化”不再是一条神秘的规定，而是物质波动性的一个自然结果。这种基于波动图像的理论，被称为“波动力学”，它比矩阵力学更符合物理学家的传统直觉。在短短六个月里，薛定谔连续发表四篇论文，一个与矩阵力学同样强大的理论体系就建立起来了。物理学界一下子有了两个看似完全不同，却都能准确描述微观世界的理论。那么，它们之间到底是什么关系呢？这正是接下来科学史上最精彩的故事之一。好的，各位同学，大家好！今天我们要一起深入探讨量子力学的核心思想。这门学科听起来可能有些玄乎，但它却是我们理解微观世界，乃至整个现代科技的基石。眼前这份文档，节选自一本探讨量子力学哲学的著作，它将带领我们回到那个英雄辈出的年代，看看物理学大厦是如何被颠覆和重建的。

别被开头那些密密麻麻的文献引用吓到，它们就像是藏宝图上的标记，指明了我们今天讨论的思想源头。我们将要看到，物理学不仅仅是冰冷的公式，更是充满了激动人心的争论、天才的洞见和深刻的哲学思辨。现在，请跟随我，我们一起揭开量子世界的神秘面纱。

【原文】

① W. Heisenberg, “Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen”, *Z. Physik* 33, 879—893 (1925); 重印于 *Dokumente der Naturwissenschaft* (Battenberg, Stuttgart, 1962), Vol. 2, pp. 31—45 及 G. Ludwig, *Wellenmechanik* (Akademie Verlag, Berlin; Pergamon Press, Oxford; Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1969), pp. 193—210; 英译文 “Quantentheoretical reinterpretation of kinematic and mechanical relations”, 收入 B. L. van der Waerden, *Sources of Quantum Mechanics* (North-Holland, Amsterdam, 1967; Dover, New York, 1967), pp. 261—276 及 “The interpretation of kinematic and mechanical relationships according to the quantum theory”, 收入 G. Ludwig, *Wave Mechanics* (Pergamon Press, Oxford, 1968), pp. 168—182.

② E. Schrödinger, “Quantisierung als Eigenwertproblem”, *Ann. Physik* 79, 361—376 (1926); 重印于 E. Schrödinger, *Abhandlungen Zur Wellenmechanik* (Barth, Leipzig, 1926, 1928) pp. 1—16 和 *Dokumente der Naturwissenschaft*, Vol. 3 (1963), pp. 9—24 以及 G. Ludwig, *Wellenmechanik*, pp. 108—122. 英译文 “Quantization as a problem of proper values” 收入下书中: E. Schrödinger, *Collected Papers on Wave Mechanics* (Blackie & Son, London, 1928), pp. 1—12; “Quantization as an Eigenvalue-problem”, 收入 G. Ludwig, *Wave Mechanics*, pp. 94—105; 法译文收在下书中: E. Schrödinger, *Mémoires sur la Mécanique Ondulatoire* (Alcan, Paris, 1933), pp. 1—19.

③ *Vierte Mitteilung*, *Ann. Physik* 81, 109—139 (1926), 重印及译文见上注。

④ E. Schrödinger, “Über das Verhältnis der Heisenberg-Born-Jordanschen Quantenmechanik zu der meinen”, *Ann. Physik* 79, 734—756 (1926)。

量子力学的哲学

38

胜惊讶和欣喜地发现,他的形式体系同海森伯的矩阵算法,尽管其基本假定、数学工具和总的意旨都明显不同,在数学上却是等价的。

几年以后,冯·诺伊曼①证明了:量子力学可以表述为希尔伯特空间中的厄密算符的运算,并且海森伯和薛定谔的理论分别只是这种运算的特殊表象,这时,薛定谔关于矩阵力学与波动力学这两种形式体系之间的等价性的主张就进一步澄清了。海森伯用的是序列空间 l^2 , 即绝对值平方为有限的一切无穷复数序列的集合,而薛定谔用的是由一切平方可加的(勒贝格格意义下)可测复函数构成的空间 $L^2(-\infty, +\infty)$; 但是由于 l^2 和 L^2 这两个空间都是同一个抽象希尔伯特空间 $\mathcal{H}$ 的无穷维实现,因而相互同构(而且等距),因此在 L^2 空间的“波函数”同 l^2 空间的复数“序列”之间,在厄密算符同厄密矩阵之间,就存在着一个一一对应(或映射)。因此求解 $\mathcal{H}$ 中一算符的本征值问题就等价于对 l^2 中相应的矩阵进行对角化。

【解读】

好的,同学们,我们来看第一部分。开头的四条注释是学术论文的“身份证”,它们列出了海森伯和薛定谔的开创性论文。这告诉我们,我们正在接触的是物理学史上最核心、最原始的文献。

现在,我们来看正文。想象一下,1925年到1926年,物理学界出现了两位“武林高手”。一位是年轻气盛的海森伯,他创立了“矩阵力学”。他的武功秘籍是一堆数字方阵(也就是矩阵),通过操作这些矩阵来描述电子在原子中的行为。这种方法非常抽象,完全抛弃了我们熟悉的轨道、位置这些直观图像,只关心能被观察到的量,比如光谱线的频率和强度。你可以把它想象成一种“数字密码”,只记录结果,不问过程。

另一位高手是成熟稳重的薛定谔,他创立了“波动力学”。他的武功核心是一个优美的方程——薛定谔方程。他认为,电子不是一个点,而是一朵“波”,这朵波的行为可以用一个“波函数”来描述。这种方法相对直观,似乎保留了一些经典物理中“波”的形象。

一开始,这两派人马都觉得自己才是对的,毕竟他们的出发点(基本假定)、使用的兵器(数学工具)和追求的境界(总的意旨)都大相径庭。然而,就像金庸小说里的情节一样,薛定谔很快惊喜地发现,这两门看似风马牛不相及的“绝世武功”,在数学上竟然是完全等价的!它们解决同一个问题时,总能得到一模一样的答案。

这就引出了一个更深层次的问题:为什么?这时,数学家冯·诺伊曼登场了,他像是一位武林盟主,一统江湖。他指出,海森伯的“矩阵”和薛定谔的“波函数”,其实都只是同一个抽象事物在不同角度的“投影”。这个抽象事物,就是“希尔伯特空间”。

“希尔伯特空间”这个词听起来很吓人，但我们可以做一个类比。想象一下我们要描述你的“状态”。我可以用一组数字来描述你：身高180cm，体重70kg，年龄18岁……这就像海森伯的“序列”（一串数字）。我也可以用一幅画像来描述你，这是一个连续的图像，就像薛定谔的“波函数”（一个连续函数）。这两种描述方式天差地别，但它们描述的都是同一个人——你。冯·诺伊曼所做的，就是建立了一个抽象的“状态空间”，证明了无论是“数字列表”还是“画像”，都只是这个空间里同一个“状态向量”的不同表现形式（表象）。

文中提到的“厄密算符”和“厄密矩阵”，可以理解成在这个抽象空间里进行的“操作”。比如，“测量能量”这个操作，在薛定谔的体系里是一个微分算符，作用在波函数上；在海森伯的体系里，它就是一个矩阵。而“本征值问题”就是寻找那些特殊的状态，在这些状态下，测量结果是确定不变的，比如氢原子的稳定能级。冯·诺伊曼证明了，求解这个问题的两种方法——对矩阵进行“对角化”（找到特殊值）和解薛定谔的微分方程——本质上是同一件事。

所以，这一段的核心思想是：物理学的两条看似迥异的道路，意外地汇合到了同一点。这给了物理学家们巨大的信心，说明他们发现的这套数学工具，很可能已经触及了微观世界的深层规律，即便这个规律的物理图像还非常模糊。

【原文】

虽然只是在 1930 年后才对上述情况有充分理解,这并不改变以下事实:量子力学的数学形式体系在 1926 年夏季就已经基本完成了。它的正确性看来多半已得到保证,例如它在说明实际上所有的已知光谱现象(包括斯塔克效应和塞曼效应)方面的惊人成功^②,例如它根据玻恩的几率诠释对大量散射现象以及光电效应的解释。如果我们记得,狄拉克通过推广海森伯和薛定谔的工作,

① 见 7 页注①文献。

② 详细情况见 6 页注①文献 (pp. 118—156)。

第二章 早期的半经典诠释

39

不久以后就在他的电子理论^③中说明了 1925 年即已发现其存在的电子自旋;还有这些观念与泡利不相容原理结合起来之后对元素周期表作了令人信服的说明,我们就会懂得,1926 年建立起来的形式体系的确是现代物理学发展中的一个主要突破。

【解读】

好的，我们继续。上一段我们讲到，量子力学的两大门派——矩阵力学和波动力学——被证明是等价的，这标志着量子力学的数学框架（形式体系）在1926年基本成型。但是，一套数学理论是不是正确，不能只看它是否优美、自治，最终还是要看它能不能解释现实世界。这一段，就是为这套新理论呈上的一份惊人的“成绩单”。

作者告诉我们，尽管当时人们对那个抽象的“希尔伯特空间”还一知半解，但这套数学工具已经开始大显神威了。它就像一个我们还不完全理解其工作原理，但却能精准预测未来的“黑箱”。

我们来看看它的战绩：

1. **解释光谱现象**：同学们在化学和物理课上都学过，不同元素被加热时会发出特定颜色的光，形成线状谱。为什么是线状而不是连续的？经典物理学对此束手无策。而量子力学，通过求解“本征值问题”，完美地预测了这些谱线的位置。更厉害的是，它还能解释一些更精细的现象，比如**斯塔克效应**（电场中谱线的分裂）和**塞曼效应**（磁场中谱线的分裂）。这就像一位神枪手，不仅能命中靶心，还能在刮风下雨等复杂条件下依然精准命中，这无疑证明了其实力。
2. **解释散射和光电效应**：这里提到了一个关键人物——玻恩，以及他的“几率诠释”。这是一个革命性的思想。薛定谔本人可能还希望他的“波函数”是描述电子在空间中如何“smeared out”（像一团雾一样 smeared out）的。但玻恩指出，波函数的平方代表的不是电荷的密度，而是“在某处发现该粒子的概率密度”。这个诠释虽然放弃了经典物理的确定性（我们无法确切知道电子在哪，只能说它可能在哪），但它却成功解释了大量的散射实验（比如粒子束轰击靶材后的分布情况）和光电效应。
3. **预言电子自旋**：就在这套理论建立后不久，另一位大神狄拉克登场了。他试图将量子力学与爱因斯坦的狭义相对论结合起来，结果在他的方程中，一个全新的、纯粹的量子属性——**电子自旋**——自然而然地“掉”了出来。这就像你为了解决A问题设计了一个公式，结果发现它顺便也把B问题给解决了。自旋可以通俗地理解为电子的一种内在角动量，好像它在不停自转，但这种“自转”又和我们宏观世界的自转不完全一样。这个理论上的发现，完美解释了之前实验中观察到的许多反常现象。
4. **解释元素周期表**：这是最辉煌的成就之一。大家在化学课上都背过元素周期表，知道电子要按“能层”、“能级”、“轨道”来填充，而且每个轨道最多只能装两个自旋相反的电子。这个规则就是**泡利不相容原理**。当把这个原理和量子力学的整套理论结合起来，整个元素周期表的结构——为什么第一周期有两个元素，第二周期有八个等等——就得到了完美的、逻辑自洽的说明。化学从此不再是只有规律总结的经验科学，而是建立在了坚实的物理基础之上。

所以，这一段的核心意思是：量子力学的数学形式体系不仅仅是数学游戏，它是一个无比强大的预测工具，它以惊人的精度和广度，解决了一系列经典物理学无法解释的核心难题。它的建立，无愧于“现代物理学发展中的一个主要突破”这一评价。

【原文】

但是正如我们在上一章中所知道的,一个形式体系还不是一个成熟的理论。一个理论应该包含一组对应规则 R 和一个解释性原理或模型 M 。一个物理理论的这些不同成分的重要性只是在理论物理学的发展过程中才逐渐为人们所理解。例如在从带有朴素实在论味道的观点来梦想物理实在的亚里士多德的物理学中,应用这种方案将不会有多大意义。随着在伽利略和牛顿的时代物理概念的数学化,物理模型的作用就越来越重要。但是在于顿物理学中,它的那些基本概念的虚拟的直观性却妨碍了对于对应规则的充分认识。只是随着无法用图象直接表示的麦克斯韦电磁场理论的提出,物理学家们才充分意识到包含在理论结构中的认识论问题,随着微观物理学中极其复杂的理论的建立,这个过程达到了登峰造极的地步。

我们说在量子力学中形式体系超前于其诠释,这当然不意味着这个形式体系完全是在真空中发展起来的。1926 年以前所发生的事情,宁可说是一个可以用数学方法来解读一种数字密码

【解读】

读完上一段，我们可能会觉得，既然量子力学的数学公式这么成功，那不就大功告成了吗？然而，作者在这里给我们踩了一脚“刹车”，提出了一个更深刻的问题：一个成功的数学公式，就等于一个成熟的物理理论吗？

答案是：不等于。作者在这里做了一个非常重要的区分，一个成熟的理论包含三个部分：

1. **形式体系 (Formalism)**：这就是我们前面讨论的数学框架，比如薛定谔方程、矩阵、希尔伯特空间等等。它是一套符号和运算法则，是理论的“骨架”。
2. **对应规则 R (Correspondence Rules)**：这是连接抽象数学和具体实验的“桥梁”。它告诉你，数学公式里的那个符号 Ψ (波函数) 对应着实验室里可以测量的什么东西？那个算符 H 又是怎么跟我们测量的能量值联系起来的？没有这座桥，数学公式就是空中楼阁，无法与现实世界对话。
3. **解释性原理或模型 M (Interpretive Model)**：这是理论的“灵魂”。它回答的是“这意味着什么？”的问题。它试图给我们描绘一幅关于世界本来面貌的物理图像。比如，牛顿力学的模型就是一个钟表般精确、由绝对时空和在其中运动的物体构成的宇宙。

作者通过回顾历史来阐明这一点。在亚里士多德的时代，物理学很直观，谈不上什么复杂的数学体系。到了伽利略和牛顿，物理学开始数学化，模型变得重要，但因为牛顿力学的概念（比如质量、位置）太直观了，以至于人们觉得数学符号和真实物体之间的“对应规则”是理所当然的，根本不需要特别去思考。一个苹果的质量 m 就是这个苹果的属性，它的位置 x 就是它在空间中的真实位置。

然而，当麦克斯韦提出电磁场理论时，情况变了。什么是“电场”？你看不见也摸不着它，它不是一个实体物体，而是一个弥散在空间中的、用数学矢量描述的“某种状态”。这时，物理学家第一次被迫认真思考：我们理论中的数学构建物，和我们所感知的“实在”之间，到底是一种什么样的关系？这就是所谓的“认识论问题”——我们如何认识世界的问题。

到了量子力学，这个问题达到了顶峰。我们有了一套极其成功的数学“形式体系”，但它的物理图像却令人困惑。一个电子在被测量前，它的状态由波函数描述，这朵“概率波”弥散在空间中；而一旦测量，它又瞬间“坍缩”成一个点。这到底是怎么回事？电子的“真实”面貌是什么？是波还是粒子？还是都不是？

所以，作者最后说，“形式体系超前于其诠释”，这句话是理解量子力学发展史的关键。通常情况下，我们是先有一个物理图像，再发展数学工具去描述它。比如牛顿先有了行星绕太阳运动的直观想法，再发展出微积分和万有引力定律。但量子力学的发展过程是反过来的，物理学家们像是先破译了一组来自宇宙深处的“数字密码”(形式体系)，这组密码能精准预测各种实验结果，但他们却对密码本身所描绘的那个世界感到困惑不解。1926年，他们拿到了这份“天书”，而之后几十年的工作，直到今天，物理学家和哲学家们仍在努力地“解读”这本天书，试图理解它背后的深刻含义。这就是量子力学诠释问题的由来，也是这本书将要深入探讨的核心。好的，作为您的学术导师，我将开始详细解读这份关于量子力学哲学的文档。我将严格按照您的指示，以通俗易懂且引人入胜的方式，为高三学生剖析其中的深刻思想。

【原文】

① P. A. M. Dirac, “The quantum theory of the electron”, *Proceedings of the Royal Society of London A* 117, 610—624 (1928), 118, 351—361 (1928)。历史的详细情况又见 J. Mebra, “The golden age of

theoretical physics; P. A. M. Dirac's scientific work from 1924, to 1933.” 载于 *Aspects of Quantum Theory*, A. Salam and E. P. Wigner, eds. (Cambridge U. P., London, New York, 1972), pp. 17—59。

量子力学的哲学

40

相比拟的过程,这个密码中的某些符号曾经按照古典物理学的对应规则解释过。一个典型例子是巴耳末系,它通过里德伯常量显示出各钡光谱线的波数之间有一个使人困惑不解的数学关系。的确,玻尔在1913年“解释”巴耳末系时提出了一个模型,但不久就发现这个模型并不合适。三年后,薛定谔通过提出人们所称的“薛定谔方程”及其其所应满足的某些边界条件,再度“解开”了这个密码,他用波函数这些新形成的概念建立了一个形式体系。密码是被破译了,但只是通过一种新的、虽然是更简洁的另一种密码来破译的。即使在当时,就已充分认识到对应规则的重要性及其同一个物理理论的意义关系,薛定谔本人提过的一段插曲^①很好地说明了这一点。当他同爱因斯坦沿着柏林的菩提树大街

Unter der Linden

散步,讨论自己的新想法时,爱因斯坦告诉他说:“当然,每个理论都是正确的,只要你把它的符号同观察到的量合适地联系起来”。

因此,1927年的情况基本上是这样的:薛定谔所建立的新的波动力学形式体系,在其较高层的命题中含有一些未加解释的术语如波函数,但是人们能够由此推导出一些底层的命题,其中包含有能够同能量或波长这些具有经验意义的概念相联系的参数。人们所需要的,除了用于高层术语的可能的补充对应规则之外,主要是在前面所述的意义下的某种起连结作用的解释性原理或某个模型。

^① E. Schrödinger, “Might perhaps energy be a merely statistical concept?”, *Nuovo Cimento* 9, 162—170 (1958); 引文在 p. 170 上。

【解读】

同学们好!今天我们来聊一聊物理学中最迷人也最令人困惑的领域——量子力学的哲学。这段文字把量子力学的诞生比作一次惊心动魄的“破译密码”行动,这个比喻非常精彩。

想象一下,宇宙给我们发送了一封加密电报,这封电报就是我们观测到的各种原子现象。比如,你们在化学课上可能学过的氢原子光谱,它并不是一道彩虹,而是几条分立的、颜色鲜艳的谱线(巴耳末系)。这些谱线的位置遵循着一个奇怪但精确的数学规律。这就是宇宙的“密文”——我们看到了规律,却不知道它是什么意思。

尼尔斯·玻尔是第一个伟大的“破译者”。他提出的原子模型,就像一个初步的“密码本”,成功地解释了氢原子光谱。他假设电子只能在特定的轨道上运动,在轨道间跃迁时会发光。这个模型在当时非常成功,就像我们根据密文猜出了几个关键词一样。但很快,物理学家们发现这个“密码本”漏洞百出,无法解释更复杂的现象,说明它并不是最终答案。

然后，主角薛定谔登场了。他没有去修补玻尔那个旧的“密码本”，而是直接写出了一套全新的、更底层的“破译系统”——这就是著名的薛定谔方程。这个系统非常强大，能精确地预测所有观测结果。但问题也随之而来：薛定谔的这套系统是用一种全新的“语言”写成的，它的核心词汇是“波函数”(ψ)。“密码是被破译了,但只是通过一种新的、虽然是更简洁的另一种密码来破译的”这句话，精准地描述了当时的窘境。我们得到了一个能算出正确答案的“超级公式”，却完全不明白公式里的核心符号“波函数”到底对应着现实世界中的什么东西。

爱因斯坦与薛定谔散步时的那句话，更是点睛之笔：“每个理论都是正确的,只要你把它的符号同观察到的量合适地联系起来”。这句话揭示了物理理论的核心：它必须是一座连接抽象数学符号与具体实验观测的桥梁。这个“联系”的过程，就是文中所说的“对应规则”。薛定谔当时就面临这样的挑战：他有了一个强大的数学形式体系，但体系中的核心概念“波函数”还是一个未加解释的空中楼阁。物理学家们迫切需要一个“使用说明书”(即解释性原理或模型)，来告诉大家，神秘的波函数ψ，究竟是什么？

【原文】

第二章 早期的半经典诠释

41

只要能证明薛定谔的波动力学的形式体系 F 可以看成是另一个充分解释了的理论 T 的形式体系 F' 的一部分,或至少与之同构,那么就会立即达到这两个目的。这正是薛定谔在完成波动力学的形式体系的重大发现之后不久,试图为这个形式体系提供一个满意的诠释时所用的方法。

2.2 薛定谔的电磁诠释

直到薛定谔的历史论文的第三篇,他被称为“力学场标量”

$$mechanischer\,Feldskalar$$

的 ψ 函数还只是纯粹形式地被定义为满足下述神秘的波动方程的函数:

$$\Delta\psi - \frac{8\pi^2m}{h^2}V\psi = \frac{4\pi m}{h} \frac{\partial\psi}{\partial t}$$

其中对于单粒子系统 $\psi = \psi(r,t) = \psi(x,y,z,t)$, 对于 n 个粒子的系统 $\psi = \psi(x_1,\dots,z_n,t)$ 。为了说明所讨论的系统(例如一个氢原子)发射频率等于 2π 本征值之差除以 h (玻尔频率条件)的电磁波这一事实,并且为了能够逻辑一贯地推导出这些波的强度和偏振,薛定谔觉得有必要赋予 ψ 函数一种电磁意义。

【解读】

好的，我们接着往下看。面对“波函数ψ到底是什么”这个难题，薛定谔想出了一个非常聪明的策略。这

个策略可以概括为：用我们熟悉的东西去理解我们不熟悉的东西。

大家可以想象一下，如果你第一次接触到一个全新的概念，比如说“人工智能”，你可能会觉得很抽象。但如果我告诉你，你可以把它类比成一个超级聪明的大脑，它能像人一样学习、推理，你是不是就马上有了一个初步的印象？薛定谔的想法与此类似。他希望把他那个全新的、抽象的“波动力学形式体系”，和物理学家们已经了如指掌的、被充分解释过的经典理论联系起来。如果能找到这种联系，那么 ψ 的意义不就迎刃而解了吗？他选中的那个“熟悉的理论”，就是经典的电磁学。

在薛定谔提出他的诠释之前，波函数 ψ 的身份非常尴尬。它仅仅是一个满足某个“神秘的波动方程”的数学函数。大家看到这个方程不必害怕，我们不需要去解它，只需要理解它的地位。这个方程就是波函数 ψ 必须遵守的“根本法则”，它规定了 ψ 如何随着时间和空间演化。你可以把它想象成牛顿第二定律（ $F=ma$ ）在量子世界的对应物，它支配着微观世界的基本运动。

然而，这个方程本身并没有告诉我们 ψ 是什么。文中提到，对于一个粒子， ψ 是时空 (x,y,z,t) 的函数，这似乎还好理解，像是一种在三维空间里传播的波。但真正诡异的是，对于 n 个粒子的系统， ψ 竟然是在一个高度抽象的 $3n$ 维空间（位形空间）中的波！这就彻底超出了我们的日常直觉。一个氢原子（1个质子1个电子）的波函数就已经是在6维空间里了。这显然不是我们现实空间里的水波或声波。

薛定谔的目标非常明确：他要解释原子发光的现象。我们知道，原子发光就是发射电磁波。而根据经典电磁理论，只有加速运动的电荷才会辐射电磁波。因此，薛定谔的思路非常直接：也许，波函数 ψ 本身就与电荷的分布有关系！如果能把 ψ 和电荷联系起来，那么原子发光这个量子现象，或许就能用经典的电磁辐射理论来完美地解释了。这便是他赋予 ψ “电磁意义”的初衷，一次伟大而勇敢的尝试。

【原文】

在他论述矩阵力学同波动力学之间的等价性的论文的末尾, 25 薛定谔作了这样一个假设,他提出电荷的空间密度由

$$\rho = \psi\psi^*$$

的实部给出,其中 ψ^* 表示 ψ 的复共轭。通过把 ψ 用分立的本征函数展开, $\psi = \sum c_k \psi_k(r) e^{2\pi i E_k t / h}$, 其中 c_k 取成实数,他得到空间

42 量子力学的哲学

密度的表示式为

$$2\pi \sum_{k,m} c_k c_m \frac{E_k - E_m}{h} u_k(r) u_m(r) \sin \left[\frac{2\pi t}{h} (E_m - E_k) \right] \quad (3)$$

式中每种组合 (k, m) 只取一次。用(3)来计算偶极矩的 x 分量, 薛定谔得到了一个傅立叶展开式, 其中只有项差 (本征值之差) 作为频率出现——这表明偶极矩分量只是在这些已知的辐射频率上振动, 并且式中每项的系数都具有 $\int u_k(r) x u_m(r) dr$ 的形式, 其平方同这一分量的辐射强度成正比。薛定谔指出:

“现在已使发射出的辐射的相应部分的强度和偏振在经典电动力学的基础上完全可以理解了”，于是他在1926年3月初提出了新建立的基于 ψ 函数的量子力学形式体系 F_0 。同经典电磁辐射理论(它已在操作意义上得到充分解释)之间的第一个认识关联。因为 ψ 是一种相当间接和古怪的方式出现在假设的电荷密度表示式($\psi \frac{\partial \psi}{\partial t}$ 的一部分)中的，薛定谔还不能把 ψ 设想成一幅描绘物理图像的一个元素，虽然他坚信它代表了某种物理实在的东西。实际上，当薛定谔认识到由于本征函数 $u_k(x)$ 的正交性，空间密度(3)对全空间积分所得结果将为零而不是所要求的一个同时间无关的有限值之后，他关于正确的诠释尚未找到的怀疑便大大加深了。

