

在量子遍历边缘观测到的相长干涉

谷歌量子人工智能团队及合作者

<https://doi.org/10.1038/s41586-025-09526-6>

收稿日期：2024年11月3日

接收日期：2025年8月13日

在线发表日期：2025年10月22日

开放获取

目录

- 摘要
- 第一部分：量子混沌的挑战与回声的希望
 - 1.1 量子动力学与信息置乱导论
 - 1.2 OTOCs作为量子干涉仪
- 第二部分：实验发现 I - 一种更灵敏的量子探针
 - 2.1 OTOCs对量子动力学的敏感性
- 第三部分：实验发现 II - 揭示复杂性的引擎
 - 3.1 OTOC^2 中的大环路干涉
 - 3.2 经典模拟的瓶颈
- 第四部分：跨越实用量子优势的门槛
- 第五部分：一个实际应用 - 学习自然的规则
 - 5.1 在哈密顿量学习中的应用
- 结论
- 方法
- 参考文献

摘要

原文翻译

量子多体系统的动力学由量子可观测量来表征，这些可观测量是通过对空间和时间上不同点的关联函数进行重构得到的¹⁻³。然而，在纠缠快速生成的动力学中，由于“信息置乱”（scrambling）效应，量子可

观测量在长时间尺度下通常对底层动力学的细节不再敏感。为了规避这一限制并能够在实验系统中探测量子动力学的相关信息，研究人员已成功实施了重复时间反演的方案。在此，我们在一个超导量子处理器上实验性地测量了二阶乱序关联函数 ($OTOC^{(2)}$)⁵⁻¹⁸，并发现它们在长时间尺度下仍然对底层动力学保持敏感。此外， $OTOC^{(2)}$ 揭示了在一个高度纠缠的量子多体系统中的量子关联，而这些关联是无法通过非时间反演技术探测到的。我们通过一个实验方案证明了这一点：在量子演化过程中插入泡利算符，从而随机化了海森堡绘景中泡利算符链的相位。测量到的 $OTOC^{(2)}$ 值因此协议而发生了显著变化，从而揭示了在构型空间中形成大环路的泡利算符链之间的相长干涉。观测到的干涉机制也赋予了 $OTOC^{(2)}$ 极高的经典模拟复杂度。这些结果，结合 $OTOC^{(2)}$ 在揭示量子动力学有用细节方面的能力（如此处通过一个哈密顿量学习的例子所示），为实现实用的量子优势指明了一条可行的道路。

深度解读

想象一下，你想知道一个极其复杂的系统，比如一个大城市的人流模式。最初，你可以通过观察几个关键路口（空间和时间上的点）的交通流量（关联函数）来大致了解情况。但随着时间的推移，人流变得越来越混乱，来自城市各个角落的人混合在一起，信息被“置乱”(scrambling)了。这时，仅仅观察几个路口已经无法告诉你任何关于城市交通规划（底层动力学）的细节了。这就是量子世界面临的难题：在一个多粒子（多体）系统中，粒子间的量子纠缠会飞速增长，系统很快就会进入一种类似“混沌”的状态，我们称之为“遍历性”(ergodicity)。在这种状态下，大多数测量方法都会失效，因为它们对系统最初的精细结构不再敏感。

这篇论文的核心，就是介绍一种绝妙的“回声探测”技术来解决这个问题。研究人员没有进行一次性的简单测量，而是采用了一种包含“时间反演”的复杂操作序列，这就像对着城市大喊一声，然后仔细聆听经过多次复杂反射后传回来的回声。这种特殊的“回声”被称为“乱序关联函数”(Out-of-Time-Order Correlator, $OTOC$)。本文测量的二阶 $OTOC$ ($OTOC^{(2)}$)就好比是一种更高级的回声，它不仅能听到声音，还能分析出回声在传播路径上发生的精细干涉。

实验结果惊人地发现，这种高级回声 ($OTOC^{(2)}$) 即使在系统已经高度混乱（长时间尺度）的情况下，依然能敏锐地捕捉到系统内部的微小变化。更重要的是，他们设计了一个巧妙的实验：在回声的传播路径中随机设置一些“相位干扰器”（插入泡利算符）。他们发现，这些干扰器极大地改变了最终听到的回声信号，这无可辩驳地证明了回声信号是由多条路径的“相长干涉”形成的——就像多束光波在一点汇合时相互加强一样。这种复杂的干涉现象，被称为“大环路干涉”，是普通测量方法完全看不到的。这种现象不仅揭示了量子世界深层次的关联，还因为它极其复杂，导致即便是世界上最强大的超级计算机也难以模拟¹。因此，这项工作不仅是物理学上的一大发现，更因为它展示了一种经典计算机无法完成、而量子计算机可以精确测量的任务（哈密顿量学习），为实现真正的“量子优势”开辟了一条激动人心的道路。

第一部分：量子混沌的挑战与回声的希望

1.1 量子动力学与信息置乱导论

原文翻译

在量子系统中，识别多体自由度之间的复杂关联是模拟量子动力学的核心目标。即使是光谱学问题，也可以用少数点的动力学关联来表述。随着系统尺寸或演化时间的增长，纠缠随之增加，由此产生的动力学通常是遍历性的。因此，对于大多数量子可观测量而言，其对量子动力学细节的敏感度会呈指数级衰减，这限制了它们在揭示多体关联方面的功用。此外，对关联的数值或解析研究也因难以识别微妙的贡献过程而受阻，这些过程会破坏通常所做的简化假设。而且，薛定谔方程的线性特性排除了使用基于对初始条件敏感性的经典技术，而这些方法在探测蝴蝶效应和表征经典混沌方面已被证明是有效的。

深度解读

在物理学中，我们研究一个系统，就是想弄清楚它内部各个部分是如何相互作用、共同演化的。在量子世界里，这种相互作用的最终体现就是“量子纠缠”。想象一个系统里有很多量子比特（qubit），就像一个班级里有很多学生。起初，他们可能互不相干。但随着时间推移（演化），他们开始互动、交朋友，形成各种复杂的小团体，信息在他们之间传递。当这种互动变得极其复杂时，任何一个学生的状态都与其他所有学生紧密相连，这就是高度纠缠。系统进入了“遍历性”状态，就像一滴墨水完全扩散到一杯水中，你再也无法分辨出最初那滴墨水的边界。

这对我们研究量子系统造成了巨大的麻烦。我们通常的测量方法，比如测量某个量子比特的自旋方向，就像是在问班级里某一个学生的想法。在系统变得混乱之后，这个学生自己的想法已经被整个班级的集体情绪所淹没，他的回答几乎是随机的，无法提供任何关于班级内部精细结构（多体关联）的有用信息。论文指出，这种“敏感度的指数级衰减”是量子模拟的一大障碍。我们想用量子计算机模拟复杂的分子或材料，但如果我们无法有效读出其中重要的关联信息，那这种模拟就失去了意义。

更棘手的是，我们无法借鉴经典物理中研究混沌的方法。在经典世界里，我们有著名的“蝴蝶效应”：初始条件的微小差异会导致最终结果的巨大不同。通过追踪这种差异，我们可以很好地刻画混沌。但在量子世界，支配一切的薛定谔方程是线性的，这意味着两个初始状态的微小差异在演化后仍然保持微小，不会被指数级放大。因此，经典的“蝴蝶效应”在量子世界里并不直接适用。我们需要一套全新的工具，一种能在量子混沌的海洋中，依然能分辨出其中精细暗流的探测方法。