在他那组论文“量子化作为本征值问题”的第四篇的最后一节(“§7 场标量的物理意义”)，薛定谔把电荷密度的表示式由(2)式的实部换成“权函数”[*Gewichtsfunktion*]

$$\psi\psi^* \quad (4)$$

26 乘以总电荷 e ，从而解决了这个矛盾。利用波动方程(1)，易证

第二章 早期的半经典诠释 43

明， $\int \psi\psi^* dr$ (对整个位形空间积分)的时间导数为零。

【解读】

这段文字详细地向我们展示了科学发现过程中的曲折与智慧，它就像一出精彩的迷你剧，讲述了薛定谔如何提出、证伪、再修正自己理论的历程。

第一幕：天才的构想。薛定谔提出了一个大胆的假设：电子不再是一个点，而是像一团“电荷云”一样弥散在原子核周围。那么这团云的密度(ρ)是多少呢？他天才地想到，可以用波函数 ψ 和它的复共轭 ψ^* 相乘来表示。(同学们在数学课上学过复数，一个复数乘以它的共轭，得到的是一个实数，也就是它的模的平方。这非常重要，因为物理世界中的密度必须是实实在在的量。)

第二幕：初步的胜利。这个假设带来了惊人的成功！当薛定谔把这个“电荷云”模型带入计算时，他发现这团云并不仅仅是静止的，它会以特定的频率振动。更神奇的是，这些振动的频率，不多不少，正好就是原子光谱中那些谱线的频率！这就是文中复杂的公式(3)所表达的物理图像。这简直太完美了。他不仅解释了原子为什么会发光，甚至连光的强度和偏振这些细节，都能在经典电磁学的基础上得到理解。在1926年的春天，薛定谔一定感觉自己已经触摸到了宇宙的终极奥秘，那个神秘的波函数 ψ ，似乎就是这团振荡的“电荷云”本身。

第三幕：致命的破绽。然而，科学的道路从不平坦。伟大的理论必须经得起最严格的检验。薛定谔自己很快发现了一个致命的问题。我们知道，一个氢原子中总共就一个电子，所以无论这团“电荷云”如何分布、如何振动，把它在整个空间中加起来(也就是积分)，总电荷量应该永远等于一个电子的电荷 e ，并且不随时间改变(这就是电荷守恒定律)。但他悲哀地发现，根据他最初的假设进行计算，总电荷积分后竟然等于零！这意味着电子的电荷在他理论中凭空消失了。这显然是无法接受的，一个伟大的理论大厦，因为一处地基的裂缝而面临崩塌的危险。

第四幕：绝境中的修正。面对这个危机，薛定谔没有放弃。他迅速发表了第四篇论文，对自己的理论进行了关键修正。他不再说电荷密度是 $\psi\psi^*$ 的某个复杂部分，而是直接定义它就是 $\psi\psi^*$ 本身，再乘以总电荷 e 。这个看似微小的改动，却力挽狂澜。这个新的定义， $\rho = e\psi\psi^*$ ，完美地解决了电荷不守恒的矛盾。通过薛定谔方程可以证明，用这个新定义计算出的总电荷，确实是一个不随时间变化的常数。

然而，这场危机也让诠释变得更加微妙。 ψ 本身不再是电荷密度了，而是变成了决定电荷密度分布的“权函数”。“权重”这个词，听起来就比“密度”本身要间接和抽象。薛定谔的电磁诠释虽然被挽救了，但波函数 ψ 的真实面目，反而显得更加扑朔迷离了。这为后来玻恩的概率诠释埋下了伏笔。好的，我将扮演一位专业的学术导师，为高二的你详细解读这份关于量子力学早期诠释的文档。我们将一起深入探索薛定谔最初是如何理解他自己创建的那个奇妙的波动世界。

【原文】

而且, 由于所得到的被积函数(除系数 $ieh/4\pi m$ 外) $\psi^* \Delta \psi - \psi \Delta \psi^*$ 就是矢量 $\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*$ 的散度, 电的“流动行为”[*Strömungsverhältnis*]便遵从一个连续性方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(e\psi\psi^*) = -\nabla S \quad (5)$$

其中电流密度 S 由下式给出:

$$S = \frac{ieh}{4\pi m}(\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi), \quad (6)$$

因为对于单电子系统有^①

$$\psi = \sum_k c_k u_k(r) e^{2\pi i(\nu_k t + \theta_k)} \quad (7)$$

电流密度 S 为

$$S = \frac{eh}{2\pi m} \sum_{k,m} c_k c_m (u_k \nabla u_m - u_m \nabla u_k) \cdot \sin[2\pi(\nu_k - \nu_m)t + \theta_k - \theta_m] \quad (8)$$

薛定谔由此得出结论: 若系统中只激发一种固有振动或只发展于同一本征值的几种固有振动, 则其电流分布是稳恒的, 因为(8)式中同时间有关的因子为零。于是他得以宣称: “因为在未受扰动的正常态中无论如何上述两种情况必然要出现一种, 人们可以在某种意义上说又回到了原子的静电和静磁模型。于是一个处于正常态的系统不发射任何辐射这一事实就得到了异常简单的解答。”

① c_k, θ_k 为实常数; $u_k(r)$ 假定为实函数; 这一假定并不影响结论的一般性。

【解读】

同学们，我们眼前这段文字，是量子力学大厦奠基时的一块重要基石。它展现了薛定谔最初对自己理论的理解，这个理解既深刻又带有一种经典物理学的美感。让我们一步步拆解。

首先，薛定谔在思考一个问题：如果波函数 ψ 描述的是电子，那么这个“电子”是如何运动的呢？他没有把电子看作一个点，而是想象成一团弥散在空间中的“电荷云”。那么，这团云是怎么流动的呢？

这里出现了一个关键概念——**连续性方程**（公式5）。大家在高二物理学电学时，其实接触过类似的思想：电荷守恒定律。这个方程说的就是一回事：在一个空间区域里，电荷密度（ $e\psi\psi^*$ ）的变化率，等于流出这个区域的电荷流（电流密度 s ）的散度（ ∇s ，可以理解为“流失量”）。打个比方，一个水池里的水量（电荷密度）之所以会减少，一定是因为有水从池子里流了出去（电流）。这个方程把电荷云的“存量”和“流量”联系在了一起，保证了电荷不会凭空出现或消失。

那么，“流量”或者说**电流密度 s** （公式6）又是什么呢？你看，它的表达式里包含了波函数 ψ 和它的空间变化率 $\nabla\psi$ 。这很直观：如果电荷云的分布不均匀，有“高低之分”，自然就会产生流动。

接下来是关键的一步（公式7和8）。薛定谔说，一个原子的状态，不一定是一个纯粹的波，它可以是很多个“**固有振动**”（也就是我们后来所说的“本征态”）的叠加。这就像一根吉他弦，它不仅可以发出基频的音，也可以同时振动，发出基频和泛音混合在一起的声音。这里的 u_k 就是各种振动的“波形”， ν_k 就是它们的频率。

当把这个叠加态代入电流密度的公式后，我们得到了公式(8)。请注意那个 $\sin$ 函数！它的存在告诉我们，电流 s 会随着时间振荡，振荡的频率是两个不同固有振动频率之差（ $\nu_k - \nu_m$ ）。

这一下，一个困扰物理学界多年的大难题迎刃而解了！还记得玻尔模型吗？它假设原子存在“定态”，在定态上不辐射能量，但没解释为什么。现在薛定谔给出了一个完美的解释：如果原子只处于一个固有振动状态（比如基态），那么在公式(8)中， k 始终等于 m ，于是 $\nu_k - \nu_m = 0$ ， $\sin$ 函数就等于零了！这意味着电流密度 s 是恒定不变的，一个稳恒的电流不会产生电磁辐射。就像一个平稳旋转的电荷环，它只产生稳定的磁场，而不会像来回振荡的电荷那样发出电磁波。

所以，薛定谔兴奋地宣称，我们又回到了经典的静电和静磁模型！原子之所以稳定，不是靠什么武断的假设，而是其内部的“电荷云”在基态时处于一种平稳、和谐、不随时间振荡的状态。这个解释在当时看来，实在是太优美、太符合物理直觉了。

【原文】

显然, 按照(4)式而不是 (2)式来重新解释 ψ 并不会损害面对选择定则和偏振定则的说明。将(7)式代入 (4)式得出电荷密度 ρ

$$\rho = +e \sum_{(k,m)} c_k c_m u_k u_m e^{2\pi i(\nu_k - \nu_m)t + \theta_k - \theta_m} \quad (9)$$

$$M_x = -e \sum_{(k,m)} c_k c_m a_{km}^{(x)} \cos[2\pi(\nu_k - \nu_m)t + \theta_k - \theta_m] + \text{const.} \quad (10)$$

其中

$$a_{km}^{(x)} = \int u_k(r) x u_m(r) dr. \quad (11)$$

现在薛定谔的任务是, 在 u_k 足够确定的那些情况下, 例如在塞曼效应和斯塔克效应的情况中, 计算出 $a_{km}^{(x)}$ 以检验他的假设(4)的正确性。若 $a_{km}^{(x)} = a_{km}^{(x)*} = 0$, 则谱线不出现; 若 $a_{km}^{(x)} \neq 0$ 但 $a_{km}^{(x)} = a_{km}^{(x)*} = 0$, 则谱线沿 x 方向偏振等等。于是 a_{km} 的平方之间的关系正确地给出了氢的塞曼光谱图和斯塔克光谱图中非零分量之间的强度关系。

【解读】

上一部分我们看到, 薛定谔成功解释了为什么原子在基态时是稳定的。现在, 他要更进一步, 去解释原子是如何发光的。这部分内容, 就是把他的波动力学和我们能直接观测到的光谱现象联系起来, 是理论走向实验验证的关键一步。

我们知道, 原子发光是因为它从一个高能态“跃迁”到一个低能态。在薛定谔的图像里, 没有“跃迁”这个概念, 取而代之的是原子处于一个高能态(比如 u_k) 和低能态(比如 u_m) 的**叠加态**。这时, 电荷密度 ρ (公式9) 就不再是静止的了, 它包含了一个随时间振荡的项, 振荡频率正是 $\nu_k - \nu_m$ 。

想象一下, 这团“电荷云”不再是均匀静止的, 而是开始有节奏地“晃动”或者说“脉动”。这种电荷分布的周期性变化, 就形成了一个振荡的**电偶极矩** M_x (公式10)。大家在学习电磁学时知道, 振荡的电偶极子就像一个微型天线, 会向外辐射电磁波。这个辐射的电磁波, 就是我们看到的光谱线! 它的频率, 恰好就是电荷云晃动的频率 $\nu_k - \nu_m$, 这完美地对应了玻尔的频率条件

$(E_k - E_m)/h = h(\nu_k - \nu_m)/h = \nu_k - \nu_m$ 。你看, 薛定谔用一种更自然的、基于波的振荡的图像, 得到了和玻尔模型相同的结果。

最精彩的部分来了。这个理论不仅能解释为什么发光, 还能预测**发什么光, 以及光的强度和偏振**。这里的关键是公式(11)中的 a_{km} 。这个积分是什么意思呢? 你可以把它理解成一个“重叠积分”, 衡量的是初始态的波形 u_k 和末态的波形 u_m 在空间中的“交织”程度, 并由 x 坐标进行加权。

它的物理意义非凡:

- 选择定则:** 如果计算出来的 a_{km} 等于零, 那就意味着从 k 态到 m 态的这种“晃动模式”根本无法产生有效的电偶极矩振荡。就像你以某种特殊的方式摇晃一根绳子, 但末端就是不动一样。因此, 这个跃迁就不会发生, 光谱中也就不会出现对应的谱线。这就是所谓的“禁戒跃迁”。
- 偏振和强度:** 如果 a_{km} 不为零, 原子就会发光。而这个值的大小, 直接关系到电偶极矩振荡的幅度, 从而决定了发出光谱线的**强度**(亮度)。同时, 通过计算 x 、 y 、 z 三个方向的偶极矩分量, 我们还能精确预测出发出光线的**偏振方向**。

薛定谔把他的理论应用到了当时已知的塞曼效应（磁场中谱线分裂）和斯塔克效应（电场中谱线分裂）上，通过计算 a_{km} ，他的理论所预言的谱线位置、强度关系和偏振情况，与实验结果惊人地吻合！这无疑给他的波动理论投下了一张最有力的信任票，证明了它不仅仅是一个哲学构想，更是一个能够精确预测实验的强大物理理论。

【原文】

因为上述结论对 n 粒子系统的一般情况仍然成立，并且表示为各个波之积的电荷密度给出了正确的辐射振幅，薛定谔就把量子理论解释为一种简单的经典波动理论。在他看来，物理实在是由波构成的，而且只由波构成。他断然否认分能级和量子跳变的存在，理由是在波动力学中分立本征值是波的本征频率而不是能量，这个观念他在他的一篇文章的末尾就已提到过。在他于 1927 年发表的“从波动力学看能量交换”一文^①中，他非常详细地阐述了他对这个问题的观点。薛定谔把他第四篇文章中奠定了基础的含时间的微扰论应用于两个具有微弱相互作用的系统，每个系统各有一对能级，其能量差值相同，一个系统具有能级 E_1 和 E_2 ，另一个系统具有能级 E'_1 和 E'_2 ，并有 $E_2 - E_1 = E'_2 - E'_1 > 0$ ，然后论证如下。

令不带扰的系统的波动方程为

$$\Delta\psi - \frac{(8\pi^2m)}{h^2}U\psi - \frac{4\pi i}{h}\frac{\partial\psi}{\partial t} = 0,$$

其本征值 E_1 和 E_2 分别对应于本征函数 ψ_1 和 ψ_2 ，又令带扰的系 28 统的波动方程为

$$\Delta\psi' - \frac{(8\pi^2m)}{h^2}U'\psi' - \frac{4\pi i}{h}\frac{\partial\psi'}{\partial t} = 0,$$

其本征值 E'_1 和 E'_2 分别对应于本征函数 ψ'_1 和 ψ'_2 ；而组合系统的波动方程为(耦合可以忽略)

$$(\Delta + \Delta')\psi - \frac{(8\pi^2m)}{h^2}(U + U')\psi - \frac{4\pi i}{h}\frac{\partial\psi}{\partial t} = 0$$

于是它有一个简并的本征值 $E = E_1 + E'_2 = E'_1 + E_2$ ，对应于两个本征函数 $\psi_a = \psi_1\psi'_2$ 和 $\psi_b = \psi'_1\psi_2$ 。

薛定谔引述一个微弱扰动应用微扰论，薛定谔用通常的方法证明，组合系统的态随着时间在 ψ_a 和 ψ_b 之间振荡，其速率同耦合能量成正比，并且在这种共振现象中， ψ_a 的振幅依靠减小 ψ_1 的振幅而增大，同时 ψ_b 的振幅依靠减小 ψ'_2 的振幅而增大。于是薛定谔争辩道，我们不必假定有分立的能级和量子能量交换，不用把本征值看成是频率以外的什么东西，也找到了下述事实的一个简单说明：物理的相互作用主要只发生在(用旧理论的话来说)“出现有同样的能量矩阵”的那些系统之间。

① E. Schrödinger, "Energieaustausch nach der Wellenmechanik", *Ann. Physik* 83, 956—968 (1927); 英译文 "The exchange of energy according to wave mechanics", *Collected Papers*, pp. 137—146; 法译文收入 *Memoires*, pp. 216—270.

【解读】

读到这里，我们触及了薛定谔物理思想的核心，也是他与当时其他量子力学主流观点（如哥本哈根学派）最根本的分歧所在。前面的计算给了薛定谔巨大的信心，他认为自己发现了一条通往理解微观世界的、完全不同于玻尔和海森堡的道路。

薛定谔的信念是什么呢？他认为，**物理实在就是波，而且只有波**。在他看来，我们所说的电子、原子，都不是微小的粒子，而是在空间中实实在在振动的波。因此，像“**量子跳变**”这种一个电子瞬间从一个轨道消失、在另一个轨道出现的神奇过程，在他看来是完全不可接受的、荒谬的。他认为自己的理论，一个纯粹的波动理论，已经足以解释一切，根本不需要这些不连续的、跳跃式的概念。

他甚至对“能量”这个概念提出了挑战。我们通常认为 E 就是能量，一个原子有分立的“能级”。但薛定谔说，不，方程里那些分立的 E ，其根本意义不是能量，而是波的**本征频率**（通过关系 $E = h\nu$ ）。世界的基本构成是振动，而不是一份一份的能量块。

为了证明他的观点，他设计了一个精妙的思想实验。想象有两个系统，比如两个原子。原子A有两个状态，频率差是 $\Delta\nu$ ；原子B也有两个状态，频率差正好也是 $\Delta\nu$ 。现在让这两个原子靠得比较近，产生微弱的相互作用。

在旧的“量子跳变”图像里，我们会说：原子A从高能级跳到低能级，放出一个能量为 $h\Delta\nu$ 的光子，原子B恰好吸收了这个光子，从低能级跳到高能级，完成了一次能量交换。

但薛定谔给出了一个截然不同的、纯粹基于波动的解释。他运用了**微扰论**——一种处理复杂系统（比如两个相互作用的原子）的强大数学工具。他发现，当这两个频率差相同的系统相互作用时，会发生一种叫做“**共振**”的现象。

这个共振，同学们可以这样理解：想象有两个一模一样的音叉。你敲响其中一个，过一会儿，你会发现另一个没被敲的音叉也自己响了起来，而第一个音叉的声音则慢慢变弱。能量，或者说振动，通过空气这个“微弱耦合”，从一个音叉平滑地、连续地传递到了另一个音叉上。你没有看到任何“声音粒子”跳过去，你只看到了一个振动慢慢减弱，另一个振动慢慢增强。

薛定谔的计算表明，那两个原子之间发生的事情和音叉完全一样！代表“原子A处于高频态、B处于低频态”的那个组合波函数（ ψ_a ），它的振幅会随时间平滑地减小；而代表“原子A处于低频态、B处于高频态”的那个组合波函数（ ψ_b ），它的振幅会平滑地增大。

因此，薛定谔雄辩地论证道：根本就没有什么“能量交换”的量子跳变！我们观察到的现象，只不过是两个频率匹配的波系统之间发生的**共振**，是振动此消彼长的连续过程。这个观点非常深刻，它试图用我们熟悉的、经典的波动图像来统一整个物理世界，驱散那些笼罩在量子论上空的“鬼魅般的超距作用”和“不连续性”的迷雾。虽然历史最终选择了另一条道路（波恩的概率诠释），但薛定谔的这个深刻洞见，至今仍在启发着我们思考量子世界的本质。好的，导师就位。各位同学，今天我们要深入探讨的是量子力学发展史上一个非常迷人但最终未被主流接受的观点——来自量子力学奠基人之一，埃尔温·薛定谔本人对量子世界的纯波动诠释。这部分内容充满了深刻的物理思想和哲学思辨，它将挑战我们在教科书上学到的一些基本概念。让我们一起拨开历史的迷雾，看看这位伟大的物理学家是如何试图构建一个没有“量子跃迁”的、更加优雅自治的微观世界图景的。

【原文】

因此在薛定谔看来,量子公设便通过一种共振现象得到了充分的说明,这种共振现象类似于声学节拍现象或和应摆 (Sympa-thetic pendulum, 即用一根弱弹簧连接起来的两个固有频率相等或几乎相等的摆) 的行为。换句话说,两个系统之间的相互作用根据纯粹波动动力学的概念就得到了满意的说明,就如同量子假设仿佛[薛定谔的德文原字是 *als ob*]成立似的——正如从波动动力学的含时间的微扰论就把自发发射的频率推导了出来。就如同仿佛存在有分立的能级、玻尔的频率假设仿佛成立一样。薛定谔的结论是:量子跳变或能级的假设是多余的;“承认量子假设又承认共振现象,这意味着接受同一过程的两种说明。但这就像提出两个用来推诿的措词一样:一个肯定是假的,通常两个都是假的。”实际上,薛定谔宣称,对于这种现象的正确描述,人们根本不应当使用能量概念,而只应当使用频率概念;令一个态用并合频率 $\nu_1 + \nu'_2$ 表征,另一个态用 $\nu'_1 + \nu_2$ 表征;频率条件 $h\nu_a - h\nu_b = h\nu_1 - h\nu'_1$ 玻尔把它解释为不带扰的系统从较低的能级 $E_1 = h\nu_1$ 作一次量子跃迁到高能级 $E_2 = h\nu_2$, 而带扰的系统从高能级 $E'_1 = h\nu'_1$ 跃迁到低能级 $E'_2 = h\nu'_2$, 而在薛定谔看来只是交换的频率的守恒定理;

【解读】

大家好,我们来仔细品读这段文字。这部分的核心,是薛定谔试图用一个我们更熟悉、更直观的物理图像——“共振”——来取代当时令人费解的“量子跃迁”概念。

大家在高中物理都学过玻尔模型,记得那个核心思想吗?电子在特定的“能级”上稳定运动,不辐射能量。当它从一个高能级 E_2 跳到低能级 E_1 时,会“biu”地一下发射一个光子,光子的能量等于两个能级的能量差,即 $E_2 - E_1 = h\nu$ 。这个过程被称为“量子跃迁”或“量子跳变”。这个图像虽然很有效,但仔细想想,它其实很诡异:电子是如何瞬间从一个轨道跳到另一个的?中间过程是怎样的?玻尔模型对此避而不谈。

薛定谔对此非常不满意。他认为,我们之所以要引入这种“跳跃”的假设,是因为我们看问题的角度错了。在他看来,微观世界的基础不是粒子,而是波。那么,原子与光的相互作用,就不再是一个电子吸收或发射光子的过程,而是两个“波”系统相互影响的过程。

他举了“和应摆”的例子,这个类比非常精彩。想象一下,有两个一模一样的单摆,用一根很松的绳子连着。你让其中一个摆动起来,过一会儿你会发现,它的振幅越来越小,而另一个原本静止的摆开始摆动,并且振幅越来越大。能量就这样平滑、连续地从一个摆传递到了另一个摆。这就是共振。薛定谔认为,原子和光的相互作用就是这样!不是突然的跳跃,而是一种频率上的和谐共振,能量在两个波动系统间平滑地“流淌”。

所以,当原文提到“量子假设仿佛[*als ob*]成立似的”,这里的“仿佛”是关键。薛定谔的意思是,玻尔那套关于能级和跃迁的说法,只是一个“看起来像那么回事”的描述,它抓住了现象的表面,却没有触及本质。本质是波的共振。他甚至尖锐地指出,同时接受“量子假设”和“共振现象”是多此一举,就像为一件事找两个借口,很可能两个都是错的。

更激进的是,他提出我们应该放弃“能量”这个概念在微观层面的应用,只谈论“频率”。因为能量守恒 ($E_2 - E_1 = E'_2 - E'_1$) 在他看来,本质上只是频率的守恒 ($\nu_2 + \nu'_1 = \nu_1 + \nu'_2$)。这在当时是一个颠覆性的想法,试图将量子物理学建立在一种纯粹的、连续的波动图景之上,彻底驱逐那些不连续、不直观的“跳变”鬼魅。

$$\nu_1 + \nu'_2 = \nu_2 + \nu'_1 \quad (12)$$

薛定谔以同样的精神坚持认为, 可以把波动图象加以推广以 (只用频率和振幅) 说明全部已知的量子现象, 包括夫兰克-赫兹实验甚至康普顿效应这样的粒子物理学典型例子。他在此之前的一篇文章^①中曾证明, 可以把康普顿效应描绘成一系列前进波被另一列前进波造成的布拉格型反射; 由一系列波及其反射波形成的干涉图样, 构成了对于另一列波的某种运动着的布拉格晶体, 反过来也一样。

薛定谔是怎样为他在微观物理学中否定能量概念进行论证的, 可以从他在 1926 年 5 月 31 日写给普朗克的一封信中一段有趣的话看出: “能量”这个概念是我们从宏观经验而且实际上也只是从宏观经验导出的某种东西。我不相信这个概念能照搬到微观力学中去, 使人们可以谈论单个部分振动的能量。单个部分振动的动能特性是它的频率”^②。薛定谔从来没有改变过他对这个问题的观点。他在他世(1961 年 1 月 4 日)前三年, 他还写了一篇文章, 题为“能量或许只是一个统计概念吧?”^③。他在这篇文章中争辩说, 能量就和熵一样只具有统计意义, 并且对于微观系统来说, 乘积 $h\nu$ 并不具有 (宏观的) 能量意义。

① E. Schrödinger, "Der Comptoneffekt", *Ann. Physik* 82, 257—265 (1927); 收入 *Abhandlungen*, pp. 170—177; 英译文见 *Collected Papers*, pp. 124—129; 法译文见 *Memoires*, pp. 197—205.

② Schrödinger, Planck, Einstein, Lorentz: *Letters on Wave Mechanics*, K. Präbarm, ed. (Philosophical Library, New York, 1967), p. 10. 德文本 *Briefe sur Wellen-mechanik* (Springer, Wien, 1963), p. 10.

③ 见 40 页注①文献.

【解读】

在上一段的基础上, 这段文字进一步展示了薛定谔的雄心和他的哲学思考。他不仅认为自己的波动理论可以解释原子光谱, 还宣称它能解释所有量子现象, 甚至包括那些被看作是“粒子性”铁证的实验。

其中最典型的例子就是“康普顿效应”。同学们应该记得, 康普顿效应是X射线光子和电子的弹性碰撞, 就像两个台球相撞一样, 完美地展示了光的粒子性 (动量)。这个实验是支持“波粒二象性”的强有力证据。然而, 薛定谔这位“波动派”的掌门人, 怎么可能轻易接受一个“粒子碰撞”的图像呢? 他给出了一个惊人的纯波动解释。

他的解释有点复杂, 我们可以打个比方。想象一下, 有两组水波在水面上相遇。它们会发生干涉, 形成复杂的、移动的波峰和波谷图案。薛定谔认为, 康普顿效应就是入射的X射线波和电子的物质波相互作用, 它们形成的干涉条纹就像一个“移动的晶体”。我们知道, 晶体可以衍射X射线 (布拉格衍射)。那么, 这个由两列波自己创造出来的“移动晶体”, 反过来又会使这两列波自身发生“反射”或散射。整个过程完全是波与波的相互作用, 根本不需要“光子”和“电子”这两个小钢球的碰撞。这个解释虽然非常巧妙, 但远不如粒子碰撞模型来得直观简洁, 所以最终没有被广泛接受。

那么, 薛定谔为什么如此执着于纯波动, 甚至不惜挑战“能量”这个物理学的基石概念呢? 他写给普朗克的信揭示了其哲学根源。他认为, “能量”是我们从日常宏观世界 (比如观察运动的物体、感受热量) 中总结出来的概念。我们把它直接套用到微观世界的一个单独的波上, 可能是一个根本性的错误。

这里，他提出了一个极具洞察力的观点：“能量或许只是一个统计概念”。我们可以类比一下“温度”。我们能说一个教室里的“温度”是多少，因为它代表了无数空气分子平均动能的统计结果。但我们能问“单个空气分子的温度是多少”吗？这个问题是没有意义的。薛定谔猜想，“能量”可能也像“温度”一样，只有在讨论大量微观系统组成的宏观物体时才有意义。对于单个的微观系统，比如一个电子波，最根本的物理量是“频率”，而不是“能量”。这体现了他作为一名物理学家的深刻反思精神，敢于质疑那些我们习以为常、认为理所当然的基本概念。

【原文】

48 量子力学的哲学

物理实在的纯波动观怎样才能说明粒子物理学的唯象行为，薛定谔在他那组文章的第二篇^①中已经用波包初步讨论过，但直到1926年初夏才算充分完成。在第四篇文章发表之前所写的30一篇论文“论从微观力学到宏观力学的连续过渡”^②中，薛定谔通过证明线性谐振子的唯象行为可以用相应的微分方程的波动本征函数来充分解释，具体说明了他对这个问题的看法。在他第二篇文章的末尾(§ 3, 应用)，薛定谔已经求出这些归一化本征函数的表示式为 $(2^n n!)^{-1/2} \phi_n$ 。其中

$$\psi_n = \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) H_n(x) \exp(2\pi i \nu_n t) \quad (13)$$

并且 $\nu_n = (n + \frac{1}{2})\nu_0$ ，而 $H_n(x)$ 为 n 阶厄密多项式；于是薛定谔就用它们来构成波包

$$\psi = \sum_n \left(\frac{A}{2}\right)^n \frac{\psi_n}{n!} \quad (14)$$

其中 A 是一个比 1 大得多的常数^③。简单的计算表明， ψ 的实部为

① *Ann. Physik* 79, 489—527 (1926)；见 37 页注^②文献。

② E. Schrödinger, "Der Steitige Übergang von der Mikro-zur Makromechanik", *Die Naturwissenschaften* 14, 664—666 (1926)；收入 *Abhandlungen*, pp. 56—61, 英译文收入 *Collected Papers*, pp. 41—44.