原文翻译

为应对上述挑战，使用重聚焦技术来“回声”掉几乎所有演化的实验方案，已成为探测高度纠缠动力学的关键。这些方案不仅在量子计量学和传感领域^{19, 20}中不可或缺，在混沌、黑洞和热化等研究中也同样重要^{6, 8, 21-23}。包含时间反演的动力学序列在算符演化的海森堡绘景中描述最为自然（图1）。这个序列可以被概念化为一个干涉问题，其中关联反映了多体轨迹间的相干干涉。因此，计算一个可观测量可以表示为对不同轨迹的求和。在这个概念框架中，每一次时间反演对应于增加了两个干涉臂，同时还有其他交叉项对实验可观测量做出贡献，这些交叉项在形式上被称为乱序关联函数（OTOCs）⁵⁻¹⁸。

深度解读

面对量子信息被“置乱”的难题，科学家们想出了一个非常聪明的办法，叫做“重聚焦”或“回声”技术。这个想法的灵感来源于核磁共振等领域。想象一下，你在一片空旷的山谷里大喊一声，声音会向前传播。这就是量子系统的“正向演化”。现在，如果在声音传到远方山壁之前，你用一个神奇的装置把所有声波都“反转”过来，让它们原路返回，最终它们会精确地在你所在的位置重新汇聚成你最初喊出的声音。这就是“时间反演”。这个过程就像倒放录像带一样，能够消除掉传播过程中的许多弥散效应。

这篇论文所使用的OTOC协议，就是这种回声技术的一个高级版本。它不仅仅是简单地让信息原路返回，而是在信息传播到一半时，用另一个算符B去“踢”它一下，然后再让它返回。整个过程可以看作是一个精密的干涉实验（如图1所示）。在海森堡绘景中，我们不再关注量子态本身，而是关注施加在系统上的操作（算符）是如何随时间演化的。这就像我们不去追踪每一个声波分子的运动，而是研究声音这个“操作”在山谷这个“系统”中是如何传播和变化的。

从这个角度看，一次OTOC测量就像一个干涉仪。信息从算符M出发（第一束光），经过复杂的量子演化（通过分束器），被算符B“扰动”（经过一面反射镜），再经过一次“时间反演”的演化回到起点与自身发生干涉。最终测量到的信号强度（关联），就反映了这两条“多体轨迹”之间的干涉结果。每一次时间反演，都相当于在干涉仪中增加了更多的光路。而OTOC这个名字的由来，正是因为数学表达式中，算符出现的顺序并非按时间先后排列（乱序），这恰恰是时间反演操作在数学上的体现。

原文翻译

在我们的工作中，我们进行了一系列OTOC实验，并利用干涉框架来理解不同的路径及其组合如何揭示那些没有时间反演或数值方法就无法获得的量子关联。更具体地说，我们利用数字量子处理器独特的可编程性来改变干涉臂的数量（图2），并在每个干涉臂中插入噪声（图3）或相干（图5）的相移器。作为响应，我们发现与没有时间反演的可观测量相比，OTOCs对这些微扰更为敏感。此外，我们发现这种敏感性随着OTOC的阶数 k （干涉臂的数量）的增加而增强。特别是， $OTOC^{(2)}$ 揭示了泡利算符链之间的相长干涉，而这在低阶可观测量中是不可见的。

深度解读

研究团队充分利用了他们先进的“谷歌量子人工智能”超导量子处理器 3。这台处理器的“可编程性”是关键，它就像一个可以随意搭建和调整光路的超级光学平台。研究人员可以精确地控制实验流程，比如改变OTOC的阶数 k ，这相当于控制干涉仪中有多少条光路参与干涉。他们进行的实验可以分为几类：

- 1. 改变干涉臂数量（图2）：**他们测量了不同阶数的OTOC，比如一阶OTOC（ $C^{(2)}$ ，可以看作是两臂干涉）和二阶OTOC（ $C^{(4)}$ ，可以看作是四臂干涉）。
- 2. 在干涉臂中引入“扰动”：**他们在量子演化的中间步骤插入了一些操作。这些操作就像是在干涉仪的光路中随机放置一些玻璃片（噪声相移器，图3）或者精确控制的移相器（相干相移器，图5）。

实验的核心发现是：OTOC，特别是高阶的 $OTOC^{(2)}$ ，对这些微小的扰动异常敏感。相比之下，那些没有“回声”结构的常规测量方法，对这些扰动几乎没有反应。这就像一个普通麦克风可能听不到房间里的细微回响，但一个专业级的声学探测器却能清晰地捕捉到。

更令人兴奋的是，他们发现 $OTOC^{(2)}$ 揭示了一种全新的物理现象——泡利算符链之间的“相长干涉”。在量子力学中，任何复杂的操作都可以分解为一系列基础操作的组合，这些基础操作被称为“泡利算符”。

链”，可以看作是量子操作的“基因编码”。 $OTOC^{(2)}$ 的测量结果表明，这些不同的“基因编码”在演化过程中会像波一样相互干涉并加强，形成一个强大的信号。这种现象在低阶的OTOC测量中是完全“隐形”的，只有在这种更复杂的“四臂干涉仪”中才能被观察到。这不仅是一个基础物理的突破，也解释了为什么 $OTOC^{(2)}$ 具有如此高的探测灵敏度。

1.2 OTOCs作为量子干涉仪

原文翻译

为了理解重复的时间反演如何恢复对量子动力学的敏感性，我们首先考虑在一个方形量子比特晶格中，测量一个被初始化为算符M本征态的量子比特 q_m 的泡利算符 $M \in \{X, Y, Z\}$ 。在时间t进行的测量等价于时间有序关联函数（TOC）， $\langle M(t)M \rangle$ ，其中 $M(t) = U^\dagger(t)MU(t)$ 表示在海森堡绘景中随时间演化的M，U是一个多体么正算符，而 $\langle \dots \rangle$ 表示在特定初始态下的期望值。正如先前实验²⁴⁻²⁷所观察到的，当U是遍历性的， $\langle M(t)M \rangle$ 会随时间指数级衰减。这源于量子信息从 q_m 的初始态置乱进入系统指数级巨大的希尔伯特空间中。

深度解读

让我们从最简单的测量开始，来理解为什么需要OTOC这么复杂的东西。假设我们有一个由许多量子比特组成的二维网络，就像一个棋盘。我们只关注其中一个量子比特，称之为 q_m 。我们先让它处于一个确定的状态，比如自旋向上（这是泡利算符Z的一个本征态）。然后，我们让整个棋盘上的所有量子比特按照一套复杂的规则（由么正算符U描述）进行演化。过了一段时间t之后，我们再回头测量 q_m 的自旋方向。

这个测量结果在数学上用“时间有序关联函数”（Time-Ordered Correlator, TOC）来表示，记作 $\langle M(t)M \rangle$ 。这里的M就是我们最初设置和最终测量的操作（比如Z算符），而 $M(t)$ 代表这个操作在经历了整个系统的复杂演化后的样子。直观地理解，这个值衡量的是：在经历了t时间的混乱演化后， q_m 还“记得”多少它最初的状态信息。

之前的许多实验已经证实了一个令人沮丧的事实：如果系统的演化规则U足够复杂（即“遍历性”的），那么这个“记忆”会以惊人的速度消失，呈指数级衰减。这背后的物理原因是“信息置乱”（scrambling）。 q_m 最初携带的信息，就像一滴红墨水滴入水中，会迅速通过量子纠缠扩散到整个棋盘上的所有量子比特中。很快，这滴“信息墨水”就被稀释在庞大的状态海洋（希尔伯特空间）里，以至于在 q_m 这一个点上再也测量不到任何有意义的信号了。这就是常规测量方法在面对复杂量子系统时会失效的根本原因。