③ 因为 $x^n/n!$ 作为 n 的函数对于大的 x 值在 $n = x$ 处有一个单个的而且陡峭的极大值，起决定性作用的项是 $n \approx A$ 的那些项。

第二章 早期的半经典诠释 49

【解读】

好的，现在我们来到了薛定谔纯波动图景中最关键、也是最巧妙的一环。如果世界本质上是波，那为什么我们在实验中总能看到像粒子一样的东西呢？比如，电子打在屏幕上是一个个的点，而不是一片模糊的波纹。薛定谔必须回答这个“从微观波到宏观粒子”的过渡问题。他的答案是——“波包”(Wave Packet)。

这个概念非常重要。大家可以想象一个无限长的、完美的正弦波。它在空间中无限延伸，你无法说它“在”哪里。它有确定的波长（对应确定的动量），但位置却极度不确定。这显然不像一个粒子。而一个理想的粒子，它的位置是完全确定的，就是一个点，但它没有波动的概念，波长无从谈起。

“波包”就是这两者之间的桥梁。想象一下，我们不是用一个单一频率的波，而是把许许多多频率相近的波叠加在一起。在大部分空间，这些波的波峰和波谷会相互抵消（相消干涉）。但在一个很小的区域内，它们恰好都是波峰或波谷，于是就叠加出一个振幅很大的“波的包裹”，这就是波包。这个“波包”是局域化的，它有一个大致的位置，看起来就像一个粒子。同时，它又是由波构成的，保留了波动的性质。

这段文字里的数学公式，就是在具体展示如何构建一个波包。他以“线性谐振子”（可以看作是量子世界里的一个完美弹簧）为例。

- 公式 (13) 中的 ψ_n ，代表的是这个量子弹簧的各种“本征态”，也就是它最基本的、稳定的振动模式。你可以把它们想象成一把吉他上不同音高的“纯音”（比如Do, Re, Mi）。每一个 ψ_n 都是一个在空间中散布很开的波，对应着玻尔模型里的一个分立能级。
- 公式 (14) 中的 ψ ，就是构建波包的“乐谱”。这里的求和符号 $\sum$ 告诉我们，薛定谔把所有这些“纯音” ψ_n 按照特定的“音量”（由系数 $(A/2)^n / n!$ 决定）混合在了一起。

他惊人地发现，通过这样巧妙的叠加，最终得到的总的波函数 ψ ，不再是散布各处的模糊波纹，而是一个会像经典物理中的弹簧振子那样，来回振荡的、高度局域化的波包！这就漂亮地说明了，我们宏观世界里看到的粒子般的、遵循牛顿定律的行为，可以从微观世界纯粹的波动方程中“涌现”出来。

总而言之，薛定谔通过“波包”这个数学工具，试图建立一座从微观波动世界通往宏观粒子世界的桥梁，从而证明他的纯波动理论是完备的，不需要引入任何粒子或跃迁的假设。这无疑是物理学思想史上一次极其深刻和优美的尝试。好的，老师这就带你进入20世纪初那场激动人心的物理学大革命，亲眼见证量子世界的图景是如何在薛定谔、海森伯、洛伦兹这些顶级大师的智慧碰撞中一步步清晰起来的。我们将要读的这段文字，出自一本探讨量子力学哲学的著作，它不仅仅是讲物理公式，更是在讲述一种思想、一种世界观的诞生和它所面临的挑战。让我们开始吧。

【原文】

$$\exp \left[-\frac{A^2}{4} - \frac{1}{2}(x - A \cos 2\pi\nu_0 t)^2 \right] \quad (15)$$

$$\cdot \cos \left[\pi\nu_0 t + (A \sin 2\pi\nu_0 t)(x - \frac{A}{2} \cos 2\pi\nu_0 t) \right] \quad (16)$$

(15)式中的第一个因子代表一个高斯误差曲线形状的窄凸包，它在给定的时刻 t 位于

$$x = A \cos 2\pi\nu_0 t \quad (16)$$

的邻近,与粒子状谐振子的经典运动相符合,而第二个因子则只是对这个凸包进行调制。此外薛定谔还指出,这个波群作为一个整体在时间进程中并不会在空间弥散开,而且由于这个凸包的宽度的数量级为1因而远小于 A ,这个波包显现出点状粒子的外貌。“看来无疑的是”,薛定谔在他的论文的结尾中说,“我们可以假定能够构成类似的波包,它们沿着量子数更高的开普勒椭圆轨道31行,并且它们就是氢原子的波动力学图象[*undulationsmechanischeBild*]”。

建立在波动力学形式体系基础上的这种波动的物理图象,是薛定谔1926年7月16日在柏林对德国物理学会演讲的主题。这次演讲题为“建立在波动理论上的一种原子论的基础”,由能斯特[W.Nernst]主持,虽然是根据普朗克的倡议,学会的柏林分会主席格隆爱森[E.Grüneisen]才向薛定谔发出这次邀请的。应当提到,普朗克从一开始就对薛定谔的工作表现出极大的兴趣甚至是热情。一周之后,薛定谔又就同一题目向学会的巴伐利亚分会作了一次讲演,讲演由埃蒙森[R.Emden]主持。正是以这种物理图

50 量子力学的哲学

像为基础,薛定谔1947年在一篇题为“量子力学的2400年”的文章^①中,才能把古典原子的创始者留基伯[Leucippus]和德谟克里特[Democritus]称为首批量子物理学家,并且1950年他的一篇短文“一个基本粒子是什么?”^②。开门见山第一句话就是“最新形式下的原子论就叫作量子力学”。

【解读】

同学们,我们眼前这段文字,可以说是打开薛定谔内心世界的钥匙。他不仅仅提出了一个方程,更试图为我们描绘一幅“眼见为实”的量子图景。

让我们先从那两个看起来有点吓人的数学公式(15)和(16)说起。别怕,我们不需要深入计算,只需要理解它们的“形象”。你可以把它们想象成一个组合:公式(15)描述的是一个“信封”,它的形状像你们数学课上学过的正态分布曲线(高斯曲线),中间高,两边低,形成一个窄窄的“凸包”。这个“信封”本身不振动,它只是把能量和物质集中在一个很小的区域。而公式(16)描述的是装在“信封”里的“信”,也就是真正的波,它在这个“信封”内部快速地振动。两者结合,就形成了一个物理学家所说的“波包”(Wave Packet)。

这个波包最神奇的地方在哪里?在公式 $x = A \cos(2\pi\nu_0 t)$ 。这个公式你们在物理课上一定见过,它描述的正是弹簧振子或者单摆的运动(简谐振动)。薛定谔惊喜地发现,他构造的这个“波包”的中心,竟然完全按照经典物理的轨迹在运动!这就太棒了。这意味着,电子不再是一个行踪诡异的幽灵,而是一个稳定、集中的波包。它的整体移动就像我们熟悉的小球,而它的内部又具有波的性质。更妙的是,薛定谔计算出,对于谐振子这个特殊情况,波包不会随着时间散开,就像一个紧凑的“小团体”,永远保持着“点状粒子”的外貌。

这让薛定谔非常振奋。他大胆地畅想:既然这个模型在谐振子上如此完美,那么我们一定也能构造出类似的波包,让它们像行星一样,沿着开普勒椭圆轨道环绕原子核运动。这,就是氢原子的真实面貌!一个由波构成的,稳定而经典的微型“太阳系”。这个想法是如此直观、如此优美,以至于薛定谔认为他找到了连接经典世界和量子世界的桥梁。

所以，当他受邀去柏林演讲时，他充满了信心。你要知道，邀请他的可是普朗克——量子论的开创者。这相当于一位乐坛新人，得到了贝多芬的认可。薛定谔认为，他的理论不只是一个数学工具，而是一种全新的原子论。他甚至在后来的文章中，将自己的理论追溯到2400年前古希腊的原子论创始人，认为他们才是“首批量子物理学家”。在他看来，量子力学就是古代原子论思想在现代科学中的终极形态：构成世界的基本单元（“原子”）的本质，就是波。

【原文】

但是，薛定谔提出的这种“自然的”和“直观的”量子力学诠释 必须面对一些严重困难。洛伦兹[H.A.Lorentz]在 1926 年 5 月 27 日致薛定谔的信中表示，就单粒子系统而言，他宁肯要波动力学而不是矩阵力学，因为前者有“更大的直观清晰性”；但他同时指出，一个以群速度运动、应当代表一个“粒子”的波包，“绝不能长期 保持在一起并限定在一个小体积中。媒质中稍微有一点色散就会 使它在传播方向上散开，而且即使没有这种色散，它在横向也总是 会越来越扩大。由于这种不可避免的弥散现象，在我看来，波包并不适宜于代表那些其单独存在应当持久的东西。”

薛定谔是在 5 月 31 日收到这封寄自哈勒姆[*Haarlem*]的信 的；我们从他在同一天于苏联世寄出的致普朗克的信中得知，他刚刚完成了上面提到的关于振动波包的粒子状行为的计算。因此 他觉得有权在这封致普朗克的信中写道：“我相信要对氢原子中的 电子实现同样的计算只是一个计算技巧问题。于是人们就可以清楚看出从微观的特征振动到宏观的经典力学‘轨道’的过渡，而且

① E. Schrödinger, "2400 Jahre Quantenmechanik", *Ann. Physik* 3, 43—48 (1948).

② *Endeavour* 9, 109—116 (1950).

第二章 早期的半经典诠释 51

还可以得出关于邻近振动的位相关系的有价值的结论”。

【解读】

然而，科学的进步从来不是一帆风顺的。薛定谔那幅优美、直观的图画，很快就迎来了第一位重量级的挑战者——亨德里克·洛伦兹。

同学们可能对洛伦兹这个名字有印象，比如电磁学里的“洛伦兹力”。他是当时物理学界的泰斗，一位思想深邃的前辈。他在给薛定谔的信中，先是给予了高度赞扬，说你的“波动力学”比海森伯等人的“矩阵力学”（一种非常抽象、纯数学的量子理论）要好，因为它“更直观清晰”。这就像一位老前辈拍着年轻人的肩膀说：“小伙子，你的想法我很欣赏，因为它看得见、摸得着。”

但紧接着，洛伦兹话锋一转，提出了一个致命的问题。他指出，你那个漂亮的“波包”，恐怕有一个天生的缺陷：它会“弥散”(disperse)，也就是会散开。这是一个非常深刻的物理洞察。大家可以想象一下，你往平静的湖里扔一块石头，会激起一圈非常清晰的涟漪，这就是一个“波包”。但这个涟漪会怎么样？它会一边传播一边扩大，浪头越来越平，最终消失在整个湖面。洛伦兹认为，代表电子的波包也会面临同样的命运。在真实物理环境中，任何微小的“色散”（就像光通过三棱镜会散开成彩虹一样），都会让波包迅速“发福”，最终变得模糊不清，散成一片。一个稳定的、永恒的电子，怎么能用一个注定会“融化”掉的波包来描述呢？这在逻辑上说不通。

这段文字有趣的地方在于，它记录了一个精确到天的历史巧合。薛定谔在5月31日收到了洛伦兹这封充满善意却又极具挑战性的信。而恰好在同一天，他给普朗克写信，信中充满了乐观。为什么？因为他刚刚完成了那个关键的计算——证明了在“谐振子”这个理想模型中，波包是不会弥散的！

这就像你刚刚在一场模拟考试中考了满分，信心爆棚，正准备向老师汇报，说高考肯定没问题。这时，你收到了一封信，信中一位前辈提醒你说，模拟考题型太简单，真实高考要复杂得多。薛定谔当时就是这种心态。他手握着谐振子这个“特例”的完美答案，因此他自信地认为，洛伦兹担心的弥散问题，对于更复杂的氢原子来说，也“只是一个计算技巧问题”，只要数学上再努力一把，总能解决。他相信，他能够清晰地展示出，微观世界那神秘的“振动”，是如何平滑地过渡到我们宏观世界里熟悉的“轨道”的。

此时的薛定谔，正站在他个人声望和自信的顶峰，但他可能没有意识到，洛伦兹提出的问题，并非一个简单的计算难题，而是触及了他整个物理图像的根基。

【原文】

十个月后，人们就清楚看到薛定谔过于乐观了，这时海森伯在他发表后来所谓的“海森伯关系式”的那篇文章^①中指出，假若薛定谔的假设是正确的，那么“一个原子发出的辐射就应能展成一个傅立叶级数，其中泛音的频率是某一基频的整数倍。但是原子光谱谱线的频率，根据量子力学，从来不是这样的某一基频的整数——除了谐振子这个特例以外。”^②

物理实在的波动图象的另一个严重程度不亚于前者的问题，同 ψ 的位形空间的维数有关。洛伦兹在前面那封信中向薛定谔表示，他宁愿采用波动力学有一个条件，那就是“当人们只须和三个坐标 x, y, z 打交道时”，这时他所说的正是这个问题。洛伦兹写道：“但是，若有更多的自由度，那么我就不能给予这些波和振动以物理的诠释了，我就必须支持矩阵力学”。洛伦兹的保留条件指的当然是这一事实：对于一个 n 粒子系统， ψ 波成了 $3n$ 个位置坐标的函数，它的表示需要一个 $3n$ 维空间。当然，要反驳这种反

① W. Heisenberg, "Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik", *Z. Physik* 43, 172—198 (1927); 重印于 *Dokumente der Naturwissenschaft*, Vol. 4, (1963), pp. 9—35.

② 海森伯未提到的另一个例外，是位势为 $V = V_0(a/(x - x_0))^2$ 的情形，它所产生的谱同角频率为 $(\sqrt{K}/ma^2)^{-1}$ 的振子的谱完全相同。见 I. I. Goldman, V. D. Krivchenkov, V. I. Kogan, and V. M. Galitskii, *Problems in Quantum Mechanics* (Interscience, London, 1960), p. 8, (Addison-Wesley Reading, Mass., 1961), p. 3. 中译本：量子力学习题集（王正清，刘弘度译，高等教育出版社，1965），第3页。最近的关于波包的相干性的工作，见 R. J. Glauber, "Classical behavior of Systems of quantum oscillators", *Physics Letters* 21, 650—652 (1966)。

52 量子力学的哲学

对意见，人们可以提出在讨论宏观力学系统时，振动虽然无疑地只真实存在于三维空间中，但是通过拉格朗日力学的 $3n$ 维空间中的简正坐标来计算最方便。

【解读】

仅仅十个月后，薛定谔的乐观就被证明是短暂的。两位关键人物——海森伯和洛伦兹——分别从两个

不同的角度，对薛定谔的物理图景发起了致命的攻击。

首先是来自年轻的维尔纳·海森伯的挑战，他正是日后提出“不确定性原理”的那位物理天才。海森伯的论证非常精彩，我们可以称之为“原子的音乐”之辩。他指出：如果电子真如薛定谔所说，是一个围绕原子核运动的稳定波包，那么它的行为应该像一根振动的琴弦。你们知道，一根琴弦除了能发出一个最低音（基频）外，还能发出频率是基频2倍、3倍、4倍……的泛音。这些泛音的频率是严格的整数倍关系。所以，如果薛定谔的理论是正确的，那么原子发出的光（也就是原子光谱）的频率，也应该是这种和谐的、整数倍的“音乐”。但实验结果是怎样的呢？科学家早就知道，真实原子的光谱线频率关系非常复杂，根本不是简单的整数倍关系（除了薛定谔研究过的那个特例——谐振子）。海森伯一针见血地指出：薛定谔的模型“演奏”出的音乐，和真实原子“唱”出的歌，根本就不是一个调！这个矛盾是毁灭性的，它说明把电子看作一个经典波包的想法，在根子上就与实验不符。

而另一个更深刻、更抽象的问题，则来自于洛伦兹。他在之前的信中其实已经埋下了伏笔。他说，你的波动力学我只在一个条件下才能接受，那就是“只和三个坐标 x, y, z 打交道时”。这是什么意思呢？

想象一下，描述一个电子在空间中的位置，我们需要 x, y, z 三个坐标。所以它的波函数 $\psi(x, y, z)$ 可以被理解成一个在我们熟悉的三维空间中传播的真实的、物理的波，就像水波或者声波一样。这很直观。

但是，现在我们考虑一个稍微复杂一点的氦原子，它有两个电子。要完全描述这个系统的状态，你需要知道第一个电子的位置 (x_1, y_1, z_1) ，*同时*还要知道第二个电子的位置 (x_2, y_2, z_2) 。加起来总共需要多少个坐标？6个！所以，氦原子的波函数是 $\psi(x_1, y_1, z_1, \dots, x_2, y_2, z_2)$ ，它是一个在6维空间中定义的数学函数。如果是 n 个粒子，波函数就存在于一个 $3n$ 维的“位形空间”里。

这就引出了一个哲学上的巨大难题：这个波，到底存在于何处？它不是我们生活的这个三维物理世界里的波。它是一个存在于高度抽象的、人类无法感知的多维数学空间里的“幽灵”。洛伦兹的意思是，如果这个波是真实物理实在的体现，那它就应该在我们的三维空间里。一旦它“跑”到了 $3n$ 维空间，我就无法再把它理解为一种真实的物理振动了。在这一点上，他宁愿接受海森伯那个虽然抽象但至少不假装“直观”的矩阵力学。

虽然有人辩解说，在经典力学（如拉格朗日力学）中，为了计算方便，我们也会引入多维空间。但那只是一个数学工具。而薛定谔的野心是，他的波函数 ψ 本身就是物理实在。这个“多维空间”的问题，彻底动摇了薛定谔诠释的根基，也成为了量子力学留给后人最深奥的谜题之一：那个指导着粒子行为的波函数，其本质究竟是什么？undefined好的，同学们，今天我们来一起深入探讨一下量子力学发展初期的一些非常深刻、甚至有些令人困惑的思想。我们将要阅读的这段文字，出自一本关于量子力学哲学的著作，它会带领我们回到薛定谔、海森堡等人刚刚构建起这个伟大理论的时代，去看看他们当时是如何努力理解自己创造出来的“怪物”的。

大家在高二和高三的物理课上，已经接触了波粒二象性，知道了微观粒子既像粒子，又像波。薛定谔方程就是描述这种“波”的数学工具，它的解——波函数 ψ （读作“psi”）——是整个量子力学的核心。但是，这个 ψ 到底是什么？它是一种真实存在的、像水波或声波一样的物理实在吗？还是仅仅是一个计算工具？

这个问题，从量子力学诞生之日起，就引发了最顶尖物理学家们的激烈争论，直到今天也没有一个所有人都接受的“标准答案”。我们今天要读的，就是关于早期对这个问题的两种探索。让我们一起进入这段物理学思想史中最激动人心的篇章。

【原文】

薛定谔是充分意识到这个麻烦的。他在那篇讨论他自己的方法同海森伯的方法之间的等价性的论文中写道：“对于多电子问题 33 中遇到的困难，不应当避而不提，这时 ψ 实际上是位形空间中的函数而不是真实空间中的函数”。特别是，在此文的一个脚注中，薛定谔承认，在例如氢原子的波动力学处理中使用经典粒子物理学的静电势公式，这在概念上是不逻辑一贯的^①，并补充说必须考虑这种可能性：“当两个‘点电荷’实际上都是延展的振动、彼此穿透时”，照搬经典的能量函数式已不合法了。薛定谔的担心为量子电动力学后来的发展所充分证实。

薛定谔对波函数的实论的诠释还面对着另外三个困难，它们在当时没有充分认识到：(1) ψ 是一个复函数；(2) ψ 在一次测量过程中发生一个不连续的变化；以及(3) ψ 同迭来表示它的一组可观察量有关，它在动量空间中的表象同它在位置空间中的表象根本不同。

因为每个复函数等价于一对实函数，人们曾经以为头一个困难是可以解决的。只有当玻恩提出 ψ 函数的几率诠释之后，复

① 在这方面，请参照薛定谔在论文“Der Energieimpulssatz der Materiewellen”的末尾所承认的，不可能单纯只用场论(通过使用由场的拉氏函数变分而得到的位势)来解决氢原子问题。此文载于 *Ann. Physik* 32, 265—273 (1927); 收入 *Abhandlungen*, pp. 178—185; 英译文见 *Collected Papers*, pp. 130—136。

第二章 早期的半经典诠释 53

位相相对于说明量子力学干涉现象的必要性才明显起来。后来争论得很厉害的 ψ 突变为一个新组态，即上面 (2) 中说到的所谓波包收缩，只有随着量子力学测量理论的发展，才成为关于物理学基础的研究的前沿问题。最后， ψ 对表象的依赖性 是狄拉克-约尔丹变换理论的一个结论，而变换理论也是薛定谔早期的结果之后才发展起来的。

【解读】

好的，同学们，我们来看第一段。这段文字的核心，是讲述了连薛定谔本人——“波动力学之父”——都对自己的理论感到深深的困惑。他最初希望波函数 ψ 是一种真实的、物理的波，就像一团“电子云”在空间中振动。但很快，他自己就发现了这个美好图景中的巨大裂痕。

首先，是“位形空间”这个概念。这是一个关键的难点。大家想想，要描述一个粒子在三维空间里的位置，我们需要几个坐标？很简单，(x, y, z) 三个就够了。所以，如果电子波是真实空间中的波，那 ψ 就应该是 (x, y, z) 的函数。对于氢原子（一个电子），这没问题。但对于氦原子（两个电子）呢？为了完全确定系统的状态，你需要同时知道第一个电子的位置 (x₁, y₁, z₁) 和第二个电子的位置 (x₂, y₂, z₂)，总共需要 6 个坐标！这意味着，对于氦原子，波函数 ψ 实际上是一个在六维空间中传播的“波”。这个六维空间，就叫做“位形空间”。现在你明白薛定谔的窘境了吧？一个在我们熟悉的、看得见摸得着的三维空间里根本不存在的“波”，我们怎么能说它是“真实”的物理波呢？这让“电子云”的直观图像几乎瞬间崩塌了。

其次，薛定谔指出了概念上的“不逻辑”。我们在计算氢原子能级时，把原子核看作一个点，电子“云”围绕着它。我们使用的势能公式 $V(r) = -ke^2/r$ 是从经典的电磁学照搬过来的，它描述的是两个“点电荷”之间的相互作用。但现在，电子不再是一个点，而是一个“延展的振动”（一团波）。那么，一个“点状”的原子核和一个“云状”的电子之间的相互作用，还能用描述两个点之间作用的公式吗？薛定谔感到这在逻辑上是说不通的。这就好比，你计算地球和月球之间的引力时，可以把它们看作质点；但如果你要计算一团星云和另一团星云之间的引力，特别是当它们互相渗透时，再用质点公式显然就不精确了。薛定谔的这个担心非常超前，它预示了后来更复杂的量子电动力学（QED）的诞生。

除了薛定谔自己意识到的这两个大麻烦，文本还指出了另外三个当时没有被充分重视的困难：

1. **ψ 是复函数**：我们在高中物理里学到的波，比如声波、水波，它们的振幅都是实数。但波函数 ψ 的值可以是复数（形如 $a+bi$ ）。一个“真实”的物理量为什么要用虚数来描述？这在当时看来非常奇怪。后来，物理学家玻恩提出了概率诠释（我们今天学习标准诠释），才揭示了复数的“相位”部分对于解释电子双缝干涉这样的量子现象至关重要。
2. **波包收缩**：这就是量子力学里最诡异的“测量问题”。一个电子的波函数可能弥散在很大的空间里，表示它可能在这里，也可能在那里。但你一旦用仪器去“看”它在哪，它的波函数会瞬间、不连续地“塌缩”成一个点，出现在某个确定的位置。这个从“弥散的可能”到“确定的现实”的瞬间变化，是怎么发生的？为什么会发生？这至今仍是物理学和哲学的核心谜题之一。
3. **表象的依赖性**：这个概念稍微抽象一些。我们可以把 ψ 看作一本包含了电子所有信息的“密码书”。你可以用“位置语言”来阅读它，得到一个描述粒子在各处出现概率的函数；也可以用“动量语言”来阅读它，得到一个描述粒子具有各种动量大小概率的函数。这两种“语言”读出来的内容（函数形式）完全不同，但描述的是同一个电子的状态。一个“真实”的物体的属性，不应该因为我们描述它的方式不同而改变。这进一步暗示了， ψ 可能不是一个客观实在，而更像是一个编码了我们所能知道的关于系统信息的数学工具。

总而言之，这段文字告诉我们，将量子世界的波函数简单地类比成我们宏观世界里的波，从一开始就困难重重。这些困难，正是推动物理学家们走向更深刻、更颠覆性的概率诠释的动力。

【原文】

2.3 流体力学诠释

薛定谔诠释量子力学的尝试主要依靠同波动现象的类比，而波动方程及其推论与流体力学流动方程的相似性，则是另一个早期尝试的基础，这个尝试企图用经典的连续媒质物理学来说明量子力学过程。最早的流体力学诠释是马德隆提出的，他于1905年在哥丁根大学获得博士学位，从1921年起担任美国因河畔的法兰克福大学的理论物理学教授，以其在哥丁根时和玻恩共同从事的离子晶体理论（马德隆常数）及其关于物理学家的数学工具的教科书^①而闻名。

他从薛定谔方程(1)的共轭

$$\Delta\psi - \frac{8\pi^2m}{h^2}V\psi - \frac{4\pi m}{h}\frac{\partial\psi}{\partial t} = 0 \quad (17)$$

① E. Madelung, *Die mathematischen Hilfsmittel des Physikers* (Springer, Leipzig, 1922, 1925, 1935; Dover, New York, 1943) (俄译本(1960)).