原文翻译

然而，上述衰减可以通过图2a中概述的演化过程被部分重聚焦。在这里，动力学U被一个嵌套的回声序列 $U_k(t) = B(t)^{k-1}$ 所取代，其中 $B(t) = U^\dagger(t)BU(t)$ 是另一个作用在距离 q_m 一定距离的量子比特 q_b 上的泡利算符B随时间演化的算符，而 $k \geq 1$ 是一个整数。 U_k 的作用可以理解为：将M注入的信息扩散出去，用B对其进行修改，再将其反转回M，并重复这个过程 $k - 1$ 次。由于 $U_k^\dagger(t) = U_k(t)$ ，其期望值（在此记为 $C^{(2k)}$ ）可以写为：

$$C^{(2k)} = \langle U_k^\dagger(t)MU_k(t)M \rangle = \langle (B(t)M)^{2k} \rangle \quad (1)$$

量 $\mathcal{C}^{(2)}$ 与著名的乱序关联函数^{5-18, 28} (OTOC) 相吻合。因此，我们将 $\mathcal{C}^{(2k)}$ 称为 $OTOC^{(k)}$ 或 k 阶OTOC。方程(1)揭示了两个关键见解。首先，如果源自 q_m 的信息尚未到达 q_b ，则 $B(t)$ 与 M 对易，并且返回到 q_m 的信息与其初始值相同。因此，我们预期存在一个波前，在该波前之外 $\mathcal{C}^{(2k)}$ 会衰减。通过增加 q_m 和 q_b 之间的距离，这个波前可以被推迟到更晚的时间，从而允许在TOCs约等于0的地方测量到大的信号。其次，只要 U 不是一个克利福德序列，从 M 开始并返回到 M 的信息可以在构型空间中走多条不同的路径。因此， $B(t)$ 内部的泡利算符链之间的关联，可能通过 $k \geq 2$ 时 $\mathcal{C}^{(2k)}$ 的不同路径间的相长干涉而显现出来。

深度解读

为了战胜指数衰减，科学家们设计了精妙的“嵌套回声序列”。这个过程不再是简单的“演化-测量”，而是“演化-扰动-反向演化-测量”的循环。让我们分解一下这个过程：

- 信息注入与传播：**我们仍然从量子比特 q_m 上的操作 M 开始，让信息通过演化 U 向外扩散。
- 远端扰动：**在信息扩散到棋盘上另一个遥远的位置 q_b 时，我们用另一个操作 B （比如一个 X 算符）去“踢”它一下。这个 $B(t)$ 就是 B 操作在经历了系统演化后的样子。
- 信息返回：**然后，我们施加一个时间反演的操作（ $U^\dagger$ ），让信息沿着来路返回到 q_m 。
- 重复与测量：**这个“传播-扰动-返回”的过程可以重复 k 次，最后我们测量 q_m 的状态，得到 $\mathcal{C}^{(2k)}$ 。

当 $k=1$ 时，我们得到的就是标准的一阶OTOC，记作 $\mathcal{C}^{(2)}$ 。当 $k=2$ 时，就是本文重点研究的二阶OTOC，记作 $\mathcal{C}^{(4)}$ 。公式(1)是理解这一切的核心。它告诉我们，最终的测量结果等价于测量一个由演化后的 B 算符和原始 M 算符构成的复合算符 $(B(t)M)$ 的 $2k$ 次方。

这个公式带来了两个深刻的物理图像：

- 信息光锥：**想象一下信息从 q_m 出发，像水波一样在棋盘上传播。只有当这个“信息波”的波前抵达了 q_b 的位置， B 操作的“扰动”才能影响到它。如果信息还没传到， $B(t)$ 和 M 就互不影响（数学上称为“对易”），那么回声信号将完美地恢复， $\mathcal{C}^{(2k)}$ 的值会很大（接近1）。因此， $\mathcal{C}^{(2k)}$ 的值会在一个清晰的边界（波前，也叫“光锥”）内外发生突变。这使得我们能够精确地测量信息在量子芯片中传播的速度。
- 多路径干涉：**当系统的演化 U 足够复杂时（不是简单的“克利福德”门，后者可以被经典计算机高效模拟），从 q_m 出发再返回的信息可以走许多条不同的“路径”。这就像光通过一个复杂的介质，会沿着多条光路传播。对于高阶的OTOC（ $k \geq 2$ ），这些不同的路径之间会发生干涉。如果它们是“同相”的，就会发生相长干涉，信号被显著增强。这正是本文后面要揭示的“大环路干涉”的来源，也是OTOC能够保持高度敏感性的秘密所在。