54 量子力学的哲学

出发①, 并令

$$\psi = \alpha e^{i\beta} \quad (18)$$

其中 α 和 β 为实数, 对(17)式的纯虚部, 得

$$\operatorname{div}(\alpha^2 \operatorname{grad} \phi) + \frac{\partial \alpha^2}{\partial t} = 0 \quad (19)$$

其中

$$\phi = -\frac{h}{2\pi m} \beta. \quad (20)$$

方程(19)的结构如同以下的流体力学连续性方程的结构相同:

$$\operatorname{div}(\sigma u) + \frac{\partial \sigma}{\partial t} = 0. \quad (21)$$

根据这种类比, 马德隆把 α^2 解释为一种流体力学流动过程的密度 σ 。把 ϕ 解释为该过程的速度 (速度 $u = \operatorname{grad} \phi$), 这个流动过程还应服从由(17)式的实部表示的附加条件, 用 ϕ 表示就是

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\operatorname{grad} \phi)^2 + V - \frac{\Delta \alpha}{a} \frac{h^2}{8\pi^2 m^2} = 0. \quad (22)$$

35 流体力学的欧拉方程为

$$F - \frac{1}{\sigma} \operatorname{grad} p = \frac{1}{2} \operatorname{grad} u^2 + \operatorname{curl} u \times u + \frac{\partial u}{\partial t}, \quad (23)$$

其中

$$F = -\operatorname{grad} U \quad (24)$$

为单位质量所受的力, U 为单位质量的位能, p 为压强。对于无旋运动(即若存在速度势时), 欧拉方程可写成较简单的形式

① E. Madelung, "Quantentheorie in hydrodynamischer Form", *Z. Physik* 40, 322—326 (1926).

第二章 早期的半经典诠释 55

$$\text{grad} \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\text{grad} \phi)^2 + U + P \right] = 0 \quad (25)$$

其中

$$\nabla P = \frac{1}{\sigma} \nabla p.$$

因此, 若将(22)式中的负项等同于连续媒质中内力的函数 dp/σ , 那么薛定谔方程所描写的运动就显得是在保守作用 用下流体的一种无旋流动。

【解读】

好了, 同学们, 刚刚我们看到了把波函数 ψ 理解成“真实波动”的种种困难。面对这些困难, 物理学家们并没有放弃, 他们尝试从其他经典物理领域寻找灵感。这一段文字介绍的就是一个非常巧妙的尝试

——流体力学诠释。

这个想法由德国物理学家马德隆 (Madelung) 提出。他的思路是: 既然把 ψ 比作“波”很麻烦, 那我们能不能把它比作“流体”呢? 比如, 把宇宙中所有的电子想象成一种无处不在、可以流动的“量子流体”。这听起来是不是也挺酷的?

马德隆的天才之处在于, 他通过一系列数学变形, 硬是把薛定谔方程“翻译”成了流体力学的语言。我们不必深究每一个数学符号, 关键是理解他的“翻译”逻辑。

第一步, 他把复数形式的波函数 $\psi = \alpha e^{i\beta}$ 拆解开。这里的 α 是波函数的振幅 (一个实数), β 是相位 (也是一个实数)。大家在数学课上学过复数的极坐标表示, 这就是同一个东西。这步操作, 好比把一个既有大小又有方向的矢量, 分解成它的模长和方向角。

第二步, 他将这种形式的 ψ 代入薛定谔方程, 然后施展了一个数学魔法: 把整个方程分成了“纯虚部”和“实部”两部分。结果, 奇迹发生了!

他发现, 方程的“纯虚部”变成了我们看到的公式(19)。这个公式在形式上, 和流体力学中一个非常基本、非常重要的方程——**连续性方程** (公式(21))——长得一模一样! 连续性方程说的是什么呢? 它就是“质量守恒”在流体力学中的体现。简单来说, 它描述了在一个区域内, 流体的密度 (σ) 变化, 与流体进出这个区域的通量 (σu) 之间的关系。你可以想象往一个浴缸里放水, 水位 (密度) 的上升速率, 就取决于水龙头进水的速率减去下水道出水的速率。

这个惊人的数学相似性, 让马德隆大胆地做出了一个类比:

- 波函数的振幅的平方 α^2 (也就是我们后来知道的“概率密度”) 就对应着**量子流体的密度** σ 。
- 由波函数相位 β 导出的一个量 ϕ 就对应着**流体的速度势**, 它的梯度 (变化率) 就是流体的速度。

也就是说，在马德隆的图像里，电子不是一个点，也不是一个波，而是一滩“流体”。这摊流体在空间中流动，它在某处的密度，就代表了“在那里找到电子的可能性有多大”。

那么，方程的“实部”呢？它变成了公式(22)。马德隆发现，这个方程和流体力学中描述流体运动的**欧拉方程**（牛顿第二定律的流体版本，见公式(23)和(25)）也非常相似！欧拉方程告诉我们流体是如何在力（F）和压强（p）的作用下加速的。

但是，这里有一个关键的区别。马德隆的方程(22)里，除了经典势能V（比如电势能）之外，多出了一个非常奇怪的项： $-\frac{\Delta\alpha}{\alpha}\frac{\hbar^2}{8\pi^2m^2}$ 。这个多出来的项，完全没有经典物理的对应，它纯粹来源于量子力学。马德隆把它解释成一种“内部压力”或者“量子势”，它的大小取决于流体密度 α 变化的剧烈程度。

所以，总结一下马德隆的流体力学图景：量子世界就像一种特殊的流体在运动。这种流体的运动基本遵循我们熟悉的流体力学定律，但它受到一种额外的、内在的“量子压力”的驱动。正是这种神秘的量子压力，导致了所有非经典的量子现象，比如量子隧穿（流体“渗”过能量壁垒）、干涉等等。

这个诠释非常漂亮，因为它试图用我们能直观理解的“密度”、“速度”、“压力”等经典概念来重构量子世界。虽然它和薛定谔的实波论一样，在处理多粒子问题时会遇到“位形空间”的麻烦，并且最终没有成为主流，但这个思想非常有启发性，它为后来的德布罗意-玻姆理论（又称导航波理论）铺平了道路，至今仍在量子力学基础研究中占有一席之地。它向我们展示了，面对同一个深奥的物理方程，科学家们可以从多么不同、多么富有创造力的角度去解读它。好的，各位同学，我们即将开始一段激动人心的思想旅程。想象一下，在二十世纪二十年代，量子力学刚刚诞生，像一个神秘又强大的新生儿，让当时最顶尖的物理学家们既兴奋又困惑。薛定谔方程给出了描述微观粒子行为的数学工具，但这个工具背后的物理图像到底是什么？一个电子，它真的是一团“波”吗？这团“波”是什么构成的？今天我们要探讨的，就是早期物理学家们为了理解这个全新的世界，提出的一些极富创造力，却最终被证明存在问题的“半经典诠释”。这就像是侦探小说里最初被提出的几种错误但精彩的推理，它们能帮助我们更好地理解最终的真相。

让我们开始吧。

【原文】

对于时间无关的薛定谔方程

$$\Delta\phi_0 + \frac{8\pi^2m}{h^2}(E - V)\phi_0 = 0, \quad (26)$$

其解为

$$\psi = \psi_0 \exp\left(\frac{2\pi i Et}{h}\right), \quad (27)$$

显然有

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = 0 \quad \text{及} \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} = -E/m. \quad (28)$$

因此(22)式意味着①

$$E = \frac{m}{2}(\text{grad}\phi)^2 + V - \frac{\Delta\alpha}{a} \frac{h^2}{8\pi^2 m^2}. \quad (29)$$

所以方程(26)的一个本征函数(不管它的时间因子)代表一幅稳恒流 36 图象($\frac{\partial u}{\partial t} = 0$), 而且令 $\sigma = \alpha^2 = \rho/m$ (对应于归一化条件 $\int \alpha dr = 1$),

① (29)式的最后一项(负项)后来叫作“量子势”, 它在德布罗意的领波[pilot wave]理论和玻姆的隐变量理论中将起重要作用。

56 量子力学的哲学

得到总能量

$$E = \int dr \left(\frac{1}{2} \sigma u^2 + \sigma V - \sqrt{\sigma} \Delta \sqrt{\sigma} \frac{h^2}{8\pi^2 m} \right) \quad (30)$$

为动能密度和位能密度的空间积分, 同经典的连续媒质力学情形完全相同。

由于倒过来从(19)和(22)这两个流体力学方程也能推导出薛定谔方程, 因而马德隆主张, 这两个方程以直观的形式概括了整个波动动力学。“于是”, 他宣称, “当前关于量子的问题的看来已在连续分布的电量(其质量密度正比于其电荷密度)的流体力学中得到了解决”。但是, 正如他自己也承认的, 一切困难都并未消除。例如(30)式中代表电荷的相互作用的最后一项, 应该不归局部的电荷密度及其导数有关, 而且同总电荷分布有关。此外, 他还承认, 虽然甚至没有发射一事得到了自然的说明, 但对于辐射吸收过程, 则得不到这样的说明。

马德隆没有提到的另一个概念性更麻烦, 关系到任何想要把物理学归结为一种非黏滞性流体在保守力作用下作无旋运动的流体力学理论的企图。因为这样的理论是以理想化的连续流体观念为基础的, 它绝不能严格应用于分子的不连续集合体的真实流体。换言之, 一种有意无视原子性的理论却被用来说明原子的行为!

【解读】

同学们好, 我们来看第一段。这段文字的核心人物是德国物理学家马德隆(Erwin Madelung), 他提出了一个非常大胆且直观的想法来解释神秘的量子力学, 我们称之为“流体力学诠释”。

首先, 我们看到熟悉的“时间无关的薛定谔方程”(公式26)。大家在高二物理选修部分可能接触过这个方程的简化形式。别被那些符号吓到, 我们可以把它理解成一个关于能量的“平衡方程”。左边的 $\Delta\phi_0$ 描述了波函数 ϕ_0 在空间中的弯曲程度, 而右边的 $(E - V)\phi_0$ 则与粒子的动能(总能量E减去势能V)有关。整个方程的核心就是: **波函数的形态, 是由粒子在特定势场中的能量状态决定的。**

马德隆的天才之处在于，他没有把波函数 ψ （公式27中的 ψ 是包含时间的部分， ϕ_0 是它的空间部分）看作一个纯粹的数学概率波，而是问：“我们能不能把它想象成一种真实存在的、像水一样的‘量子流体’呢？”

在这个设想下，他进行了一系列数学变形。最终，他把能量E的表达式（公式29）改写成了一个我们非常熟悉的形式。请看：第一项 $\frac{m}{2}(\text{grad}\phi)^2$ 像不像流体的动能？它和我们学的动能公式 $\frac{1}{2}mv^2$ 非常相似。第二项 V 就是势能。到这里，一切都和经典物理完美对应！但关键是多出来的第三项：

$-\frac{\Delta\alpha}{a}\frac{h^2}{8\pi^2m^2}$ 。这个看起来很复杂的项，就是量子世界与经典世界的根本区别所在。后来，这个东西被赋予了一个响亮的名字——“量子势”。它就像一个隐藏的、无处不在的力场，专门负责产生各种“奇怪的”量子效应。

马德隆非常兴奋，他觉得他成功了！他把整个体系的总能量（公式30）写成了动能密度和势能密度的空间积分，这完全就是经典流体力学的标准操作。他宣称，量子之谜已经被破解了，微观粒子不过是一种带电的、连续分布的流体。

然而，美好的物理图像背后，隐藏着两个致命的“BUG”，原文犀利地指出了它们：

1. **“非定域性”问题**：那个神秘的“量子势”项，它的值不仅仅取决于粒子当前位置的流体密度，还取决于周围所有地方的流体分布情况。这就像是，你在水池的一角搅动了一下，整个水池（无论多大）的每一个水分子都会**瞬间**感受到这个变化并调整自己的“势”，这与我们熟知的力（如引力、电磁力）需要时间传播的观念（定域性）完全不同。
2. **哲学上的根本矛盾**：这是更致命的一点。马德隆试图用一个**连续的、无限可分**的流体模型，去解释**本身就是不连续的、分立的**原子和电子的行为。这就像是用一套理论去解释“水”的流动，却故意忘记水是由一个个不连续的水分子组成的。这在逻辑上是说不通的。你不能用一个否定“原子论”的理论，反过来去解释原子的奥秘。

所以，马德隆的尝试虽然极具启发性，为后来的理论（如德布罗意-玻姆理论）埋下了伏笔，但它本身作为一个完备的解释，最终还是失败了。它告诉我们，试图用经典的、直观的图像去完全套住量子的奇异世界，是多么困难的一件事。

【原文】

马德隆的论文发表后不久，列宁格勒物理工学院的伊萨克松^①

^① A. Isakson, "Zum Aufbau der Schrödinger Gleichung", *Z. Physik* 41, 893—899 (1927).

第二章 早期的半经典诠释 57

研究了在什么附加假定下经典力学的哈密顿-雅可比方程将导致薛定谔方程的问题。他把他的讨论推广到相对论性运动，得出一些令人联想起一种流体力学诠释的公式。但是他没有去把他的结论同马德隆的结论作比较，而只讨论了问题的纯数学方面。

1927年科恩^[1]提出，应当把薛定谔的波动力学诠释为一种黏性可压缩流体的流体力学理论。此人是布勒劳[Breslau]高等工艺学校的研究生，从1914年起任柏林高等工艺学校的教授，对无线电通信和图像传真的发展作过重要贡献。并于1892年发表过引力和电的一种流体力学理论，随后并把它推广到光学

和光谱学。像马德隆一样(虽然没有一个地方提到他)，科恩假定有一个速度势 φ ，用它表示时能量方程之形式为

$$\frac{m}{2}(\text{grad}\varphi)^2 = E - U. \quad (31)$$

他仿效薛定谔，用下述关系式定义 ψ :

$$\varphi = \frac{h}{2\pi m} \log \psi. \quad (32)$$

因此

$$\Delta\varphi = \frac{h}{2\pi m} \frac{\Delta\psi}{\psi} = \frac{4\pi}{h} (E - U). \quad (33)$$

于是，科恩继续写道，若 $h\Delta\varphi$ 与 $4\pi(E - U)$ 相比可以忽略掉，就得到了

58 量子力学的哲学

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi^2 m (E - U)}{h^2} \varphi. \quad (34)$$

另一方面。令

$$\varphi = \text{常数} \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda} \right) \right], \quad (35)$$

在同样的假说下，他得到了

$$\Delta\varphi = \frac{2(E - U)}{m} \frac{c^2}{h^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}. \quad (36)$$

虽然在科恩看来，(34)式和(36)式代表薛定谔的偏微分方程，因此已足以用来计算量子力学本征值问题，但他他也指出了下述困难:经典力学的微分方程(31)是同假说

$$\Delta\varphi = 0 \quad (37)$$

不相容的，因此应当把它看作只是真实方程的一个近似，真实方程的更精确的近似形式应为

$$\frac{m}{2}(\text{grad}\varphi)^2 = E - U + \epsilon \Delta\varphi, \quad (38)$$

其中 ϵ 是一个小量。科恩继续说道，经典力学对应于 $\epsilon = 0$ 的情形，而 $\epsilon \neq 0$ (但很小)的情形则导致量子力学的结果。

后来科恩还证明了，他的可压缩流体(其摩擦用一个常数表征)的流体力学理论，如何经典地说明了(38)式中出现的最后一项。但科恩的理论却具有这样的内部矛盾:为了说明电磁现象，要假设这种流体[Zwischenmedium]是不可压缩的，但他所提议的对量子现象的说明却要求它可以压缩。

2.4 波恩原来的几率诠释

【解读】

好的，同学们，我们继续探索。在马德隆之后，其他的物理学家们也试图沿着类似的道路前进，希望能为量子力学找到一个经典的“替身”。这段文字就介绍了另外两位探索者：伊萨克松和科恩。

伊萨克松的工作更偏向纯数学。他思考的问题是：我们熟悉的经典力学（哈密顿-雅可比方程是其高等形式）和新生的量子力学（薛定谔方程）之间，是否存在一条数学上的桥梁？通过附加某些条件，能否从经典理论“推导”出量子理论？他的研究结果确实也暗示了某种流体力学的图像，但他并没有深入探讨其物理意义，更像是一位在地图上标注出可能路径的数学探险家。

紧接着，科恩（Arthur Korn）登场了。他是一位在通信领域颇有建树的工程师和教授，这让他更倾向于用具体的物理模型来思考问题。他提出了一个比马德隆更具体的模型：**量子世界或许是一种“黏性可压缩流体”**。

让我们跟着科恩的思路走一遍，看看他是如何“构造”量子力学的：

- 出发点是经典力学：**他从最经典的能量守恒定律出发（公式31）， $\frac{m}{2}(\text{grad}\varphi)^2$ 是动能， $E - U$ 也是动能（总能减势能）。这里的 φ 是一个叫“速度势”的东西，你可以简单理解为它的梯度（变化率）代表了流体的速度。这完全是经典世界里的东西。
- 引入量子元素：**科恩巧妙地借用了薛定谔的思路，通过一个对数关系（公式32）把经典的速度势 φ 和量子的波函数 ψ 联系了起来。这就像是给他的经典流体装上了一个“量子解码器”。
- 近似与推导：**通过一系列数学变换，他尝试推导出类似于薛定谔方程的公式（如34和36）。请注意，他的推导过程中包含了一些近似和假设，这说明他并不是严格地从经典理论中“长出”量子理论，而是在“修剪”和“嫁接”它。
- 发现矛盾与修正：**科恩敏锐地意识到一个问题。他的出发点，纯粹的经典能量方程（31），与他推导过程中需要的数学条件（ $\Delta\varphi = 0$ ）是矛盾的。这意味着，经典理论本身是不完备的。于是他提出了一个修正方案（公式38）：

$$\frac{m}{2}(\text{grad}\varphi)^2 = E - U + \epsilon\Delta\varphi$$

大家看这个公式，它非常富有启发性！它的意思是，**真实世界的能量方程，应该是在经典方程（E-U）的基础上，加上一个微小的“量子修正项” $\epsilon\Delta\varphi$** 。当这个修正项 $\epsilon = 0$ 时，我们就回到了宏观的经典世界；当它不为零时，量子效应就显现出来了。这是一种非常迷人的思想，它试图将量子力学看作是经典力学的“精细结构”或“高阶修正”。

然而，科恩的理论也陷入了无法自拔的**内部矛盾**。为了用他的流体模型解释电磁现象，他需要假设这种流体是**不可压缩的**（就像水一样）；但为了解释量子现象（特别是他引入的修正项），他又需要假设流体是**可以压缩的**（就像空气一样）。一个东西不可能同时既是不可压缩的，又是可压缩的。这个矛盾直接宣告了他的理论的失败。

从马德隆到科恩，我们可以看到早期物理学家们为了理解量子世界所做的艰苦努力。他们试图用自己最熟悉的工具——经典力学和流体力学——来搭建一座通往新大陆的桥梁。虽然这些桥梁最终都因为结构问题而倒塌了，但他们的尝试并非徒劳。它们暴露了经典直觉在微观领域的局限性，也反过来促使物理学家们去思考一种全新的、非经典的可能性——也就是我们接下来要看到的，由波恩提出的“几率诠释”。好的，导师就位。各位同学，今天我们要一起穿越回20世纪20年代，那是一个物理学天空风起云涌、天才辈出的英雄时代。我们将要解读的这段文字，记录了一场关于“现实本质”的思想革命。这不仅仅是物理学知识，更是对我们世界观的一次巨大冲击。请大家调整好自己的思维频道，我们马上开始。

【原文】

在此期间，几乎与薛定谔的第四篇文章发表同时，又出现了 ψ 函数的一种新诠释，不仅从纯技术观点来看，而且从它的内容的哲学意义上来看，它对现代物理学都有深远的影响。就在薛定谔的那组稿件的最后一篇寄给*Annalen der Physik*的编者之后第四天，*Zeitschrift für Physik*的编辑部收到了一篇长不满五页的论文，题为“论碰撞过程的量子力学”^[1]，波恩在此文中首次提出了波函数的一种几率诠释，这意味着必须把微观物理学看成一个几率性理论。虽然波恩由于同他的助教海森堡和约尔丹的广泛合作，他本人是深深介入了矩阵力学的创立的，但是他对薛定谔的新方法有很深刻的印象，以至于为了研究碰撞现象他实际上宁愿使用波动力学而不是矩阵力学的形式体系，他说：“在理论的各种形式中，只有薛定谔的形式体系表明它适合于这个目的；因此我倾向于认为它是量子定律的最深刻的表达”^[2]。但是薛定谔的波动力学在他看来是靠不住的。

当波恩由于他在量子力学中的基础性工作，特别是由于他对波函数的数据诠释^[3] (瑞典皇家科学院1954年11月3日公告中语)而被授予诺贝尔奖时，他曾经说明他反对薛定谔诠释的动机

[¹] A. Korn, “Schrödingers Wellenmechanik und meine mechanischen Theorien”, *Z. Physik* **44**, 745–753(1927).

[¹] M. Born, “Zur Quantenmechanik der Stossvorgänge”, *Z. Physik* **37**, 863–867 (1926).重印于*Dokumente der Naturwissenschaft*, Vol. 1(1962), pp. 48–52.

[²] 同上书(p. 864).

[³] 中译注：此处原文为statistical interpretation，通常译为统计诠释。

60 量子力学的哲学

如下：“在这一点上我无法同意他。这和这件事是有关系的，我的讲习会和夫兰克(J.Franck)的讲习会是在哥丁根大学的同一座楼里。夫兰克及其助手们关于电子碰撞(第一类的和第二类的)的每一个实验，在我看来都是电子的粒子本性的一个新的证明”^[1]。

波恩的前述短文只是篇初步报告，他在随后的两篇论文^[2]中更为详尽地讨论了碰撞过程的量子力学处理方法，并且系统地发展了此后所谓的“玻恩近似”方法。他对电子被一具有球对称位势场的力心散射问题的处理，实质上是微扰论对平面波散射的应用，在远离散射中心处的初态波函数和终态波函数都近似是平面波。

设一个能量为 $E = \hbar^2/2m\lambda^2$ 的电子从+z方向入射到一个原子处，此原子的未受扰本征函数为 $\psi_k^0(q)$ ，波恩赋予这个系统以组合本征函数 $\Psi_k^E(q, z) = \psi_k^0(q) \sin(2\pi z/\lambda)$ 。今电子同原子之间的相互作用能为 $V(x, y, z, q)$ ，波恩根据微扰论求得在远离散射中心处散射波的表示式为

[^1] M. Born, “Bemerkungen zur statistischen Deutung der Quantenmechanik”, 载于 *Werner Heisenberg und die Physik unsere Zeit* (Vieweg, Braunschweig, 1961), p. 103. 又见 M. Born, *Experiment and theory in Physics* (Cambridge U. P., London, 1943), p. 23.

[^2] M. Born, “Quantenmechanik der Stossvorgänge”, *Z. Physik* **38**, 803–827 (1926). “Zur Wellenmechanik der Stossvorgänge”, *Göttinger Nachrichten* 1926, 146–160; 重印于 *Ausgewählte Abhandlungen*, Vol. 2, pp. 233–257, 284–298. *Dokumente der Naturwissenschaft*, Vol. 1, pp. 53–77, 78–92; G. Ludwig, *Wellenmechanik*, pp. 237–259; 英译文 “Quantum mechanics of collision processes”, 收进 G. Ludwig, *Wave Mechanics*, pp. 206–225.