图1描述：OTOCs作为干涉仪

- 图1a：**此图展示了当动力学协议涉及回声时，使用算符演化的海森堡绘景是研究动力学的自然框架。图中描绘了一个算符 B 在么正演化 U 和其共轭转置 $U^\dagger$ 的作用下，演化为 $B(t) = U^\dagger B U$ 。这个演化过程在“泡利空间”中被形象地表示为从一个点（代表初始算符 B ）分支出多个路径，这些路径代表 B 在泡利算符链基底下的展开。

- **图1b**: 此图将一阶OTOC和二阶OTOC ($OTOC^{(2)}$) 视为时间干涉仪, 突显了它们能够重聚焦于期望的细节并"回声"掉不想要的动力学。
 - **OTOC (单路径)**: 图示为一个相对简单的过程。一个初始算符B在演化U下传播, 与算符M相互作用, 然后通过时间反演 $U^\dagger$ 返回。这构成了一个干涉回路。
 - **$OTOC^{(2)}$ (双路径)**: 图示为一个更复杂的双回声过程。算符B经历了两次"传播-相互作用-返回"的循环。图中清晰地画出了两条主要的干涉路径, 形象地说明了为何 $OTOC^{(2)}$ 能够探测到更复杂的干涉效应。这两种情况都在"真实空间" (量子比特的物理布局) 和更抽象的"泡利空间" (算符的数学表示) 中进行了说明。

第二部分：实验发现 I - 一种更灵敏的量子探针

2.1 OTOCs对量子动力学的敏感性

原文翻译

我们首先表征 $OTOC^{(2)}$ 对量子动力学微观细节的敏感性。图2a示意性地展示了我们的量子线路, 它由随机的单比特门和固定的双比特门组成。实验首先固定 q_m 和 q_b 的选择。然后, 通过改变交错在确定性双比特门集合之间的单比特门的随机参数, 来生成一个线路实例 i 。对于U中固定的线路循环数 t , 我们会重复测量量 $C^{(2k)}(t, q_m, q_b, i)$, 直到测量的统计噪声低于其平均值的10%。这个协议随后会通过改变 t 、 q_m 和 q_b 以及线路实例 i 来重复进行, 其中线路实例 i 的采样次数在50到250次之间。最后, 所有实验测得的 $C^{(4)}$ 或 $C^{(2)}$ 值会通过一个全局重缩放因子进行归一化, 该因子通过错误缓解策略获得 (补充信息章节II.E.1和II.F.1)。

深度解读

为了验证OTOC是否真如理论预期的那样灵敏, 研究团队在他们的“Willow”量子处理器上进行了一系列精密的测试²。实验的核心思想是: 如果一个探针是灵敏的, 那么当被探测系统的细节发生微小变化时, 探针的读数也应该有显著的改变。

这里的“被探测系统”就是由量子门构成的线路, 而“微小变化”则是通过随机改变单比特门的参数来实现的。想象一下, 整个量子线路就像一段乐谱, 双比特门是固定的主旋律, 而单比特门是随机变化的装饰音。每一次改变装饰音, 就构成了一个新的“线路实例”, 相当于演奏了一段略有不同的曲子。实验者们对成百上千个这样的“不同曲子”分别进行了OTOC测量。