【解读】

同学们，我们来解剖这段文字，它就像一部科学侦探小说的开篇。故事的主角是物理学家马克斯·波恩 (Max Born)，而案件的核心，就是那个神秘的“ ψ 函数”，也就是我们常说的“波函数”。

首先，大家要理解当时的背景。1926年，物理学界正上演着一场“华山论剑”。一边是海森堡、约尔丹和波恩自己创立的“矩阵力学”，它用抽象的数学矩阵来描述微观世界，非常成功但极其晦涩。另一边是薛定谔横空出世的“波动力学”，他提出了著名的薛定谔方程，用一个我们似乎更熟悉的“波函数 ψ ”来描述电子，这个理论形式优美，物理图像也看似清晰。

薛定谔自己认为，这个 ψ 波就是电子本身。在他看来，电子并不是一个点状的粒子，而是一团“物质云”，像一小片雾气一样在空间中弥漫开来，这团云的密度分布就由 ψ 波来描述。这个想法很直观，对吧？

但我们的主角波恩，虽然非常欣赏薛定谔方法的数学之美，甚至在自己的研究中也更喜欢用它，但他对薛定谔的这个“物质云”解释却感到了深深的不安。为什么呢？原文给了我们一个非常生动的线索——“我的讲习会和夫兰克(J.Franck)的讲习会是在哥丁根大学的同一座楼里”。这可不是一句闲话！詹姆斯·夫兰克当时正在做电子轰击原子的实验。这些实验的结果清清楚楚地显示，电子在碰撞时，表现得就像一颗颗坚实的“子弹”，而不是一团柔软的“云雾”。每一次碰撞，电子都像一个完整的粒子一样被弹开，从不会分裂成几块。

这就产生了一个巨大的矛盾：薛定谔的理论把电子描绘成“波”，而夫兰克的实验却证明它在互动时是“粒子”。怎么调和这个矛盾？波恩就在这个关键时刻，提出了一个颠覆性的想法。他在一篇只有五页纸的论文里，首次提出了“几率诠释”。

这个诠释的核心思想是：薛定谔的波函数 ψ 本身不是物质波，它的物理意义并不直接。真正有意义的是它的强度的平方，也就是 $|\psi|^2$ 。这个值代表了什么呢？它代表了在空间的某一点“找到”这个电子的**概率密度**。

让我用一个你们熟悉的类比来解释：天气预报说明天北京的降雨概率是80%。这并不意味着明天整个北京城都会被一层“80%的水”给均匀覆盖。它的意思是，你明天在北京的任何一个地方，都有极大的可能性（80%的几率）会遇到一场实在的、倾盆而下的大雨。雨滴就是雨滴，是实在的粒子，而“80%”这个概率，是描述雨滴出现可能性的“波”。

波恩的想法就是这样：电子始终是一个粒子，一个点。但它会出现在哪里，我们无法像计算抛出去的篮球那样精确预测。我们能做的，就是通过解薛定谔方程得到波函数 ψ ，然后计算出 $|\psi|^2$ ，从而得到一张“电子出现的概率地图”。地图上颜色深的地方，就是电子最可能“现身”的地方；颜色浅的地方，则不那么可能。

这个思想的转变是革命性的，它直接宣告了经典物理学确定论的终结。在牛顿的世界里，只要你知道了一个物体的初始状态（位置和速度），你就能精确预测它未来的所有运动轨迹。但在量子世界里，波恩告诉我们：不行！我们永远无法100%确定地说电子“在”哪里，我们只能说它有多大的“可能性”在哪里。宇宙的底层逻辑，竟然包含了“随机性”和“概率”。这就是为什么原文说，这个诠释“不仅从纯技术观点来看，而且从它的内容的哲学意义上来看，它对现代物理学都有深远的影响”。

【原文】

第二章 早期的半经典诠释 61

$$\Psi_k^E(x, y, z, q) = \sum_m \iint d\omega \psi_m^E(\alpha, \beta, \gamma) \cdot \sin k^E(\alpha x + \beta y + \gamma z + \delta) \psi_m^0(q) \quad (39)$$

其中 $d\omega$ 是分量为 (α, β, γ) 的单位矢量方向上的立体角，而 ψ_m^E 则是一个波函数，它决定了 (α, β, γ) 方向上的所谓微分散射截面。

波恩说，如果上述公式容许一种粒子性诠释的话，那么只有一种可能性，那就是 ψ_m^E （或更恰当地说是 $|\psi_m^E|^2$ ）。如波恩在上述初步报告的一条脚注中所补充的）度量了沿 Z 轴方向入射到散射中心的电子被发现散射到 (α, β, γ) 方向上去的几率。鉴于波恩对 ψ 函数的几率观对于理论的所有各种后来的诠释都至关重要，让我们以初等方法用现代的记号复述一遍上述分析。

通过假设被散射电子的波函数是时间的周期函数，波恩就可只限于讨论不依赖于时间的薛定谔方程 $(-\frac{\hbar^2}{2m})\Delta\psi + V\psi = E\psi$ ，他求得一个包含有入射平面波 $\psi_0 = \exp(ikz - i\omega t)$ 和向外的散射波 $\psi_s = f(k, \theta)[\exp(ikr - i\omega t)/r]$ 的解。在把 $|f(k, \theta)|^2 d\Omega$ 解释为电子被散射到立体角 $d\Omega$ 中的几率时，波恩看出这个结论只不过是更普遍的假说的一种特殊情况，即 $\psi^* \psi dr$ 度量了在空间体积 dr 中找到粒子的几率，因为这个假设不但对 $\psi = \varphi_s$ 证明是成立的，而且对 $\psi = \psi_0$ 也成立，只要对入射波函数进行适当的归一化。因此，波恩说道，波动力学并不对“碰撞之后的精确状态是什么？”这个问题给出回答，而只是回答了“碰撞后处于某一确定状态的几率是多少？”这一问题。在他更详细地讨论碰撞问题的论文的第一篇中，对局势是这样描绘的：

62 量子力学的哲学

【解读】

好，同学们，刚刚我们理解了波恩那个革命性的想法，现在我们来看看他是如何通过具体的物理问题——电子散射——来阐述这个思想的。大家看到这段文字里出现的公式可能会有点紧张，别担心，我们的目标不是去解这些方程，而是理解它们背后的物理思想。

想象一个实验场景：我们有一台“电子枪”，可以发射出一束笔直的、能量确定的电子流，就像一排排射出的子弹。这束电子流就是文中的“入射平面波 ψ_0 ”。在经典物理里，这就是一束粒子。但在量子力学里，我们用一个平面波来描述它，这体现了它的波动性。然后，在这束电子的路径上，我们放一个“靶

子”，比如一个原子核。当电子撞上原子核后，它会被弹开，飞向四面八方。这个过程就是“散射”。被弹开的电子，我们用“向外的散射波 ψ_s ”来描述。

那么问题来了，薛定谔的方程可以帮助我们计算出散射后的波函数 ψ_s 是什么样的。但是，这个算出来的 ψ_s 到底代表什么呢？如果按照薛定谔自己的“物质云”理论，那就意味着一个电子撞上原子后，“噗”的一声，像一滴水撞到石头上一样，碎裂并向四面八方溅开。但实验告诉我们，每次我们只会在某个方向上的探测器里，探测到一个**完整**的电子，绝不会在两个地方同时探测到半个电子。

这就是波恩思想最闪光的地方。他看着自己算出的那个复杂的散射波函数 ψ_s ，特别是其中的一个关键部分 $f(k, \theta)$ （它描述了波在不同方向上的强度），然后说：这个公式如果想要跟“粒子”的实验结果对应起来，只有一种解释！那就是，这个波函数的振幅的平方 $|f(k, \theta)|^2$ ，并不代表散射出去的电子“物质”在某个方向上散开得有多少，而是代表了我们在这个方向上“探测到”一个完整电子的**概率**有多大。

我们来打个比方。假设你站在一个圆形喷泉的中心，闭上眼睛，向四面八方随机扔出很多弹珠。过了一会儿，你睁开眼睛，发现有些方向上落地的弹珠很密集，有些方向上很稀疏。波恩的理论就像是在说：量子力学无法告诉你下一颗弹珠**会**落在哪儿，但它可以精确地计算出一个“弹珠落点概率分布图”。 $|f(k, \theta)|^2$ 就相当于这个分布图。它会告诉你，在某个角度（ θ ）方向上，弹珠出现的概率是大的还是小的。你扔的弹珠越多，最终形成的图案就越接近这个概率图。

所以，波恩的结论是颠覆性的。他明确指出，波动力学（也就是量子力学）回答的不是经典物理学的问题——“碰撞之后电子会去哪里？”。它回答的是一个全新的问题——“碰撞之后，在某个方向上找到这个电子的**几率**是多少？”

原文最后那句话至关重要：“波动力学并不对‘碰撞之后的精确状态是什么’这个问题给出回答，而只是回答了‘碰撞后处于某一确定状态的几率是多少’这一问题。”这句话宣告了一个时代的结束和另一个时代的开始。物理学的目标从“精确预测”转变成了“计算概率”。这不仅仅是一个数学技巧的改变，而是我们对现实世界本质理解的一次深刻革命。从此，不确定性被正式写入了物理学的基本法典，而这一切，都源于波恩对那个神秘的 ψ 函数的天才解读。好的，作为您的学术导师，我将开始详细解读这份关于量子力学早期诠释的文档。让我们一起走进这段波澜壮阔的物理学史，去理解那些最顶尖的头脑是如何 grappling with a new reality。

【原文】

“粒子的运动遵循几率定律，但几率本身则按因果律传播”^[1]。

波恩的几率诠释，除了受到了夫兰克的碰撞实验所显示的粒子的推动之外，如波恩本人承认的^[2]，还受到了爱因斯坦对电磁波场同光量子之间关系的看法的影响。波恩曾一再指出，爱因斯坦把波场看成一种“幻场” [phantom field, 德文为 *Gespensterfeld*]，它的波以下述方式引导着粒子状的光子沿轨道运动，即波幅的平方(强度)决定光子出现的几率或光子的密度(这二者在统计上是等价的)。事实上，如果我们还记得，根据德布罗意的基本思想，一个频率 $\nu = E/h$ 及波长 $\lambda = h/p$ 的通常的平面波的波函数

$$u(x, t) = \exp \left[2\pi i \nu \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] = \exp \left[\frac{2\pi i}{h} (Et - px) \right] \quad (40)$$

也代表一个能量为 E 和动量为 p 的粒子的德布罗意波函数，而后者又是薛定谔方程

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2}E\varphi = 0 \quad (41)$$

的本征函数，其中 $E = p^2/2m$ 。我们会懂得，波恩的几率诠释归根结蒂不过是爱因斯坦的幻场观念对光子之外的粒子的一种一言之成理的套用或更恰当地说是推广。

[^1] 德文原文为“Die Bewegung der Partikel folgt Wahrscheinlichkeitsgesetzen, die Wahrscheinlichkeit selbst aber breitet sich im Einklang mit dem Kausalgesetz aus.”见60页注②文献(p. 804)。

[^2] 1962年10月18日对波恩的访问(*Archive for the History of Quantum Physics*). 又见M. Born, “Albert Einstein und das Lichtquantum”, *Die Naturwissenschaften* **11**, 426–431(1955).

第二章 早期的半经典诠释 63

在刚刚提到的1955年(在爱因斯坦去世前三天)发表的演讲中，波恩明白地声明，他1926年来诠释薛定谔函数的方法，基本上正是爱因斯坦的想法，“它在适当推广之后，今天已经到处应用了”。因此，波恩对量子力学的几率诠释正是从爱因斯坦提来的，而爱因斯坦后来却成了这种诠释的最难辩的反对于者之一。

【解读】

同学们好，今天我们来解读一段关于量子力学核心思想的文字。这部分内容触及了现代物理学的基石，读懂它，你就能理解物理学是如何从我们熟悉的、确定的经典世界，迈入充满“可能性”的量子新世界的。

首先，我们来看开篇这句引言，它像一句箴言，概括了量子世界的奇特规则：“粒子的运动遵循几率定律，但几率本身则按因果律传播”。这句话听起来很绕，我们把它拆解一下。前半句，“粒子的运动遵循几率定律”，说的是微观粒子，比如一个电子，它的行为是不可预测的。想象一下，你朝一个靶子发射一个电子，你无法精确计算出它会打在靶子的哪个点上。这彻底颠覆了牛顿力学——在经典世界里，只要知道初始条件，一切轨迹都是可以精确计算的。但在量子世界，我们只能谈论“几率”，或者说概率。比如，电子有50%的概率出现在A点，30%的概率出现在B点，等等。

那么，物理学就此变成一门“猜谜”的学问了吗？并没有。后半句“几率本身则按因果律传播”给了我们定心丸。这句话的意思是，虽然单个粒子的行为是随机的，但它在空间中各点出现的“概率分布”，就像一张地图上的“热力图”一样，其演变和传播是完全可以被精确预测的。这个预测工具，就是大名鼎鼎的薛定谔方程。打个比方，我们无法预测下一次抛硬币是正面还是反面（遵循几率定律），但我们可以用数学（因果律）精确地证明，抛掷一万次后，正反面出现的次数会无限接近各5000次。薛定谔方程就像是微观粒子量身定做的“概率天气预报”，它能精确预报“概率波”的动向。

接下来，原文追溯了这个“概率”思想的源头。令人惊讶的是，它竟然来自爱因斯坦！爱因斯坦在解释光电效应时，提出了光量子的概念，认为光是由一份一份的粒子（光子）组成的。但他又无法抛弃光的波动性，于是他提出了一个天才般的想法——“幻场”(Gespensterfeld)，中文也常译作“幽灵场”。你可以把它想象成一个看不见的“指挥场”。电磁波本身不是能量，而是一张“导航图”，波的强度（振幅的平方）越大的地方，就代表光子这个“粒子”越有可能在那里出现。波，决定了粒子出现的概率。

伟大的物理学家马克斯·波恩（Max Born）敏锐地抓住了这个思想的火花。当时，德布罗意已经提出了“物质波”的假说，认为所有粒子，包括电子，都具有波动性。而薛定谔更是基于此写出了描述物质波的方程。波恩所做的，就是将爱因斯坦关于“光波-光子”的“幻场”思想，进行了一次完美的“复制粘贴”和推广。他提出：薛定谔方程解出来的那个波函数（就是公式(40)和(41)描述的东西），其物理意义并不是说电子像一团云一样散开了，而是和爱因斯坦的“幻场”一样，它也是一张“概率导航图”！波函数振幅的平方，就代表了在某个位置找到那个“粒子状”电子的概率。

最后，文章揭示了一段令人唏嘘的科学史：波恩的概率诠释，这个后来成为哥本哈根学派核心观点、被无数实验验证的想法，其思想源头竟是爱因斯坦。然而，爱因斯坦本人却终其一生都无法接受一个由概率主导的物理世界，他认为这背后一定有更深层次的、确定的物理实在。他那句名言“上帝不掷骰子”正是他这种信念的体现。一个由他启发的思想，最终却发展成他最坚决的反对对象，这无疑是科学史上最富戏剧性的篇章之一。

【原文】

早在1926年10月，波恩写了一篇论量子力学中的绝热原理的论文^[1]，他在文中把他的几率解释推广到任意的量子跃迁。波恩接受薛定谔的形式体系，但不接受他把这个形式体系诠释为一个“经典意义下的因果性的连续理论”，波恩指出，波动力学表述方式并不见得必然隐含着一种连续诠释，它完全可以同以对立的量子跃迁(量子跳变)来描述原子过程的描述方式“掺和”[Verschmelzt]起来。这一次，波恩从时间的薛定谔方程(1)出发，考虑了下述形式的解

$$\psi(x,t) = \sum_n c_n \psi_n(x) \exp(-i\omega_n t) \tag{42}$$

其中 $\psi_n(x)$ 是对应的不同时间的薛定谔方程的相应于能量 $E_n = \hbar\omega_n$ 的本征函数；并提出了关于这样一个 $\psi(x,t)$ 的物理意义的问题。薛定谔对这个问题回答是，(42)式中的 ψ 表明单个原子的状态是同时作许多固有振动。波恩否定了这个答案，他所根据的理由是，在一次电离过程中，即在从分立谱的一个态到连续谱的一个态的二次跃迁中，威尔逊云室中的可见径迹清晰地显示了终态

[1] M. Born, “Das Adiabatenprinzip in der Quantenmechanik”, *Z. Physik* **40**, 167–192 (1926);收入 *Ausgewählte Abhandlungen*, Vol. 2, pp. 258–283;又 *Dokumente der Naturwissenschaft*, Vol. 1, pp. 93–118.

64 量子力学的哲学

或“轨道”的单一性。

因此波恩得出结论，同玻尔的原子模型相一致，原子在给定时刻只占据一个定态。于是他把(42)式中的 $|c_n|^2$ 解释为发现原子处于由 E_n (或简单地由 n)表征的态的几率。此外，若原来处于状态 $\psi_m \exp(-i\omega_m t)$ 的系统，从 $t = 0$ 到 $t = T$ 受有一外界微扰[äussere Einwirkung]作用，那么在 $t > T$ 这个系统将由波函数

$$\psi_n(x,t) = \sum_m b_{nm} \psi_m \exp(-i\omega_m t) \tag{43}$$

描述，并且 $|b_{nm}|^2$ 是从状态 n 跃迁到状态 m 的几率。“因此”，波恩继续写道，“单次过程，即‘量子性跳变’，并不是因果地决定的，这同它发生的先验几率造成对照；这个几率可以通过积分薛定谔的微分方程(它和经典力学中相应的方式完全类似)来确定，从而使被一有限的短暂时间间隔分隔开的两个定态时间区间发生联系。因此这种跳变是跨越一个巨大的深渊[*der Sprung geht also über einen beträchtlichen Abgrund*];既述中所发生的一切，在玻尔理论的概念框架中实在是无法描述的，不但如此，也许任何一种语言都不适于它的形象化描绘”。最后但 we 现在的讨论中这只是次的)波恩证明，对于无限缓慢的微扰，跃迁几率趋于零，因而证明了绝热定理对量子力学也成立。

总结一下波恩原始的对 ψ 函数系的几率诠释，那就是： $|\psi|^2 dr$ 度量了在微元体积 dr 中找到粒子的几率密度，而粒子则被设想为古典意义下的质点，它在每一时刻既具有确定的位置，又具有确定的动量。同薛定谔的观点相反， ψ 既不代表物理系统，也不代表该系统的任何物理属性，而只表示我们关于后者的知识。

第二章 早期的半经典诠释 65

【解读】

在上一部分，我们了解了波恩的几率诠释源自爱因斯坦的“幻场”概念。现在，我们来深入探讨波恩是如何与薛定谔本人对波函数的理解分道扬镳，并最终建立起自己诠释体系的。

这里出现了两位巨人的观点交锋：薛定谔 vs. 波恩。薛定谔是波函数的“父亲”，他自然有自己的看法。当波函数（如公式42所示）表现为多个不同状态的叠加时（数学上用求和符号 Σ 表示），薛定谔认为，这描述了一个物理事实：这个原子真的“分裂”了，它像一个交响乐队，在“同时”以多种不同的频率振动。对他来说，电子就是那团由波函数描述的、弥散在空间中的“电子云”，是连续的、实在的。

但波恩坚决反对。他的武器不是纯粹的哲学思辨，而是来自实验室的冰冷事实——威尔逊云室的径迹。威尔逊云室可以让高能带电粒子的轨迹显现出来。当一个原子被电离，释放出一个电子时，人们在云室中看到的是一条清晰、明确、单一的轨迹。这说明什么？这说明电子在任何一个瞬间，都是一个“点”，它走过了一条确定的路径，而不是像一团雾一样同时出现在所有地方。这个实验证据，对薛定谔的“实在的连续波”诠释是致命一击。

于是，波恩提出了自己的革命性解释。他回到了玻尔模型中那个我们更熟悉的概念——“定态”和“量子跃迁”。他认为，一个原子在任何时刻都只处于一个确定的能级上（定态）。那么，公式(42)中那个叠加态的波函数 ψ 代表什么呢？它描述的不是原子的“真实状态”，而是我们对它的“知识状态”。具体来说，那些系数 c_n 的模平方， $|c_n|^2$ ，就代表了当我们去“测量”这个原子时，发现它处于第 n 个能级的“概率”。

这个概念非常关键。我用一个大家熟悉的例子类比：薛定谔的猫。在打开箱子之前，猫的状态是“死”与“活”的叠加态。薛定谔可能会倾向于认为这只猫真的处于一种非死非活的“叠加”实在中。而波恩的解释则是：这只猫要么是死的，要么是活的，只是我们不知道而已。波函数描述的是我们打开箱子时，发现它是死的概率是50%，活的概率也是50%。测量行为（打开箱子）使得这种“可能性”坍缩为了一个确定的“现实”。

波恩进一步将这个思想推广到状态之间的变化，即“量子跃迁”。他指出，一个原子从一个能级跳转到另一个能级，这个过程本身是瞬时的、非因果的、无法预测的。我们永远无法知道某个特定的原子会在下一秒发生跃迁。但是，跃迁发生的“概率”（由公式43中的 $|b_{nm}|^2$ 给出）却是可以通过薛定谔方程精确

计算出来的。他用了一个非常文学化的比喻来形容这个过程：“这种跳变是跨越一个巨大的深渊”。这个深渊里发生了什么，我们无法用日常语言描述，它是量子世界独有的、非连续的“魔法”。

最后，原文做了一个极为深刻的总结。在波恩的诠释下，粒子（如电子）依然被看作是经典的质点，拥有确定的位置和动量（尽管两者不能同时精确测量，这是后话）。而波函数 ψ 本身，不再是物理实体，它甚至不是粒子的某个物理属性。它是什么？它仅仅是我们关于这个粒子状态的“知识”的数学表达。**物理学第一次将观察者的“知识”和“概率”置于理论的核心**。这不仅仅是物理学的一次革命，更是一次深刻的哲学革命，它改变了我们对于“实在”和“可知”的根本看法。好的，各位同学，大家好！今天我们要深入探讨的是量子力学中一个非常核心且充满思辨乐趣的话题——如何理解“波函数”这个神秘的东西。我们手上的这份文档，是物理学史和物理学哲学领域的经典著作节选，它将带领我们回到量子力学初创的年代，去感受那些伟大的头脑是如何与全新的、颠覆性的观念进行搏斗的。

我们知道，物理学不仅仅是公式和计算，更是我们理解世界的方式。而量子力学，则彻底改变了这种方式。现在，请大家集中精神，我们将一起踏上这段激动人心的思想旅程，看看物理学家们是如何一步步揭开微观世界神秘面纱的。

【原文】

波恩的诠释容易对付薛定谔的诠释所遇到的五个困难。 ψ 函数的弥散和多维性并不构成严重的障碍，因为 ψ 本身并不代表某种物理实在的东西；振幅为复数的问题，通过只赋予它的绝对值平方(总是一个正实数)以意义而得到解决； ψ 在一次测量的连续变化(或“波包收缩”)，并不像在薛定谔理论中那样意味着一个散布得很宽的突然崩溃，而只意味着我们得知测量结果的瞬间所发生的我们对物理情态的知识的变化；最后， ψ 函数对于用来构成的变数选择的依赖性，或简言之 ψ 的表象依赖性，应该是预料之中的，因为从“位置表象”所得到的关于位置的知识自然应当同从“动量表象”(动量空间中的 ψ 函数)所得到的关于动量的知识不同。

【解读】

好，同学们，我们来看第一段。这段话的核心，是在比较两位大神——薛定谔和波恩——对同一个核心概念“波函数”(也就是文中的 ψ 函数)的不同理解。你可以把这想象成一场辩论赛，辩题就是：“ ψ 到底是个啥？”

首先，我们得知道薛定谔的观点。薛定谔本人，就是写出著名的薛定谔方程的那位，他最初倾向于认为，电子真的就是一团“电子云”，像一滴墨水在清水中散开一样，这个 ψ 函数就真实地描述了这团物质波在空间中的分布。听起来很直观，对吧？但这个“真实波动”的观点很快就遇到了五个“老大难”问题。

这篇文章告诉我们，另一位物理学家马克斯·波恩提出了一个绝妙的“杀手锏”，轻松化解了这五个难题。波恩说：大家别把 ψ 想得那么实在，它本身不是那个电子，也不是那团云，它更像是一份“**寻找电子的概率地图**”。

我们来看看波恩是如何用这个“概率地图”的比喻来解决问题的：

- 1. 弥散和多维性：**如果电子是真实的波，它会无限散开，这很奇怪。而且对于多个粒子，这个波竟然存在于高维空间（比如两个粒子就需要六维空间来描述），这在我们的三维世界里根本无法想

象。但如果 ψ 只是个数学工具，一张概率地图，那就无所谓了。地图本来就是抽象的，可以在任何维度的数学空间里绘制。

2. **振幅为复数**：我们知道，物理世界里测量的量，比如长度、质量，都是实数。但 ψ 函数的值可以是复数（带有虚数单位 i 的数）。这怎么对应真实世界呢？波恩的办法很聪明：我们不直接用 ψ ，而是用它的“绝对值平方” $|\psi|^2$ 。学过复数的同学知道，任何复数的绝对值平方一定是一个正的实数。波恩就规定，这个 $|\psi|^2$ 才代表在某处找到电子的概率密度。问题迎刃而解！
3. **波包收缩**：这是最颠覆的一点。在测量之前，电子的概率地图是散开的；一旦我们测量，比如在A点发现了电子，它的位置瞬间就确定了。薛定谔的“真实波”理论很难解释，这团分布很广的“云”怎么能“嗖”的一下坍缩到一个点上？但用波恩的“概率地图”就太好理解了。这就像天气预报，预报说全国50%的地区可能下雨（波包弥散），但你一拉开窗帘，看到你家这里正在下雨（测量），关于你所在地“是否下雨”的知识就瞬间确定了（波包收缩）。崩溃的不是真实的雨云，而是你头脑中关于下雨可能性的不确定性。
4. **表象依赖性**：这个稍微专业一点。简单说，描述一个粒子的状态，你可以从“位置”的角度出发（位置表象），也可以从“动量”的角度出发（动量表象）。它们对应的 ψ 函数长得不一样。这很正常，就像你要描述一位同学，你可以给他拍一张正面照（位置信息），也可以记录下他的跑步速度（动量信息）。这两份“资料”当然不同，但描述的是同一个人。

总而言之，波恩的诠释，将 ψ 函数从一个“物理实体”拉下神坛，变成了一个计算概率的“信息工具”。这虽然有点违反直觉，但却异常强大，完美地绕开了薛定谔诠释的种种困境。

【原文】

波恩的诠释最早的成功，是在这个解释所由产出并且应用得最自然的领域中赢得的，即在原子散射问题中。还在1926年秋天，温泽尔^[1]就把波恩近似方法应用到一带电散射中心对带电粒子的散射上，在波动力学框架内导出了实验已很好地证明了的卢瑟福散射公式。波恩的诠释也帮助了法克森和霍尔马克^[2]、莫特^[3]及贝特^[4]等人对慢速粒子和快速粒子通过物质问题的研究，在这一研究过程中，神秘的弗朗索-汤森[Ramsauer-Townsend]效应在波动力学的基础上得到了充分说明。

尽管有这一切成功，玻恩原始的几率诠释用来说明如电子衍射之类的衍射现象时，却遭到了令人沮丧的失败。例如，在双缝衍射实验中，玻恩原来的解释意味着，在双缝都打开时，双缝后的记录屏幕变黑的程度，应当是轮流打开每一狭缝时屏幕的两个单次变黑程度的迭加。事实是，如果我们还记得，根据德布罗意的衍射图样中的区域一点也不变黑，而同样这些区域在只开一缝时却强烈变黑，这就否定了玻恩的几率诠释原来的方案。因为这种双缝实验可以在如此微弱的辐射强度下进行，使得一次只有一粒子(电子、光子等)通过仪器，于是从数学分析可知，每个粒子所带有的 ψ 波它自己发生了干涉，而这种数学的干涉通过粒子在屏幕上的物理分布显示出来。因此 ψ 函数必定是某种物理实在的东西，而不只是表示我们对经典意义下的粒子的知识。但是这时上述的五个困难又无法解决。

[1] G. Wentzel, "Zwei Bemerkungen über die Streuung Korpuskularer Strahlen als Beugungserscheinung", *Z. Physik* **40**, 590–593(1926).

[2] H. Faxén und J. Holtsmark, "Beitrag zur Theorie des Durchgangs langsamer Elektronen durch Gase", *Z. Physik* **45**, 307–324(1927).