他们发现, $OTOC^{(2)}$ 的测量结果对这些“装饰音”的变化极其敏感。即使只是微调了几个单比特门的参数, 最终测得的 $OTOC^{(2)}$ 值也会有很大的不同。这种从一个线路实例到另一个线路实例的巨大“涨落”或“标准差”, 恰恰是其高度敏感性的直接证据。这就像一个顶级的音乐鉴赏家, 能听出同一首曲子在两次演奏中间最细微的差别, 而一个普通的听众可能觉得两次演奏完全一样。这里的 $OTOC^{(2)}$ 就扮演了这位“音乐鉴赏家”的角色。

图2描述: OTOCs对量子动力学微观细节的敏感性

- **图2a:** 顶部示意图展示了用于测量不同阶OTOC ($OTOC^{(k)}$) 的量子线路。初始态 $|\psi_M\rangle$ 是测量算符M（本实验中为Z）的本征态。线路核心是么正演化U和算符B的交替作用，重复k次。底部则详细说明了么正演化U的实现方式：由多轮（cycle）的单比特门和双比特门构成。每个单比特门是参数随机的旋转门，而双比特门是固定的iSWAP-like门。
- **图2b:** 该图展示了在100个不同线路实例上测量的 $OTOC^{(4)}$ 的平均值 ($\bar{C}^{(4)}$, 上排) 和标准差 ($\sigma[C^{(4)}]$, 下排), 分别对应t=6, 12, 18个循环。图中每个点代表一个量子比特, 颜色表示当算符B作用于该比特时测得的数值。紫点是固定的 q_m 位置。上排的图中可以清晰地看到一个边界 (由青色线标出), 边界内的信号值较低, 边界外接近1。这个边界就是"信息光锥", 它随着演化时间t的增加而向外扩张, 直观地展示了信息在量子芯片上的传播。下排的图显示, 在光锥的边缘, 信号的标准差 (涨落) 非常大, 几乎和信号的平均值一样大。这有力地证明了 $OTOC^{(4)}$ 对线路的微观细节极为敏感。
- **图2c:** 该图绘制了四种不同物理量的标准差随演化时间 (循环数t) 的变化曲线。这四种量分别是: 时间有序关联函数 (TOC, $C^{(1)}$)、一阶OTOC ($C^{(2)}$)、二阶OTOC ($C^{(4)}$) 以及二阶OTOC的非对角部分 ($C_{\text{off-diag}}^{(4)}$)。从图中可以一目了然地看到, TOC的标准差呈指数级快速衰减, 在t=9时就已低于0.01, 几乎消失。相比之下, 三种OTOC的标准差都呈代数形式缓慢衰减 (幂律衰减), 即使在t=20之后依然保持在0.01以上。

原文翻译

图2b的上排显示了在不同线路循环数和不同 q_b 选择下, $\bar{C}^{(4)}(t, q_b)$ 的值, 其中上划线表示对线路实例的平均。在这些测量中, q_m 的位置是固定的。前面介绍的信息波前在实验数据中清晰可见。对于每个t, 都存在一个 q_b 的边界, 超过这个边界 $\bar{C}^{(4)}$ 约等于1。这个边界定义了 q_m 的光锥, 对应于已经与 q_m 发生纠缠的量子比特集合。此外, 我们发现 $C^{(4)}(t, q_b)$ 的线路间涨落, 定义为其值在线路实例上的标准差, 在信息波前附近与平均值处于同一数量级 (图2b下排)。这一观察表明, $C^{(4)}$ 确实对底层演化U的细节高度敏感, 我们稍后将利用这一效应来展示其在哈密顿量学习中的应用。