[3] N. F. Mott, "The solution of the wave equation for the Scattering of particles by a Columbian centre of field", *Proceedings of the Royal Society of London* **A.118**, 542–549(1928).

[^4] H. Bethe, “Zur Theorie des Durchgangs schneller Korpuskularstrahlen durch Materie”, *Ann. Physik* **5**, 325–400(1930).

66 量子力学的哲学

【解读】

这一部分的内容非常精彩，它展示了科学发展的真实面貌：一个新理论刚取得辉煌的成功，马上就遇到了一个几乎致命的挑战。这就像一部悬疑剧，剧情跌宕起伏。

首先，是波恩诠释的“高光时刻”。它在“原子散射”问题上大获全胜。什么是散射？大家可以想象一下打台球，一个球撞向另一个球，它们会向不同方向飞去。在微观世界里，让一个电子去撞击一个原子核，电子也会被“弹开”，这就是散射。高中物理我们学过卢瑟福用 α 粒子散射实验发现了原子核，对吧？波恩的理论，用全新的波动力学方法，竟然完美地推导出了经典的卢瑟福散射公式，还解释了当时一些神秘的实验现象。这相当于用一套全新的数学工具，不仅重现了旧理论的正确结果，还解决了旧理论无法解释的难题，这无疑是巨大的成功，证明了波恩的“概率地图”非常管用。

然而，剧情马上反转。当人们试图用波恩的诠释来解释最经典的波动现象——衍射，特别是双缝干涉实验时，麻烦来了。这里，作者指出了一个深刻的矛盾。

我们来捋一捋这个矛盾：

1. **波恩的“朴素”概率观**：如果 ψ 函数仅仅是“我们知识的体现”，那么一个电子通过双缝，它要么走左缝，要么走右缝。我们不知道它走哪条，所以有个概率。那么，屏幕上某个点出现电子的**总概率**，理应等于“它走左缝到达该点的概率”**加上**“它走右缝到达该点的概率”。这就像买彩票，你多买一张，中奖概率只会增加，绝不会减少。
2. **双缝实验的“诡异”事实**：实验结果狠狠地“打脸”了这种朴素的概率相加。屏幕上出现了明暗相间的干涉条纹。在那些“暗条纹”的位置，当两个缝都打开时，一个电子也到达不了。但是，如果你只开一个缝，电子却可以轻松到达那里！这意味着什么？**打开第二条缝，反而让电子在某些地方出现的概率从有变成了零！** 这完全违背了我们日常的概率直觉。

这个矛盾尖锐地指出了一个問題：简单的概率相加是行不通的。数学分析告诉我们，要形成干涉条纹，必须是波的**振幅**先相加（或相减，这叫“叠加原理”），然后再求平方得到强度（或概率）。这意味着，单个电子的 ψ 波，必须**同时穿过两条缝**，然后自己和自己发生干涉，最后才决定了它可能落在屏幕的什么位置。

这就导向了一个令人头疼的结论：为了解释干涉，我们必须承认，那个我们刚刚才说服自己当成“抽象概率地图”的 ψ 函数，似乎又有了某种**物理实在性**。它不像天气预报的概率，而是像真实的水波一样，可以分裂、叠加、干涉。可一旦我们承认它是物理实在，薛定谔最初遇到的那五个难题就又回来了！物理学陷入了一个两难的困境： ψ 究竟是真实的波，还是抽象的概率？这正是量子力学最迷人的核心谜题之一。

【原文】

海森堡立即接受了波恩的观念，但实际上他认为，鉴于这些 ψ 波是按照薛定谔方程时间演化并在空间传播的，因此必须把它们不只当作一种数学虚构，而应赋予它们以某种物理实在性。海森堡后来曾写

道，他是把这些几率波设想为“亚里士多德哲学中的潜能[dύναμις，拉丁文是*potentia*]”概念的一种定量表述。认为事

[^1] 可参看北京大学哲学系外国哲学史教研室编译：古希腊哲学(生活·读书·新知三联书店,1957),第266—273页。——译者注

第二章 早期的半经典诠释 67

件并不是被断然决定的，并且认为一伴事件发生的潜能或“趋势”有一种实在性——某种中间层次的实在，处于物质的有的实在与观念或映象的精神的实在之间——这种概念在亚里士多德哲学中起着决定性的作用。在现代量子论中这种概念采取了新的形式；它被定量地表述为几率，并且服从可以用数学表示的数学定律[^1]。

[^1] W. Heisenberg, “Planck’s discovery and the philosophical problems of atomic physics”, 载于*On Modern Physics* (C. N. Polter, New York; Orion Press, London, 1961), pp. 9–10.

【解读】

面对前面提到的那个两难困境—— ψ 函数既像抽象的概率，又表现出物理实在性，另一位量子力学的巨头，维尔纳·海森堡（就是提出“不确定性原理”的那位），提出了一个极具哲学深度的解决方案。

海森堡首先是赞同波恩的概率观点的，但他不满足于把 ψ 波仅仅看作一种“数学虚构”。因为这个波函数不是静止的，它遵循着严格的物理定律——薛定谔方程——在时空中演化和传播。一个纯粹的数学工具，怎么会遵循如此具体的物理定律呢？这让海森堡觉得，它必须拥有某种程度的“实在性”。

于是，海森堡引入了一个非常巧妙的哲学概念，他从古希腊哲学家亚里士多德那里借来了一个词：“**潜能**”(potentia)。这是一个什么概念呢？我们可以用一个简单的例子来理解。

想象一下，你手里有一枚尚未掷出的骰子。在掷出之前，它会是哪个点数朝上？我们不知道。但是，它“有潜力”变成1、2、3、4、5、6中的任何一个。这种“潜力”不是虚无缥缈的，它是真实的。它不是“已经实现”的现实（比如已经掷出了一个6），也不是我们头脑中的“纯粹想象”（比如想象它会掷出7）。它是一种**介于“无”和“有”之间的中间状态**，是一种客观存在的“可能性”或“趋势”。

海森堡认为，量子世界的 ψ 波，就是对这种“潜能”的**定量描述**。

- 在测量之前，电子并没有一个确定的位置。它不是真的像一团云那样散布在空间各处，而是处在一种“潜能”状态。
- ψ 函数这张“概率地图”，描绘的正是这种“潜能”在空间中的分布强度。在 $|\psi|^2$ 值大的地方，电子实现的“潜能”就大，被发现的“趋势”就强；反之亦然。
- 当我们进行测量时，这个行为就迫使“潜能”转化为“现实”，随机地选择一个可能的结果实现出来。就像掷骰子的动作，把骰子的“潜能”变成了确定的点数。

这个思想非常深刻。它创造了第三种“实在”：

1. 第一种是“物质的实在”，比如桌子、椅子，是客观存在的实体。
2. 第二种是“精神的实在”，比如我们头脑中的观念、思想。

3. 海森堡提出的第三种，是“**潜能的实在**”，它是一种客观存在的、关于未来可能性的实在。

这样一来，前面那个两难困境似乎就有了出路。 ψ 波是“实在”的吗？是的，它作为一种“潜能”或“趋势”是实在的。它是抽象的吗？是的，因为它描述的不是已经发生的事实，而是各种可能性。通过引入“潜能”这个概念，海森堡试图调和 ψ 函数的波的传播特性（需要实在性来承载）和概率特性（描述的是可能性），为我们理解量子世界提供了一个全新的哲学视角。

【原文】

2.5 德布罗意的双重解诠释

大约与玻恩提出几率诠释同时，路易·德布罗意发展了他后来所称的“双重解理论”。他关于这个题目的第一篇论文^[2]写于1926年夏，这篇文章试图通过把光量子(后来叫作光子)看成一个波场中的奇点，使爱因斯坦的光量子干涉、衍射等光学现象协调起来。德布罗意论证道，在经典光学中，波动方程

$$\Delta u = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (44)$$

的解为下述形式的函数：

$$u = a(x, y, z) \exp(i\omega t - \varphi(x, y, z)), \quad (45)$$

[2] L. de Broglie, “Sur la possibilité de relier les phénomènes d'interférence et de diffraction à la théorie des quanta de lumière”, *Comptes Rendus* **183**, 447–448(1926);重印在下书中:L. de Broglie *La Physique Quantique Restera-t-elle Indeterministique?* (Gauthier-Villars, Paris, 1953), pp. 25–27.

68 量子力学的哲学

它满足由于出现屏幕、小孔或波所遇到的其他障碍物而施加的边界条件；另一方面，在“光量子的新光学”中，波动方程的解应为如下的函数：

$$u = f(x, y, z, t) \exp(i\omega t - \varphi(x, y, z)), \quad (46)$$

其中的 ω 与前相同，但 $f(x, y, z, t)$ 具有沿着垂直于相阵面 $\varphi = \text{常数}$ 的曲线 n 而运动的“可动奇点”。德布罗意宣称，“这些奇点就构成了辐射能量的量子”。把(45)式和(46)式代入方程(44)中，并分出所得结果的虚部，他得出了以下方程：

【解读】

好了，同学们，在我们刚刚探讨了波恩的“概率诠释”和海森堡的“潜能诠释”之后，现在来看看另一位重量级人物——路易·德布罗意的想法。德布罗意，就是最早提出“物质波”概念、认为一切粒子都具有波动性的那位天才。他对量子世界的理解，和前面几位又截然不同。

德布罗意提出的这个“**双重解理论**”，也被后人称为“**导航波理论**”(Pilot-Wave Theory)，这个名字可能更形象一些。他的核心思想是什么呢？他认为，我们不必在“粒子”和“波”之间做非此即彼的选择，也不必引入那么多烧脑的哲学概念。**粒子和波是同时存在的，都是物理实在！**

为了理解这个想法，我们可以打一个生动的比方：想象一个**冲浪者**和**海浪**。

- 海浪是广阔的、连续的，可以同时通过双缝，可以相互干涉。这个“海浪”就对应着 ψ 波。
- 冲浪者是一个具体的、点状的实体，他始终在海浪的某一个位置上。这个“冲浪者”就对应着电子这个粒子。
- 最关键的是：冲浪者不是随意运动的，他的运动轨迹被海浪的形态**引导和驾驭**着。

这就是德布罗意的物理图像：在微观世界里，有一个真实的、遵守薛定谔方程的“导航波”（也就是 ψ 波）。同时，还有一个真实的、点状的粒子。粒子永远不会“散开”，它总是有确定的位置。但是，它的运动轨迹，完全由这个导航波来决定。

我们再用这个“冲浪模型”来解释双缝实验：

1. 当一个电子（冲浪者）和它的导航波（海浪）一起接近双缝时，粒子本身只能通过其中一个缝（比如左缝）。
2. 但是，它的导航波是广阔的，会**同时通过两个缝**。
3. 通过双缝后的导航波，会像水波一样发生干涉，形成复杂的波形。
4. 那个从左缝通过的粒子，接下来就会被这个已经干涉了的、复杂的导航波引导着前进，最终到达屏幕上。导航波波峰高的地方，粒子到达的概率就大（形成亮条纹）；导航波相互抵消的地方，粒子就永远不会去（形成暗条纹）。

这样一来，所有问题似乎都解决了！粒子性（有确定的粒子）和波动性（波的干涉）得到了完美的统一，而且图像非常直观。

文中的数学公式，就是在尝试把这个思想数学化。

- 方程（44）是标准的波动方程，描述“导航波”的传播。
- 方程（45）描述的是一个平滑的、连续的波，这就是我们通常说的 ψ 波，或者说德布罗意的“导航波”。
- 方程（46）是德布罗意的创举。他设想波动方程还有另一个特殊的解，这个解在大多数地方和普通的波一样，但在一个极小的区域内有一个“**奇点**”（singularity），你可以把它想象成一个无限高的尖峰。这个**移动的奇点**，在德布罗意看来，就是**粒子本身**！

总而言之，德布罗意试图建立一个更加“经典”和决定论的量子理论。在这个理论里，没有随机性，没有“波包塌缩”，也没有什么“潜能”。一切都是确定的：只要你知道粒子和导航波的初始状态，你就能精确计算出粒子未来的全部轨迹。这个理论非常优雅，虽然在当时没有成为主流，但它为后来的量子力学诠释（如玻姆力学）提供了重要的思想源泉。好的，同学们。今天我们要一起探索一段非常迷人、甚至有些颠覆我们常规认识的物理学历史。我们将回到上世纪20年代，量子力学的黎明时期，去理解一位伟大的物理学家——路易·德布罗意（Louis de Broglie）是如何试图描绘一个粒子和波和谐共存的物理世界的。他提出的想法，与我们今天教科书上主流的哥本哈根诠释有所不同，但充满了深刻的洞察力。

准备好了吗？让我们开始解读这份珍贵的历史文献。

【原文】

$$\frac{2}{a} \frac{da}{dn} = -\Delta\varphi, \quad (47)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial\varphi}{\partial n} \right)^2 = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2} \frac{\Delta f}{f}. \quad (48)$$

德布罗意推论说，在粒子的位置 M 处商 $f/(\partial f/\partial n)$ 应为零^{*}，并且知道光量子在 t 时刻经过 M 点的速度为

$$v = -\frac{(\partial f/\partial t)}{(\partial f/\partial n)_M}, \quad (49)$$

这是因为

$$df = \frac{\partial f}{\partial n} dn + \frac{\partial f}{\partial t} dt = 0,$$

于是他从(48)式得出结论

$$v = c^2 \left(\frac{\partial\varphi}{\partial n} \right)_M. \quad (50)$$

* 因为粒子相当于一个奇点，因此接近 M 点时 f 函数将很快增大。设与距 M 点的距离的某一次方成反比 $f \propto n^{-k}$ ，于是沿径向距离的导数 $\partial f/\partial n$ 将比 f 增加得更快； $\partial f/\partial n \propto n^{-(k+1)}$ ，因此 $f/(\partial f/\partial n) \rightarrow 0$ 。——译者注

第二章 早期的半经典诠释 69

因此 φ 起着速度势的作用，和马德隆的 φ 一样。

曲线 n 或“流线”形成“流管”，粒子就在管中向前运动。若令 ρ 代表粒子的密度， σ 代表管的可变截面积，则沿着给定的一个流管有

$$\rho v \sigma = \text{常数} \quad (51)$$

或取对数后求导数，得

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dn} + \frac{1}{v} \frac{dv}{dn} + \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dn} = 0, \quad (52)$$

其中的最后一项 $\frac{1}{\sigma} (d\sigma/dn)$ 是曲面 $\varphi = \text{常数}$ 的平均曲率的两倍^[1]，即 $(\Delta\varphi/\partial^2\varphi/\partial n^2)/(\partial\varphi/\partial n)$ ，因此，由于(50)式有

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dn} = -\frac{\Delta\varphi}{\partial\varphi/\partial n}, \quad (53)$$

或由(47)式有

$$\rho = \text{常数} \cdot a^2. \quad (54)$$

因为经典波动方程的解的振幅的平方度量了辐射的强度，而根据最后一个方程，光量子的密度与强度成正比，因此这个方程就在粒子的粒子观的基础上为干涉和衍射现象提供了满意的说明。

【解读】

同学们，我们眼前这段文字虽然充满了复杂的数学公式，但它背后隐藏的物理思想却像一首优美的诗。德布罗意试图在这里建立一个统一的图像，来解释为什么微观粒子（比如电子、光子）既表现出粒子性，又表现出波动性。

首先，让我们把波想象成两个部分：它的“高度”，也就是**振幅 a** ，决定了波的强弱；以及它在周期中的“位置”，也就是**相位 φ** ，决定了波峰和波谷在哪里。公式(47)和(48)就是描述这两个量如何随空间和时间变化的。现在先不用深究它们的具体形式，关键在于德布罗意接下来的神来之笔。

他引入了一个非常大胆的假设：粒子不是随机出现在波的某个地方，而是像一个“冲浪者”，被这片“物质波”精确地引导着前进。那么，这个“冲浪者”的速度 v 是多少呢？公式(49)和(50)给出了答案。他将粒子的速度 v 和波的相位 φ 的空间变化率（梯度）直接联系起来。这里的 φ 就扮演了“速度势”的角色。这个概念大家可能有点陌生，我们可以做一个类比：想象一张地形图，等高线密集的地方表示山坡很陡。如果你放一个球在山坡上，它滚动的方向和速度就取决于地形的陡峭程度（也就是高度的梯度）。同样，在德布罗意的图像里，**粒子运动的速度和方向，就由相位 φ 这个“量子地形图”在空间中的变化情况来决定。**

接下来，德布罗意引入了更精彩的类比——**流体力学**。他把整个空间想象成充满了无数条由波的相位引导的“流线”，这些流线汇集在一起，形成一个个“流管”。而粒子，就被困在其中一个流管里，顺着流线运动。公式(51) $\rho v \sigma = \text{常数}$ 是流体力学中一个非常经典的**连续性方程**。 ρ 是粒子流的密度， v 是速度， σ 是流管的截面积。这个方程告诉我们一个很直观的道理：在一个封闭的水管里，如果水管变窄（ σ 变小），水流速度 v 就会加快，以保证总流量不变。

而这段推导的最终高潮，是公式(54)： $\rho = \text{常数} \cdot a^2$ 。这个结果简直太美妙了！它告诉我们，在德布罗意的模型中，**粒子流的密度 ρ 正比于物质波振幅 a 的平方**。这听起来是不是非常耳熟？在你们学过的量子力学初步知识里，波函数的模的平方（ $|\psi|^2$ ）代表了粒子在某处出现的“概率密度”。德布罗意通过一个完全不同、更为经典的物理图像——粒子在波的引导下进行确定性运动——得出了一个形式上惊人一致的结论！

这有什么意义呢？它为困扰物理学界已久的波粒二象性提供了一个极其直观的解释。以双缝干涉实验为例，为什么电子穿过双缝后会形成明暗相间的条纹？在德布罗意的图像里，屏幕上出现亮条纹的地方，是因为引导电子的“物质波”在那里振幅 a 更大，导致引导粒子的“流管”更密集，单位时间里有更多的电子到达那里；而在暗条纹处，波的振幅 a 很小，“流管”变得稀疏，所以几乎没有电子到达。整个过程不再是神秘的概率，而是一种**由波精确引导的粒子运动的必然结果**。

【原文】

德布罗意在下一篇文章^[2]中把这些考虑套用到薛定谔函数一致的解释和粒子的运动上。他说：“在微观

力学中如同在光学中一样，波动力程的连续解只提供统计信息；精确的微观描述无疑需要使用奇异解，它们表示了物质与辐射的分立结构。”

1927年春，德布罗意把这些观念发展成熟，并以他所谓的“双重解理论”^[1]的形式表述了这些观念。根据这个理论，波动力程允许有两种不同的解：一个是非具有统计意义的连续 ψ 函数，另一个是奇异解，其奇点构成所讨论的物理粒子。

为了顺着德布罗意的思路前进，让我们考虑克莱因-戈登[Klein-Gordon]方程

$$\square\varphi = \frac{m^2c^2}{\hbar^2}\varphi, \quad (55)$$

在1926年这个方程刚出现时，曾以为它是描写电子的方程。虽然今天我们知道它只适用于自旋为零的粒子，但为简单起见，我们仍取方程(55)作为波动方程。容易验证，此方程的平面单色波解为

$$\varphi = a \exp\left(\frac{i\varphi}{\hbar}\right), \quad (56)$$

其中 a 是一个常数并且 $\varphi = Et - pr$ 。若我们再假定方程(55)另外还有一个奇异解

$$u = f(x, y, z, t) \exp\left(\frac{i\varphi}{\hbar}\right) \quad (57)$$

其位相 φ 与(56)中的 φ 相同，则必须满足 $f = 0$ 。

由于波动方程的洛伦兹不变性，我们可以变换到 f 同 t 无关

[1] L. de Broglie, “La mécanique ondulatoire et la structure atomique de la matière et du rayonnement”, *Journal de Physique et du Radium* **8**, 225–241 (1927);重印于67页注②文献(1953, pp. 29–54).

第二章 早期的半经典诠释 71

的参照系，因此 f 必须满足条件 $\Delta f = 0$ 。在这个固有参照系(粒子位于其原点)中，具有球对称性的解显然为

$$f(x_0, y_0, z_0) = \frac{C}{r_0}, \quad (58)$$

其中 $r_0 = \sqrt{(x_0^2 + y_0^2 + z_0^2)}$ 为从原点到场点的距离，而

$$u(x_0, y_0, z_0) = \frac{C}{r_0} \exp\left(\frac{imc^2t_0}{\hbar}\right). \quad (59)$$

再变换到另一参照系，粒子在这个参照系中以速度 v 沿 Z 轴方向运动，我们得

【解读】

在上一部分，我们看到了德布罗意如何用“导航波”和“流体力学”的类比来描绘粒子运动。现在，他要将这个思想提炼升华，形成一个更完整的理论体系，这就是著名的——“双重解理论”。

德布罗意认为，我们通常所说的波函数 ψ （也就是薛定谔方程的那个连续、平滑的解）并不能描述单个粒子的全部真相，它仅仅是一种“统计工具”，就像天气预报图，能告诉我们哪个区域下雨的可能性大，但不能精确指出每一滴雨水的位置。他大胆宣称，要精确描述一个真实的、分立的粒子，我们需要第二种解——“**奇异解**”。

这个“双重解”是什么意思呢？让我们用一个生动的比喻来理解。想象一片平静的湖水，湖水的波动可以用一个平滑的数学函数来描述，这就是那个连续的 ψ 函数。但现在，湖水中央有一个小小的、但能量高度集中的漩涡。这个漩涡本身，就是那个**“奇异解” u 。这个漩涡的中心点，就是一个“奇点”——在这里，描述波的函数值会趋向于无穷大。德布罗意说，这个奇点，就是那个实实在在的粒子！所以，在德布罗意的世界里，现实是由两种波共同构成的：一种是无处不在、平滑的引导波 ψ ，它负责“导航”；另一种是包含了奇点的物理波 u ，它的奇点本身就是**粒子。

为了给这个理论找到坚实的数学基础，德布罗意开始求解一个具体的波动方程。这里他选用的是**克莱因-戈登方程**（公式55）。大家可以把它理解为“升级版”或“相对论版”的薛定谔方程，能更好地处理高速运动的粒子。

接着，他展示了两种解。公式(56)是一个最简单的平面波解，振幅 a 是个常数，代表一个在空间中无限延伸、均匀分布的波。这就是那个提供统计信息的引导波 ψ 。而公式(57)则是关键，这是他假设的奇异解 u 。请注意一个核心细节：这两个解拥有完全相同的相位部分 $\exp(i\varphi/\hbar)$ 。这意味着，那个代表粒子的奇异解 u ，它的振荡节拍与引导波是**完全同步**的。这就好像那个湖心的漩涡，是完美地跟着整个湖面的波纹在起舞，从而保证了粒子（奇点）的运动始终受到引导波的支配。

为了找到这个奇异解 u 的具体形式，德布罗意运用了一个物理学家常用的技巧：**切换参照系**。他先站到粒子自己的视角上（即“固有参照系”），在这个参照系里，粒子是静止的。通过一系列推导，他发现描述奇点的函数 f 满足一个非常经典的方程 $\Delta f = 0$ ，即**拉普拉斯方程**。大家在学习电磁学时会遇到，一个点电荷在真空中产生的静电势就满足这个方程！

于是，答案豁然开朗。拉普拉斯方程最著名的球对称解，就是公式(58)所示的 $f = c/r_0$ ，一个与距离 r_0 成反比的函数。当 r_0 趋近于零（也就是在粒子中心）， f 趋向于无穷大——这正是他苦苦寻找的“奇点”的数学表达！最后，公式(59)给出了在粒子静止时，这个包含粒子的“物理波” u 的完整形态。它描述了一个位于空间原点、以 $mc^2/\hbar$ 的频率振荡的实体，而 mc^2 正是爱因斯坦质能方程给出的粒子静止能量！

至此，德布罗意构建了一个逻辑自洽且图像清晰的量子世界：粒子是真实存在的实体，是物理波中的一个奇点，它的运动被一个同样真实的引导波所驾驶。这个理论试图保留经典物理的确定性和实在性，来对抗当时兴起的、充满概率和不确定性的哥本哈根诠释，展现了物理学发展道路上的另一种深刻而迷人的可能性。好的，各位同学，我们即将进入一段非常深刻的物理学思想之旅。这部分内容来自物理学巨匠路易·德布罗意（Louis de Broglie）的原始思想，他正是那位提出了“物质波”概念，并因此获得诺贝尔奖的科学家。你们在课本上学到的波粒二象性，很大程度上就源于他的博士论文。但今天我们要探讨的，是他对于这个概念更深层次、也更具争议性的解读。让我们一起庖丁解牛，看看这位大师是如何试图描绘微观世界的真实图景的。

【原文】

$$u(x, y, z, t) = C \left[x^2 + y^2 + \frac{(z - vt)^2}{1 - \beta^2} \right]^{-1/2} \exp \left[\frac{i}{\hbar} (Et - pz) \right]. \quad (60)$$

于是，我们就用 u 的运动奇点描述了粒子。

现在，我们可以想象一股由许多这样的粒子组成的粒子流，所有的粒子都以同一速度 v 沿 Z 轴运动并由薛定谔

描述；对于这样的粒子流可令其空间密度 ρ 等于 ka^2 ，其中 k 是一个常数。但是，如果我们只考虑单个粒子，而不知道它是在哪条平行于 Z 轴的轨道上运动的，也不知道它在哪一时刻通过给定的 z ，那么我们可以将在给定的微元体积内找到粒子的几率表示为

$$\rho = a^2 = |\psi|^2. \quad (61)$$

因此一方面连续解 ψ 度量了在几率，与玻恩诠释一致；同时奇异解 u 则描绘了粒子本身。

德布罗意然后证明，即使假定 u 所满足的波动方程在一小区域内是非线性的(但在围绕该区域的一个小球面 S 上遵从线性方

【解读】

大家好！看到这个复杂的公式（60），千万别被吓到。作为你们的学术导师，我的任务就是把它变成你们能理解的、甚至觉得有趣的东西。这不仅仅是一堆符号，这是德布罗意尝试描绘一个电子“真实样貌”的伟大蓝图。

首先，我们来拆解这个“怪物”公式 $u(x, y, z, t)$ 。把它想象成一个描述“微观世界实体”的函数。它由两大部分相乘组成，我们可以用一个生动的比喻来理解：**一艘在广阔湖面上航行的快艇**。

第一部分， $c[\dots]^{-1/2}$ ，就是这艘**快艇本身**。你看 $x^2 + y^2$ ，这代表了在 XY 平面上的位置。而 $(z - vt)^2$ 告诉我们，这个物体正沿着 Z 轴以速度 v 运动。所以，这个表达式在 $x=0, y=0, z=vt$ 这个点上，分母会趋向于零，整个函数值会变得无穷大——这就是原文中提到的“**奇点**”(singularity)。这个无限高的“尖峰”，在德布罗意看来，就是**粒子本身**！它不是一团模糊的概率云，而是一个有确定位置、真实存在的实体。顺便提一下，分母中的 $1 - \beta^2$ （其中 $\beta=v/c$ ）是爱因斯坦狭义相对论的标志，它说明德布罗意考虑到了高速运动下的尺缩效应，非常严谨。

第二部分， $\exp[\dots]$ ，就是快艇航行时在湖面上激起的**波纹**。学过波动的同学对这个形式应该不陌生，它是一个标准的复指数形式的平面波。其中的 $Et - pz$ 描述了波的相位，包含了能量 E 和动量 p ，这正是你们学过的德布罗意波的核心思想：运动的物体伴随着一个波。

所以，公式（60）描绘了一幅非常直观的物理图像：一个实在的粒子（奇点），“骑”在它自己产生的波上前进。这个函数 u ，既包含了粒子的“核”，也包含了它周围的“场”或“波”，完美地统一了波和粒。

接下来，德布罗意做了一个思想上的飞跃。他问：如果我们有一束这样的粒子，但我们只能观察其中一个，而且我们不知道它的精确轨道（就像在茫茫大雾中追踪那艘快艇），我们能知道什么呢？我们可能看不到快艇本身，但能感觉到它激起的波浪。这时，另一个函数 ψ （psi）登场了，它就是你们在量子力学入门中会遇到的**薛定谔波函数**。

德布罗意认为，这个 ψ 波函数，可以看作是那个更真实的 u 波的一种“宏观平均”或“统计描述”。 $|\psi|^2$ （公式61），即波函数振幅的平方，并不代表粒子“弥散在空间中”，而是我们**找到那个实在粒子（快艇）的概率密度**。这与我们现在普遍接受的、由物理学家玻恩提出的“**玻恩诠释**”完全一致。

因此，这里的核心思想——也是德布罗意“双重解理论”的精髓——就清晰了：

1. **奇异解 u** ：描述一个**客观实在、有确定轨迹的粒子**及其伴随的物理波。这是微观世界的“本体”。
2. **连续解 ψ** ：描述我们作为观察者，在信息不完备的情况下，对该粒子位置的**概率性预测**。这是我们能测量和计算的“现象”。

这就像天气预报说“明天降水概率80%”，这个概率（相当于 ψ ）不是说天空会变成80%的湿润状态，而是指“下雨”这个确定事件（相当于粒子 u ）有很大概率会发生。

最后一句提到“非线性”，这是一个深邃的伏笔。它暗示着，在粒子“奇点”那个最核心的区域，物理规律可能比我们熟悉的线性薛定谔方程要复杂得多。这或许是解开量子世界所有谜题的钥匙。总而言之，这段文字展示了德布罗意试图建立一个更符合直觉、同时又能解释所有量子现象的理论框架，这是一种探索精神的极致体现。好的，同学们，大家好！今天我们要一起攻克一份看起来有点“吓人”的文档。它充满了外文、奇怪的符号和各种出版信息。但请相信我，这背后隐藏着物理学史上最激动人心的一场革命。我们就像侦探一样，要从这些看似枯燥的文献线索中，拼凑出量子力学大厦是如何一砖一瓦建立起来的。

这些列表其实是一本书或一篇学术论文的“参考文献”，也就是作者的论证依据。它们是通往知识源头的藏宝图。现在，让我们戴上学术导师的帽子，开始我们的解读之旅。

【原文】

[¹] A. Korn, “Schrödingers Wellenmechanik und meine mechanischen Theorien”, *Z. Physik* **44**, 745–753(1927).

[¹] M. Born, “Zur Quantenmechanik der Stossvorgänge”, *Z. Physik* **37**, 863–867 (1926).重印于 *Dokumente der Naturwissenschaft*, Vol. 1(1962), pp. 48–52.

[²] 同上书(p. 864).

[¹] M. Born, “Bemerkungen zur statistischen Deutung der Quantenmechanik”, 载于 *Werner Heisenberg und die Physik unsere Zeit* (Vieweg, Braunschweig, 1961), p. 103.又见M. Born, *Experiment and theory in Physics* (Cambridge U. P., London, 1943),p. 23.

[²] M. Born, “Quantenmechanik der Stossvorgänge”, *Z. Physik* **38**, 803–827 (1926). “Zur Wellenmechanik der Stossvorgänge”, *Göttinger Nachrichten* 1926, 146–160;重印于 *Ausgewählte Abhandlungen*, Vol. 2, pp. 233–257, 284–298. *Dokumente der Naturwissenschaft*, Vol. 1, pp. 53–77, 78–92; G. Ludwig, *Wellenmechanik*, pp. 237–259; 英译文“Quantum mechanics of collision processes”,收进G. Ludwig, *Wave Mechanics*, pp. 206–225.

【解读】

同学们，我们眼前这第一组文献，就像是量子力学发展史上的一组关键“罪证”，它们指向了一位核心人物——马克斯·玻恩（Max Born），以及一个颠覆性的思想。

首先，让我们来当一回翻译官。像 *Z. Physik* 这样的，是当时德国顶尖物理学期刊《物理学杂志》的缩写。后面的数字，比如 **37** 是卷号，863-867 是页码，(1926) 则是发表年份。你看，1926年、1927年，这是量子力学革命的“风暴中心”。

这里的主角是波恩。你们可能对薛定谔 (Schrödinger) 更熟悉，他提出了著名的波动方程，描述了电子像波一样运动。但一个巨大的问题出现了：这个“波”到底是什么？薛定谔自己一开始也搞不清楚，他甚至猜想电子是不是像一团“电荷云”一样 smeared out (弥散) 在空间里。

波恩的这几篇论文，特别是标题中带有“Stossvorgänge”(碰撞过程) 和“statistischen Deutung”(统计诠释) 的，给出了一个石破天惊的答案。他提出，薛定谔方程描述的那个波，不是物质本身的波，而是“概率波”！波函数（就是波动方程的解）在某一点的振幅的平方，代表了在该处发现这个粒子的“概率”大小。

打个比方，这就像天气预报。气象台发布一张降雨概率图，告诉你某个地区明天有90%的概率下雨，另一个地区只有10%。这张图并没有说雨水像云一样均匀地“涂抹”在整个区域，而是告诉你，当你明天去观察时，在那个90%的地区“找到”雨点的机会非常大。波恩的工作，就是把物理学从牛顿式的“精确预言”(告诉你行星下一秒会出现在哪里)，变成了一种“概率预言”(告诉你下一次测量时，电子最可能出现在哪里)。这是一个根本性的转变，它意味着微观世界的本质可能就是随机的、不确定的。这些看似枯燥的文献，正是宣告这个伟大思想诞生的“出生证明”。

【原文】

[^1] 德文原文为“Die Bewegung der Partikel folgt Wahrscheinlichkeitsgesetzen, die Wahrscheinlichkeit selbst aber breitet sich im Einklang mit dem Kausalgesetz aus.”见60页注②文献(p. 804)。

[^2] 1962年10月18日对波恩的访问(*Archive for the History of Quantum Physics*)。又见M. Born, “Albert Einstein und das Lichtquantum”, *Die Naturwissenschaften* **11**, 426–431(1955)。

[^1] M. Born, “Das Adiabatenprinzip in der Quantenmechanik”, *Z. Physik* **40**, 167–192 (1926);收入 *Ausgewählte Abhandlungen*, Vol. 2, pp. 258–283;又*Dokumente der Naturwissenschaft*, Vol. 1, pp. 93–118。

[^1] G. Wentzel, “Zwei Bemerkungen über die Streuung Korpuskularer Strahlen als Beugungserscheinung”, *Z. Physik* **40**, 590–593(1926)。

[^2] H. Faxén und J. Holtsmark, “Beitrag zur Theorie des Durchgangs langsamer Elektronen durch Gase”, *Z. Physik* **45**, 307–324(1927)。

[^3] N. F. Mott, “The solution of the wave equation for the Scattering of particles by a Columbian centre of field”, *Proceedings of the Royal Society of London* **A.118**, 542–549(1928)。

[^4] H. Bethe, “Zur Theorie des Durchgangs schneller Korpuskularstrahlen durch Materie”, *Ann. Physik* **5**, 325–400(1930)。

【解读】

这一部分的内容更加深入了，它为我们揭示了波恩思想的精髓，以及这个思想是如何被科学界迅速应用和发展的。

开头那句德文引言是关键中的关键，我们把它翻译过来：“粒子的运动遵循概率定律，但概率本身却遵从因果律传播。”这句话简直是神来之笔，完美地调和了量子世界中的“随机性”与“确定性”。什么意思

呢？它告诉我们两件事：第一，对于单个粒子，比如一个电子，我们无法预测它在碰撞后会飞向哪里，只能说它有30%的概率飞向A点，70%的概率飞向B点。这就是“遵循概率定律”。第二，但是，这个“概率分布”本身（也就是那张看不见的、告诉我们哪里概率高、哪里概率低的“地图”）是如何随时间演化的，却是由薛定谔方程严格决定的，是完全确定的、有因果关系的。这就好比，你掷一个骰子，无法确定下一次是几点（随机），但“每个点数出现的概率都是1/6”这个事实本身是确定不变的（因果）。

接下来的文献就像一棵大树的枝干，展示了波恩的“概率”思想之树是如何开枝散叶的。我们看到了温策尔（Wentzel）、法克森（Faxén）、霍尔茨马克（Holtsmark）、莫特（Mott）和贝特（Bethe）等人的名字。他们虽然不像波恩那样家喻户晓，但都是当时顶尖的物理学家。注意看他们论文的标题，反复出现了“Streuung”（散射）、“Durchgangs... durch Gase”（穿过气体）、“Scattering of particles”（粒子散射）等词语。

“散射”实验，简单来说，就是拿一束粒子（比如电子）当“子弹”，去轰击一个目标（比如原子核或者一团气体），然后观察这些“子弹”是如何被弹开的。这在当时是探测微观世界结构最重要的方法。波恩的概率理论为计算这些散射结果提供了强大的数学武器。这些物理学家们，正是利用波恩的理论，成功地解释和预测了各种粒子散射实验的结果，从而极大地巩固了量子力学的地位。这表明，科学的发展不是一个人的独角戏，而是一个伟大思想被一个学术共同体接受、验证和发展的过程。

【原文】

[¹] 可参看北京大学哲学系外国哲学史教研室编译：古希腊哲学（生活·读书·新知三联书店，1957），第266—273页。——译者注

[¹] W. Heisenberg, “Planck’s discovery and the philosophical problems of atomic physics”, 载于 *On Modern Physics* (C. N. Polter, New York; Orion Press, London, 1961), pp. 9–10.

[²] L. de Broglie, “Sur la possibilité de relier les phénomènes d’interférence et de diffraction à la théorie des quanta de lumière”, *Comptes Rendus* **183**, 447–448(1926);重印在下书中：L. de Broglie *La Physique Quantique Restera-t-elle Indeterministique?* (Gauthier-Villars, Paris, 1953), pp. 25–27.

[¹] 例如见H. Poincaré, *Cours de Physique Mathématique-Capillarité* (G. Carré, Paris, 1895), p. 51.

[²] L. de Broglie, “La structure de la matière et du rayonnement et la mécanique ondulatoire”, *Comptes Rendus* **184**, 273–274 (1927);重印于67页注②文献中 (1953, pp. 27–29).

【解读】

最后这组文献，将我们的视野从纯粹的物理学计算，扩展到了更广阔的哲学和思想史领域。它告诉我们，量子力学的革命不仅仅是公式和实验的革命，更是一场深刻的世界观的革命。

首先看那个特别的“译者注”。为什么一本讲物理学的书，要去引用一本关于古希腊哲学的书？这是因为量子力学探讨的终极问题——“世界的本源是什么？”“物质是连续的还是不连续的？”“万物运行是命中注定的还是随机的？”——这些问题，早在两千多年前的古希腊，哲学家们（比如德谟克利特的原子论）就已经开始思考了。量子力学用数学和实验的语言，重新点燃了这些古老的哲学争论。

接下来我们看到了海森堡（Heisenberg）——另一位量子力学的巨头，不确定性原理的提出者。他的文章标题直接点明了“atomic physics”中的“philosophical problems”（哲学问题）。这说明，这些物理学大师们非常清楚，他们的发现触及了人类认识世界的基础，他们不仅是科学家，也是深邃的哲学家。

然后是德布罗意 (L. de Broglie)，他正是提出“波粒二象性”假说的人，认为所有物质都既有粒子性又有波动性。他的一篇论文被重印在一本标题发人深省的书 中：《量子物理学将保持非决定性吗？》(La Physique Quantique Restera-t-elle Indeterministique?)。这充分暴露了当时物理学家内心的挣扎。连德布罗意这样的开创者，都在思考和怀疑，这种基于概率的、非决定性的理论，会不会只是一个暂时的过渡，未来会不会有一个更深层的、决定性的理论来取代它？这场争论一直持续到今天。

最后，引用庞加莱 (Poincaré) 这位19世纪末的数学和物理学大师，则是为了说明，量子力学并非凭空出现，它所使用的许多复杂数学工具和思想方法，都继承自前人的积累。

总而言之，这组文献告诉我们，一场伟大的科学革命，必然会与哲学、历史和思想的脉络紧密相连。它不仅改变了我们的计算方式，更颠覆了我们对“现实”本身的理解。希望通过今天的解读，你们能体会到物理学不仅仅是解题和考试，它更是一场激动人心的、探索宇宙终极奥秘的伟大冒险。好的，导师就位。让我们一起深入探索量子世界的奥秘。这份文档探讨的是量子力学中一个非常深刻且迷人的分支——德布罗意的导引波理论 (也称为飞行员波理论)。这个理论试图为我们描绘一幅比教科书上更直观的微观粒子运动图像。别担心那些看起来复杂的公式和术语，我会像一位向导，带你一步步穿越这片物理学的丛林。

【原文】

[^1] L. de Broglie, “La mécanique ondulatoire et la structure atomique de la matière et du rayonnement”, *Journal de Physique et du Radium* **8**, 225–241 (1927);重印于67页注②文献(1953, pp. 29–54).

奇异区域的速度 v 等于奇异解 $u = f \exp(i\varphi/\hbar)$ 的位相 $\varphi = (x, y, z, t)$ 的负梯度除以质量 m 。事实上，如果我们把 u 代入 (55)，我们得到其虚部为

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \nabla \varphi \nabla f = \frac{1}{2} \square \varphi. \tag{62}$$

因为能量是恒定的， $\varphi(x, y, z, t) = Et - \varphi_1(x, y, z)$ 。在 S 上的一点 M 附近，垂直于 $f = \text{常数}$ 的方向*是 $\text{grad} f$, $\text{grad} \varphi_1$, 是奇异区域运动的方向 n , 并且 $f/(\partial f/\partial s) = 0$ 。从 (62) 式或

$$\frac{c^2}{E} \frac{1}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial s} \cos(n, s) = \frac{1}{2} \square \varphi$$

我们在除了 $\partial f/\partial s$ 之后得到了 $f = \text{常数}$ 在 s 方向的速度 v_1 为

$$v_1 = \frac{c^2}{E} |\text{grad} \varphi_1| \cos(n, s), \tag{63}$$

其中

$$v_1 = - \frac{(\partial f/\partial t)}{(\partial f/\partial s)} \Big|_M.$$

由于 $v_1 = v \cos(n, s)$, 最后我们看出奇异区域的速度 v 由下面的式子给出:

$$v = -\frac{\text{grad}\varphi_1}{m}. \quad (64)$$

式(64) 可以看成是经典的哈密顿-雅可比[Hamilton-Jacobi] 理论中熟知的公式 $p = -\text{grad}S$ 在经典力学极限以外的外推, 德布罗意称之为“导引公式”[guidance formula]。它使人们得以从 φ 函数导出粒子的轨迹。

- 下文中用 s 表示此方向。——译者注

【解读】

好的, 同学们, 我们来解剖这段文字。它看起来充满了数学符号, 但核心思想其实非常漂亮, 是对我们熟悉的“波粒二象性”的一次深刻追问。

首先, 我们来理解几个关键词。路易·德布罗意, 这位法国物理学家, 最早提出了“物质波”的假说——他认为, 不仅光有波粒二象性, 像电子这样的实物粒子也一样。但德布罗意并不满足于此, 他想知道: 如果一个电子既是粒子又是波, 那这两者到底是什么关系? 他提出的模型是, 电子是一个真实的、占据空间极小位置的“粒子”, 但它并不孤独, 它总是“浸泡”在一片引导它的“波”的海洋里。

这里的“**奇异区域**”就是德布罗意对“粒子”的称呼。你可以把它想象成一片平静湖面上的一滴油珠, 或者一个微小的漩涡中心。这个点是特殊的、能量高度集中的, 所以称之为“奇异”。而环绕着它的那片湖水, 就是它的“物质波”, 由一个数学函数 u 来描述。

这个波函数 $u = f \exp(i\varphi/\hbar)$ 包含两个关键部分: 振幅 f 和**位相** φ (phase)。振幅 f 决定了波的“强度”, 而位相 φ 描述了波在时空中任何一点的振动状态 (比如是波峰还是波谷)。德布罗意的核心创见在于: **粒子的运动方向和速度, 完全由其伴随波的“位相” φ 来决定。**

现在看那个关键的“**导引公式**” (guidance formula), 也就是式(64): $v = -\frac{\text{grad}\varphi_1}{m}$ 。我们来翻译一下:

- v 是粒子 (奇异区域) 的速度。
- m 是粒子的质量, 这个我们很熟悉。
- $\text{grad}\varphi_1$ 这一项是关键, 它叫做“梯度”。你可以把它想象成一张地形图。在图上任何一点, “梯度”就是一个箭头, 指向那一点最陡峭的上坡方向。那么“负梯度” ($-\text{grad}$) 自然就指向最陡峭的下坡方向。

所以, 这个公式的物理图像就像这样: 物质波的位相 φ 在空间中形成了一幅无形的“地形图”。而那个被称为“粒子”的小家伙, 就像一个被放在这张地形图上的小球, 它在任何时刻的运动方向, 就是沿着当前位置最陡峭的“下坡路”滑下去。波, 就像一位领航员 (飞行员), 时刻在为粒子“导航”。这就是“导引公式”这个名字的由来。它漂亮地把粒子和波联系在了一起: 波不再仅仅是描述粒子出现概率的工具, 而是实实在在引导粒子运动的物理实体。

最后提到的“哈密顿-雅可比理论”, 你不需要了解细节。你只需要知道, 这是经典力学的一种非常高级、非常优美的数学形式。德布罗意把他的公式和经典力学中最深刻的理论联系起来, 说明他试图建立一座桥梁, 从我们熟悉的经典世界, 平滑地过渡到奇特的量子世界。

【原文】

德布罗意证明，上述讨论很容易推广到粒子在一个位势为 U 的静力场中运动的情形。这时导引公式为

$$v = -\frac{c^2}{E - U} \text{grad} \varphi. \quad (65)$$

于是，德布罗意提出了量子力学的一种方案，在这个方案中，粒子被看成是能量在 u 的奇异区域中的凝聚，它基本上保持了粒子的经典性质。但是和经典粒子不同，它又被一个延伸的 ψ 波所引导，因此远离它的障碍物可以对它产生衍射效应。简而言之，德布罗意把波粒二象性归结为一种波-粒综合；构成物理实在的，不是波或粒子，而是波和粒子！

2.6 后来的半经典诠释

不要以为用流体力学模型来解释量子力学只限于量子理论的早期阶段。作为遵循这条路线的较近的工作的一个例子，我们可以举出布内曼[O. Buneman]，他在一系列未发表的论文中以及在五十年代初在剑桥大学的讲课中，提出了关于原子中的电子云和 50 电子本身的流体力学模型。他于 1955 年 6 月在意大利比萨[Pisa] 召开的第四十一届全国物理学会议上报告了他最近的连续媒质电动力学理论^①及他的“等离子体模型”观念，是他的流体力学

^① O. Buneman, "Continuum electrodynamics and its quantization", *Nuovo Cimento, Supplement* **4**, 832—834 (1956).

诠释的直接发展。但他承认^①，纯电磁的电子模型，和在十九世纪与二十世纪交替时已被否定的纯静电模型是同样不能接受的，因为带电荷(或带电流)的物质若无引力或其他外力的话单凭其本身是不能保持在一起的。

【解读】

好的，我们继续前进。上一段我们看到了德布罗意如何描绘一幅“波引导粒子”的图像。现在，这段文字将这个思想的意义和后续发展展现在我们面前。

首先，德布罗意把他的理论应用到了更实际的场景：当一个粒子在电场或引力场（也就是存在一个“位势” U ）中运动时。你看，公式(65)只是对之前导引公式的一个修正，引入了总能量 E 和势能 U 。这说明他的理论是能够处理真实物理问题的，而不仅仅是一个哲学空想。

接下来的一段话是关键，它总结了德布-罗意理论的核心世界观。让我们逐句分析：

1. “粒子被看成是能量在 u 的奇异区域中的凝聚”：这重申了粒子是一个真实存在的、能量集中的点。它不是一团模糊的概率云，而是一个有确定位置的实体。
2. “它基本上保持了粒子的经典性质”：这意味着，在任何时刻，这个粒子都有确定的位置和动量。这一点与我们后面要学的标准量子力学（哥本哈根诠释）截然不同，后者认为在测量之前，粒子没有确定的位置。

3. “但是……它又被一个延伸的 ψ 波所引导”：这就是奇妙之处。虽然粒子本身是个“点”，但它的行为却受到一个遍布空间的波的影响。
4. “因此远离它的障碍物可以对它产生衍射效应”：这句话完美地解释了著名的双缝干涉实验！想象一个电子飞向两道狭缝。按照德布罗意的理论，电子这个“粒子”本身只会通过其中一道缝。但是，引导它的那个“波”却会同时通过两道缝，就像水波一样。通过双缝后，波会自我干涉，形成复杂的、明暗相间的波形。当这个波引导着粒子继续前进时，就会把它“推”到那些干涉后波形更强的地方（亮条纹），而不会让它去波形抵消的地方（暗条纹）。这样，即使每次只发射一个电子，大量电子积累起来，也自然形成了干涉图样。这个解释非常直观，不是吗？

所以，德布罗意给出的答案是：**物理实在，是“波”和“粒子”的共同体**。不是有时候像波、有时候像粒子，而是在任何时候，它都同时是波和粒子。这被称为“波-粒综合”(wave-particle synthesis)。

接下来的2.6节告诉我们，德布罗意的这个想法并没有消失。它启发了后来的物理学家，让他们尝试用我们更熟悉的“**流体力学模型**”来理解量子世界。想象一下，把描述电子的那个波函数 ψ 不再看作一个抽象的数学工具，而是看作一种真实存在的、像水或空气一样的“量子流体”的密度和速度的描述。布内曼 (O. Buneman) 就是这样一位学者，他尝试将原子中的电子云想象成一种连续的流体，甚至是“等离子体”。当然，他也遇到了困难——就像经典物理学家遇到的问题一样，一个纯粹由负电荷组成的“云”，如果没有其他力（比如原子核的正电荷吸引）把它束缚住，它自己就会因为内部的排斥力而炸开。这说明，想建立一个完全自洽的、直观的量子模型，是非常困难的。

【原文】

马德隆的流体力学模型原来是建立在假定流体只做有势流动的观念之上的，二十世纪五十年代初，日本的高林武彦^②和巴西的申伯格^③把它加以推广，他们证明，可以设想量子势 $-(\hbar^2/8\pi^2 m)\Delta\alpha/\alpha$ 是来自流体内的内应力，虽然这种内应力同经典流体力学中的情形相反，与流体密度的微商有关。高林武彦提到了围绕恒速运动的复杂涨落，用以说明量子势的作用是如何使粒子轨道偏离纯经典轨道的；申伯格则基本上为了同一目的而求助于一种涡动媒质。他们引入的这些观念把他们的流体力学模型同以后将要讨论的某种随机过程诠释联系起来。

玻姆和维尔^④所提出的流体力学诠释也有同样的情况。在这个模型中，密度为 $\alpha^2 = |\psi|^2$ ，局部流速为 $\text{grad}S/m$ (S 相当于马德隆的 β 乘以 $h/2\pi$) 的一种保守流体的粒子状的不均匀区不断

【解读】

这段文字继续深入探讨了“流体力学模型”这个思路，并引入了一个至关重要的概念——“量子势”。这是理解这类诠释如何解释量子奇异行为的关键。

想象一下，我们把整个空间想象成一片正在流动的“量子以太”或“量子流体”。一个电子，就像是这片流体中的一个小木屑，它的运动轨迹完全由流体的流动来决定。这听起来很经典，对吧？就像牛顿力学一样，只要知道了初始位置和流体的速度场，就能预测木屑未来的全部轨迹。那么，所有奇特的量子效应（比如隧道效应、量子跃迁）藏在哪里呢？

答案就在“量子势”(Quantum Potential)这个概念里。马德隆、高林武彦、申伯格等人发现，如果你把标准的薛定谔方程（描述物质波演化的核心方程）用流体力学的语言来改写，除了我们熟悉的经典力（如电磁力）之外，还会凭空多出来一项！这一项的形式是 $-(\hbar^2/8\pi^2m)\Delta\alpha/\alpha$ ，它看起来像一种额外的势能，但来源非常奇特。它不依赖于粒子在空间中的位置（比如离原子核多远），而是依赖于波函数**振幅的形状**（具体来说，是振幅 α 的二阶导数 $\Delta\alpha$ ，也就是波的“曲率”）。

你可以这样类比：一条普通的河流，水流的路线主要由河床的地形（经典势）决定。但现在，假设这条河的水是一种“智能液体”，它自身的密度分布会产生一种“**内应力**”。在水流很平缓、密度变化很小的地方，这种内应力几乎为零。但在水流剧烈变化、形成湍流和漩涡的地方（对应波函数曲率大的地方），这种内应力会变得极其巨大，它会反过来深刻地影响水流的形态。

这个“量子势”就是量子世界里的“内应力”。它解释了为什么粒子的轨道会偏离经典轨道。高林武彦说，量子势导致了粒子运动的“复杂涨落”；申伯格则更形象地把它比作流体中的“漩涡”。正是这个由波的形态自身决定的量子势，制造了所有非经典的量子现象。例如，在双缝实验中，正是两个缝后面波函数叠加形成的复杂形态，产生了一个非常复杂的量子势，这个势场像一双无形的手，精确地将粒子引导到干涉条纹的位置。

最后，文章提到了**玻姆 (David Bohm)**。玻姆是德布罗意思想最重要的继承者和发扬者，他建立的理论通常被称为“德布罗意-玻姆理论”或“玻姆力学”。他的模型与这里描述的流体力学诠释一脉相承：宇宙中充满了由波函数 ψ 描述的“量子流体”，其密度就是我们熟悉的 $|\psi|^2$ ，局部流速就是 $\text{grad}S/m$ （这和德布罗意的导引公式本质上是一回事！这里的 S 就对应之前的位相 φ ）。而我们所说的“粒子”，就是这个流体中一个真实存在的“不均匀区”，它永远跟随着流体的轨迹运动。

总而言之，这一系列理论为我们提供了一个与主流观点截然不同的量子图像：一个决定论的、拥有客观实在的微观世界。在这个世界里，粒子有确定的轨迹，随机性并非内禀的，而是源于我们无法精确知道粒子的初始位置以及那个极其复杂的量子势场。好的，各位同学，大家好！今天我们要一起深入探讨一段关于量子力学前沿解读的文献。量子力学是现代物理学的两大支柱之一，但它的一些概念，比如波粒二象性、概率波，听起来可能有些抽象和违反直觉。我们今天要看的这段文字，恰好介绍了一种非常有趣的尝试，它试图用我们更熟悉的、更直观的“流体力学”图像来理解神秘的量子世界。这就像是试图用描述水流的方式来解释一个电子的行为。这听起来是不是很酷？让我们一起抽丝剥茧，看看物理学家们是如何展开他们惊人的想象力和严谨的推导的。

【原文】

① 见内曼给本书作者的信。日期为 1970 年 6 月 10 日。

② T. Takabayasi, "On the formulation of quantum mechanics associated with classical pictures", *Prog. Theor. Phys.* **8**, 143—182 (1952); "Remarks on the formulation of quantum mechanics with classical pictures and on relations between linear scalar fields and hydrodynamical fields", 同上, **9**, 187—222 (1953).

③ M. Schönberg, "A non-linear generalization of the Schrödinger and Dirac equations", *Nuovo Cimento* **11**, 674—682 (1954), "On the hydrodynamical model of the quantum mechanics", 同上, **12**, 103—133 (1954).

④ D. Bohm and J. P. Vigier, "Model of the causal interpretation of quantum theory in terms of a fluid with irregular fluctuations", *Phys. Rev.* **96**, 208—216 (1954).

受到无规扰动，这种无规扰动来自粒子同一种亚量子媒质的相互作用。由于假设存在这种背景媒质，并且假定它是完全混沌的。在 51 空间无处不在而又不能用实验观察到，玻姆和维尔在某种程度上复活了已经信誉扫地的以太观念①。也是在 1954 年，夫兰克②发表了一篇论流体力学解释的论文，文中一方面强调了这种模型的启发性的优点，另一方面也强调了其概念局限性。

更近一些，匈牙利布达佩斯中央物理研究所的杨诺西及其同事齐格勒格对流体力学模型进行了细致的研究，以获得物理上有意义的新成果。他们在一系列文章③中证明，可以把流体力学诠释推广到荷电粒子在电磁场作用下运动的情形。

【解读】

同学们，我们先来看这第一部分。大家请注意，开头的①②③④是文献引用，这是学术著作的标志，告诉我们这些观点的来源，我们可以暂时忽略它们，聚焦于正文内容。

这段文字的核心，是介绍一种理解量子力学的替代理论——“流体力学诠释”。我们先来想一下，大家在课本上学的量子力学是什么样的？我们知道，一个微观粒子，比如电子，它的状态是用一个叫做“波函数”(ψ)的东西来描述的，波函数的绝对值平方代表了在某个位置找到这个粒子的概率。这很抽象，对吧？我们没法确切地说电子“在”哪里，只能说它“可能在”哪里。

而这里的物理学家，比如戴维·玻姆 (David Bohm) 和维吉尔 (Vigier)，他们提出了一个大胆的想法。他们认为，我们之所以觉得电子的行为很奇怪，是因为它其实一直浸泡在一种我们看不见的、充满随机扰动的“亚量子媒质”里。大家可以想象一下，一个非常非常小的花粉颗粒在水面上，我们虽然看不见水分子，但能看到花粉在做无规则的“布朗运动”。玻姆他们认为，电子的量子行为，就是它在这种神秘的“量子海洋”里被不断碰撞、推动的结果。

这个想法很有颠覆性。因为它试图为量子的“随机性”找到一个经典的原因。但是，作者也敏锐地指出，这个“亚量子媒质”无处不在却又无法被观测到，这让人联想到了一个在物理学史上已经被抛弃的概念——“以太”。在爱因斯坦的相对论出现之前，物理学家们曾认为光是在一种叫做“以太”的介质中传播的，但所有寻找以太的实验都失败了。所以，重新引入一个类似“以太”的、无法观测的背景，自然会引发很大的争议。

不过，科学探索就是这样，即使一个想法有争议，它也可能带来新的启发。后面的科学家，比如杨诺西 (Jánossy) 团队，并没有放弃，而是继续深化这个“流体力学模型”，并成功地将它应用到了更复杂的场景，比如带电粒子在电磁场中的运动。这表明，这个看似“复古”的想法，在数学上是能够走得通，并且可能揭示出量子理论更深层次的结构。这部分内容为我们接下来的数学公式解读做了一个非常重要的概念铺垫。

【原文】

于是，描述一个荷电粒子在由矢量势 A 和标量势 φ 决定的电磁场中的运动的量子力学方程

$$\frac{1}{2m}(-i\hbar\nabla - \frac{e}{c}A)^2\psi + (e\varphi + V)\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} \quad (66)$$

可以换成流体力学方程组，即连续性方程

① 玻姆和维尔在他们随后的论文“Relativistic hydrodynamics of rotating fluid masses”中[*Phys. Rev.* **109**, 1881—1889 (1958)], 把他们的方法推广到狄拉克和 Kemmer 波动方程的流体力学诠释，希望借此也为相对论波动方程的因果解释提供一个物理基础。

② H. W. Franke, "Ein Strömungsmodell der Wellenmechanik", *Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae* **4**, 163—172 (1954).

③ L. Jánossy, "Zum hydrodynamischen Modell der Quantenmechanik", *Z. Physik* **169**, 79—89 (1962), L. Jánossy and M. Ziegler, "The hydrodynamical model of wave mechanics", *Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae* **16**, 37—48 (1963) ; 345—354 (1964) ; **20**, 233—251 (1965) ; **25**, 99—109 (1968) ; **26**, 223—237 (1969) ; **27**, 35—46 (1969) ; **30**, 131—137 (1971) ; 139—143 (1971).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (67)$$

及

$$\frac{d\mathbf{m}_v}{dt} = -\rho \text{grad}(V + Q) + \frac{e}{c}(\mathbf{v} \times \mathbf{H}) + \rho_e \mathbf{E} \quad (68)$$

其中

$$\rho m = m p, \quad \rho e = e p, \quad Q = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 \rho^{1/2}}{\rho^{1/2}} \quad (69)$$

52 (通常把 Q 叫作“量子力学势”，在这里必须把它解释为一种“弹性势”，其梯度引起的内力同外力一起使流体产生加速度)。最后一个方程在外表上显示出洛伦兹力对流体元的作用。

【解读】

好，同学们，现在我们进入了最硬核的部分——数学公式。别怕，我们不是要解这些方程，而是要理解它们的物理意义，看看它们是如何把抽象的量子世界和直观的流体世界联系起来的。

首先看方程 (66)。这个看起来很复杂的方程，其实是大家可能听说过的“薛定谔方程”的一个推广版本。它描述的是一个质量为 m 、电荷为 e 的粒子，在一个由电磁场（由矢量势 A 和标量势 φ 描述）和普通势场 V 中运动时，它的波函数 ψ 如何随时间演化。这个方程是标准量子力学的基石，它输出的是抽象的波函数 ψ 。

接下来就是见证奇迹的时刻！原文告诉我们，这个描述波函数的方程 (66)，竟然可以被等价地转换成一组描述流体的方程：(67) 和 (68)。

我们先看方程 (67)。这个形式在物理学里非常经典，叫做“连续性方程”。它的意思是“物质不灭”。 ρ 在这里可以理解成“量子流体”的密度（也就是找到粒子的概率密度）， $\mathbf{v}$ 是流体的速度。这个方程说的是，某个区域内流体密度的变化，完全取决于有多少流体流入或流出这个区域，流体既不会凭空产生，也不会凭空消失。这听起来就非常经典、非常直观了，对吧？

再来看方程 (68)，这个更厉害了！它本质上就是牛顿第二定律（或者说动量定理）的流体力学版本： $F = ma$ 。方程左边的 $\frac{dm_v}{dt}$ 就代表了流体微元的“质量×加速度”。右边呢？就是这个流体微元受到的各种力。我们看看都有什么力： $\frac{e}{c}(v \times H)$ 是磁场力（洛伦兹力的一部分）， $\rho_e E$ 是电场力。这两项大家在高中物理电磁学部分都非常熟悉。

那么，最关键、最核心的秘密武器是什么呢？是这个 $-\rho \text{grad}(V + Q)$ 项。 V 是我们熟悉的普通外力（比如电场力）对应的势，但这个 Q 是什么？原文告诉我们，它叫“量子力学势”(Quantum Potential)。这正是从量子世界“穿越”到经典流体世界的关键！你看方程 (69) 中 Q 的定义，它依赖于流体密度 ρ 的空间变化 (∇^2 是一种二阶导数)，而且还有一个 $\hbar^2$ 在里面， $\hbar$ 是普朗克常数，是量子的标志。

这个 Q 到底是什么？你可以把它想象成一种“内部压力”或者“弹性势”。普通流体中，压力大的地方会推着流体往压力小的地方流。而这个“量子势” Q 创造的力，是一种源于量子效应的“内力”。它使得这个流体具有了“自我感知”的能力。流体的整体分布形状，会反过来通过 Q 影响每一个流体微元的运动。正是这个 Q ，使得这个流体能够展现出量子力学独有的现象，比如双缝干涉——流体能够“感知”到两个缝的存在，并调整自己的流动，形成干涉条纹。

所以，这组方程的伟大之处在于：它把所有“量子”的诡异之处，都打包塞进了一个叫做 Q 的“量子势”里，而方程的其他部分，看起来就和我们熟悉的经典世界里的电磁流体力学一模一样了！

【原文】

杨诺西及其同事们还证明了，如何能够推广流体力学诠释以说明由泡利方程描述的粒子。他们用流体力学变量把泡利方程表示成一个描述在一种弹性媒质中的运动的方程组，然后成功地证明，在波动方程的归一化解同流体力学方程的满足适当的初始条件的解之间存在着——对应关系。根据这种诠释甚至还能说明自旋-轨道耦合。他们提出，在这种诠释推广到多体系统上时所出现的那些困难不是数学性的，而是同尚未解决的物理问题有联系。在他们的全部工作中，都把普朗克常数 $\hbar$ 看成是表征系统的弹性性质的一个常数。把量子力学解释为一种流体力学理论的一种不同的尝试是哈耶斯①于 1965 年提出的，最近汗纳①也提出了一种属于这一类型的诠释作为基本粒子理论的基础。

【解读】

在最后这一段，作者带我们看了流体力学诠释的后续发展和更深远的意义。

首先，杨诺西 (Jánossy) 团队的工作表明，这个模型不仅仅能描述最简单的无自旋粒子。他们成功地将这个理论推广到了由“泡利方程”描述的粒子。同学们可能知道，电子除了有电荷和质量，还有一个非常重要的内禀属性，叫做“自旋”(spin)。你可以粗略地把它想象成电子在“自转”。泡利方程就是描述这种有自旋的粒子（比如电子）的量子力学方程。杨诺西他们发现，连“自旋”这么纯粹的量子概念，也可以在流体力学模型中找到对应——可以把它想象成流体微元不仅在平动，还在旋转。甚至连“自旋-轨道耦合”(一种由电子自旋和它绕原子核运动相互作用引起的效应)，也能量化地解释清楚。

这里有一个非常重要的结论：“波动方程的归一化解同流体力学方程的……解之间存在着——对应关系。”这句话是什么意思呢？它告诉我们，流体力学诠释和标准的量子力学在数学上是等价的！对于同一个物理问题，你用薛定谔方程算出的概率分布，和我用流体力学方程算出的流体密度分布，结果是一

模一样的。它们只是讲故事的方式不同。一个是用抽象的、概率性的“波函数”语言；另一个是用具象的、决定论的“量子流体”语言。

然而，这个理论也并非完美无瑕。作者提到，当试图把它推广到“多体系统”（比如一个有两个以上电子的原子）时，会遇到困难。但有趣的是，杨诺西他们认为，这些困难并非数学工具不够用，而是触及了更深层次的、我们尚未完全理解的物理问题。这恰恰显示了这种替代理论的价值——它能从一个全新的角度暴露我们现有知识的盲区。

最后，这段文字给我们描绘了一个非常美妙的物理图像：普朗克常数 $\hbar$ ，这个我们通常认为是标志着“量子化”的神秘常数，在这个模型里，被赋予了一个非常具体的物理意义——它代表了这种“量子流体”的弹性！ $\hbar$ 越大，流体的“量子弹性”或“内部压力”就越强，量子效应也就越明显。当 $\hbar \rightarrow 0$ 时，量子势 Q 消失，我们的方程就彻底变回了经典的流体力学方程。这就完美地解释了为什么宏观世界看不到量子效应。

总而言之，这段文献向我们展示了科学探索的魅力：面对看似怪异的量子现象，物理学家们不满足于仅仅接受它，而是努力用不同的物理图像和数学语言去理解它、诠释它，试图找到一个更符合我们直觉的、更深层次的统一图景。流体力学模型就是这样一次伟大而深刻的尝试。好的，作为您的学术导师，我将开始详细解读这份关于量子力学诠释的文档。我们将一起深入探索这些物理学巨擘的思想碰撞，并尝试理解量子世界那些令人着迷又困惑的奥秘。

【原文】

最近，密苏里州圣路易城华盛顿大学的杰恩斯(他关于信息论与统计力学之间的联系的工作很是著名)宣称，半经典诠释，特别是薛定谔的诠释，可能不只对量子力学，而且也对量子电动力学有重大意义。他注意到半经典观念在量子光学当前的实验性工作中(例如在激光器动力学或相干脉冲传播的研究中)所起的 53 重要作用，于是对辐射过程提出一种尝试性的解释^②，而根据通常的(哥本哈根)解释，对辐射过程是不能作任何细致描述的。杰恩斯的从单个相对论性无自旋氢原子的偶极矩理论发出的“新经典辐射理论”，挽救了并进一步加工了薛定谔对波函数早期释出。此外，杰恩斯还建立了一个完全经典的哈密顿量，由它导出与通常的薛定谔方程完全相同的运动方程，又建立了一个相互作用哈密顿量，它是其变数的二次函数而不是线性函数。从而使原子和场参量地耦合起来，通过这些，杰恩斯证明了作用量守恒。

这个作用量守恒定律对于场和实物之间的能量交换定律是含意深远的。杰恩斯能够证明，它说明了 $E = \hbar\nu$ 这一量子效应。在量子论的早期发展阶段，没有这样一条作用量守恒定律曾大大地妨碍了^③人们普遍接受普朗克引入的作用量量子 $\hbar$ 。杰恩斯的这

① L. G. Wallner, "Hydrodynamical analogies to quantum mechanics", *Symposium Report, International Atomic Energy Agency* (Vienna, 1970), pp. 479—480. (摘要)

② E. T. Jaynes, "Survey of the present status of neoclassical radiation theory", 在第三届 Rochester 相干光学及量子光学会议上的讲演, 1972 年 6 月 21 日 (预印本)。

③ 见 6 页注①文献 (p. 24)。

种新经典方法迄今似乎仍是处于其发展的初始阶段，如果它能在进一步的证据面前生存下去，那么薛定谔对量子力学的半经典诠释完全可能得到比今天更高的尊重。

【解读】

同学们，我们来一起解密这段文字。它看起来有点像“天书”，但核心思想其实非常精彩，讲的是一个为“老理论”翻案的故事。

首先，大家对薛定谔和他的波函数 ψ 应该不陌生。薛定谔最初提出他的方程时，他认为波函数描述的是一种真实存在的、像水波或声波一样的“物质波”。电子不是一个点，而是一团弥散在空间中的“电荷云”。这种试图用我们熟悉的经典物理（比如波动）来理解量子世界的想法，就叫做“半经典诠释”。然而，这个观点很快就被主流的“哥本哈根诠释”所取代，后者认为波函数只是描述粒子出现概率的数学工具，量子世界在根本上是随机和不确定的。

现在，一位名叫杰恩斯（Jaynes）的物理学家登场了。他相当于一位“历史侦探”，重新审视了薛定谔被“打入冷宫”的旧理论，并发现它可能蕴含着巨大的价值。杰恩斯发现，在激光、量子光学这些前沿领域，薛定谔那种“半经典”的直观图像反而更好用。于是，他提出了一个大胆的“新经典辐射理论”。这个理论试图解释原子是如何发光的（即辐射过程）。按照哥本哈根学派的观点，电子是从一个高能级“跃迁”到一个低能级，瞬间发出一个光子，这个“跃迁”过程是无法细致描述的，有点像变魔术。但杰恩斯不信这个，他想用更经典、更连续的方式来描述它。

为了实现这一点，杰恩斯做了一件非常巧妙的事。他构建了一个看起来“完全经典”的数学模型（哈密顿量，你可以把它理解成一个系统的“总能量说明书”），但从这个经典模型出发，他竟然推导出了和标准量子力学一模一样的薛定谔方程！更厉害的是，他的理论还自然而然地导出了一个“作用量守恒定律”，并从这个定律中证明了量子力学最核心的公式之一： $E = h\nu$ （能量=普朗克常数×频率）。这简直太惊人了！这就好比，他用一套经典世界的牛顿力学规则，最终却推算出了爱因斯坦的相对论效应。

这段话的深层含义在于，它挑战了我们对量子世界的固有看法。如果杰恩斯的理论是正确的，那就意味着量子世界那些看似“诡异”的现象（比如能量量子化 $E = h\nu$ ），或许并不需要用那么颠覆性的、反直觉的哥本哈根解释。它们可能只是我们熟悉的经典物理在更深层次上的自然结果。这为薛定谔的“物理实在”图景提供了一次“复活”的机会，暗示着我们对量子的理解可能还远未结束，科学的辩论永远在路上。

【原文】

上述对量子力学形式体系的各种诠释都是试图把量子理论还原为经典物理学，办法是证明(或更恰当地说是试图证明)量子力学的形式体系同经典物理学的某一特定分支的形式体系完全等同，或只是后者的稍微修改的方案。对于薛定谔，这一经典物理学分支是经典的电学理论(以及波动现象是自然界中的基本过程的假设)；对于马德隆、它已经是流体力学；对于科恩、则是经典物理学的一种推广后的方案，它包括了量子理论和通常的经典物理学二者，只做这种程度的修改，使得它不会同经典物理学的已牢固确立的实验验证发生得出来的矛盾。所有这些尝试和它们后来的各种复苏都是由这个信念推动的：一旦新发现的规律能够被纳入现有的普遍定律之下，那么也就可以得到对新情况的透彻理解。至于起包摄作用的普遍定律不时需要加以推广以在经验上适应新建立的理论，那在理论物理学历史上是司空见惯的事情。

我们可以把薛定谔、马德隆和科恩等人的这种办法简称还原性诠释，这种诠释为新理论①提供一幅物理图象或模型 M ，它只是简单地说把说明物[explicans]的模型照搬到待解释的理论中去。这种推理的基础是下述观念：在形式上满足同样的数学关系的物理实体最终是同类的。这个观念虽然只有一定的启

发 54 用而绝不是一条令人信服的定律，但它却不仅仅使理论物理学的一些表面上风马牛不相及的分析得到了概念上的统一，而且还打开了物理知识的新前景。事实上，量子理论本身就要大大归功于

① 同 6 页注①文献 (pp. 28—30)。

个观念。仅举一例：爱因斯坦的光子观念，就是受到辐射场的熵和理想气体的熵二者的公式在数学上等同的启发而提出来的①。

数学关系之间的形式上的等同就意味着其中所包含的物理实体等的同一——这是今天的基本粒子理论中常用的一种假设——这种观点同现代物理学的精神是协调的，根据这种精神，不是一个物理实体的本性决定它的行为，而是它的行为决定了它的本性。由于它的“行为”是由它所满足的数学方程来表示的，因此就必须承认，满足相同的形式体系的物理实体本身是相同的，这个结果使得从古希腊人(柏拉图)开始的物理学的数学化在逻辑上宣告完成。

也许有人要提出争议：如果按照这种观点，那么诸如薛定谔和马德隆提出的各种诠释最终都应当是等同的了或至少等价，因为它们涉及的是同一数学关系(薛定谔方程)。但是，尽管有某些相似之处(由于它们有共同的出发点)例如连续性方程或守恒方程，还是必须认为这些诠释是根本不同的：按照薛定谔，是 ψ 本身而且只有 ψ 具有物理实在性，而按照马德隆， α 和 β 二者都具有物理实在性。

① 同 6 页注①文献 (pp. 28—30)。

【解读】

好的，我们继续深入。这段文字从具体的物理理论，上升到了一个非常深刻的哲学层面，探讨了科学家们是如何“理解”新事物的。

文章首先提出了一个核心概念：“还原性诠释”。这个词听起来很学术，但它的意思非常直观。想象一下，你第一次看到一部智能手机，完全不明白它是什么。如果我告诉你：“别怕，它本质上就是一台能打电话的超小型电脑。”这就是一种“还原”。我把你未知的新事物（智能手机）“还原”成了你已知的旧概念（电脑和电话）的组合。物理学家们也是这么做的。面对神秘的量子力学，他们的第一反应就是，能不能把它解释成我们熟悉的经典物理的某种“变体”？

- **薛定谔** 的方案是：“量子世界本质上就是一种经典的‘波’。”
- **马德隆** 的方案更奇特：“量子世界其实像一种特殊的‘流体’，波函数描述的是这种流体的密度和速度。”
- **科恩** 则试图建立一个更宏大的框架，把经典物理和量子物理都包容进去。

所有这些努力背后，都有一种共同的信念：人类的安全感来自于将未知纳入已知。只要能用我们熟悉的尺子去丈量新世界，我们就会觉得自己“理解”了它。

接下来，文章揭示了这种“还原论”背后更深层的哲学思想：**数学形式的等同，意味着物理实体的同一。**这句话是关键。打个比方，你研究城市交通流量的变化规律，发现它满足一个特定的数学方程；后来你又研究星系中星尘的扩散，发现它也满足完全相同的方程。这时，你就会大胆猜测：交通流和星尘云在“行为模式”上是同一种东西。爱因斯坦就是这么干的，他发现描述黑体辐射的熵公式和描述理想气体的熵公式长得惊人地像，于是他提出，光既然和气体一样，那么光也应该是由一份一份的“粒子”(光

子)组成的。这个思想非常强大,它告诉我们,物理学的本质可能不是“东西是什么”,而是“东西做什么”。一个东西的行为(由数学方程描述)决定了它的本性。

然而,文章最后又给出了一个精彩的转折。这种“数学决定论”也不是万能的。虽然薛定谔和马德隆都从同一个薛定谔方程出发,但他们给出的物理图像却完全不同。这就好比两个人看着同一份菜谱(薛定谔方程),薛定谔说:“这道菜的灵魂是这块完整的牛排(波函数 ψ 本身)。”而马德隆却说:“不对,这道菜的灵魂是牛排的‘嫩度’(参数 α)和‘汁水’(参数 β)。”虽然他们烹饪的结果(满足方程)一样,但他们认为“真实”的东西完全不同。

这告诉我们,即使有统一的数学形式,我们如何去“诠释”它,赋予它物理意义,依然是一个充满创造性和争议的过程。科学不仅仅是计算,更是构建世界图景的艺术。

【原文】

第三章 测不准关系

3.1 测不准关系的早期历史

1926年夏末,薛定谔应索末菲[Sommerfeld]之邀在慕尼黑就他的新波动力学作了一次讲学。薛定谔对氢原子问题的优雅处理,同泡利求得的矩阵力学^①相比之下,显示了波动力学相对于矩阵力学的优越性,因此薛定谔对波动力学形式体系的诠释也被慕尼黑讲习班的绝大多数参加者赞同地接受了。海森伯的反对意见(例如说普朗克的本辐射定律在薛定谔诠释的框架内完全不能理解)被认为是夸夸其谈;例如,举一个典型的反应。慕尼黑实验物理研究所所长维恩[W. Wien]就驳斥海森伯的批评说,既然薛定谔已经证明了“量子跳变”是无稽之谈,从而宣告了建立在这种观念的基础上的理论的末日,那么用波动力学来解决所有遗留下来的问题,也就只是时间问题了。

会后不久,海森伯写信给玻尔谈到了薛定谔的演讲。可能是

^① W. Pauli, "Über das Wasserstoffspektrum vom Standpunkt der neuen Quantenmechanik", *Z. Physik* **36**, 336—363 (1926).

这封信^①的内容促使玻尔邀请薛定谔到哥本哈根度过一两个星期,以讨论量子力学的诠释。正是薛定谔1926年9月对玻尔的研究所的访问,促进了(至少是间接地)最后导致玻尔宣布互补诠释的发展过程。

当时,玻恩关于绝热原理的论文^②尚未发表,在这篇文章里他通过他的统计诠释成功地把薛定谔一方、玻尔和海森伯为另一方的对立意见在一定程度上“掺和”(用他自己的说法)起来。虽然人们对薛定谔关于波动力学同矩阵力学之间的形式等价性的证明已经知道了六个月了,但是在作为这两种相互竞争的表述式的基础的概念诠释之间的鸿沟上,还远没有架上桥梁。事实上,正是在薛定谔访问哥本哈根期间,意见对立公开化了,并且显得是不可调和的。最生动地反映了他们之间观点交锋的情况的,莫过于海森伯报告的这件事了:在争论结束时薛定谔嚷道:“如果真有这些 57 量子跳变[verdammtte