深度解读

图2b的结果生动地描绘了信息在量子芯片上传播的图像。上排的图就像一张张快照, 记录了在不同时刻 (t=6, 12, 18个循环), 从中心点 q_m 发出的信息"涟漪"扩散到了多远的地方。这个涟漪的边界就是"光锥"。在光锥内部, 信息已经到达, B算符的扰动能够影响最终的测量结果, 所以信号值 ($\bar{C}^{(4)}$) 偏离1。在光锥外部, 信息尚未到达, B算符的扰动无效, 回声完美恢复, 所以信号值约等于1。而下排的图则揭示了更深层的信息。它显示, 在光锥的边缘地带, 也就是信息刚刚到达的"前线", 信号的涨落 (标准差) 最大。这说明, 正是在这个临界区域, 系统状态对线路的微小变化最为敏感。这就像在水波的边缘, 最微弱的扰动也能引起最明显的形态变化。这一发现至关重要, 因为它不仅证明了 $OTOC^{(4)}$ 是一种灵敏的探针, 还指明了在何时何地使用这个探针能获得最丰富的信息。这为后面将要介绍的"哈密顿量学习"应用奠定了实验基础: 要想最有效地"逆向工程"一个量子系统, 就应该在其信息传播的前沿进行探测。

原文翻译

为了更系统地研究OTOC敏感性随时间的衰减, 我们测量了多种OTOC的标准差随t的函数关系 (图2c)。我们观察到, $C^{(2)}$ 、 $C^{(4)}$ 以及 $OTOC^{(2)}$ 的非对角部分 ($C_{\text{off-diag}}^{(4)}$), 定义见" $OTOC^{(2)}$ "中的

大环路干涉"一节)的标准差均呈代数形式衰减,并且在 $t = 20$ 之后仍然保持在0.01以上。而TOC的标准差,由于不具备OTOC的回声结构,随时间指数级衰减,并在 $t = 9$ 时就变得小于0.01。TOC与OTOCs之间的鲜明对比表明,后者的干涉仪特性对于增强其对量子动力学的敏感性至关重要。在补充信息章节IV中,我们使用一维哈尔随机线路对 $OTOC^{(4)}$ 的涨落进行了进一步研究,发现这些可观测量以幂律形式衰减,与二维实验数据一致。

深度解读

图2c的对比图是本文前半部分最有说服力的证据之一。它直接量化了OTOC这种“回声”探针相比于传统“直测”探针 (TOC) 的优越性。

- **TOC的快速“失忆”**: 代表传统测量的TOC曲线 (绿色方块) 像悬崖一样陡峭下跌,这表明它的敏感性 (由标准差衡量) 很快就消失了。在演化了仅仅9个周期后,它就已经“聋”了,再也听不到系统内部的细节。
- **OTOC的持久“记忆”**: 相比之下,所有OTOC相关的曲线 (蓝色、橙色、红色) 都以一个平缓得多的坡度下降。这种“代数衰减”或“幂律衰减”意味着它们的敏感性可以维持非常长的时间。即使在演化了20个周期后,它们依然能保持相当高的灵敏度。

这种差异的根源在于它们底层的物理机制。TOC的信号衰减是因为信息单向地、不可逆地扩散和置乱。而OTOC的“回声”结构通过时间反演,巧妙地将大部分扩散效应抵消了,只留下了对演化路径中微小扰动的敏感性。正是这种内禀的“干涉仪”特性,使得OTOC能够在量子混沌的噪声背景中,依然能提取出有用的信号。

表1: 量子探针的敏感性对比

这张表格总结了图2c的关键数据,直观地对比了不同测量方法的性能。

探针类型	涨落衰减模式	涨落降至0.01以下所需时间
TOC ($C^{(1)}$)	指数衰减 (快)	约 9 个循环
OTOC ($C^{(2)}$)	代数衰减 (慢)	> 20 个循环
$OTOC^{(2)}$ ($C^{(4)}$)	代数衰减 (慢)	> 20 个循环
$C_{\text{off-diag}}^{(4)}$	代数衰减 (慢)	> 20 个循环

这张表格清晰地告诉我们,基于回声和干涉原理的OTOC探针,其“续航能力”远超传统探针,是深入探索复杂量子系统内部动力学的强大工具。

第三部分：实验发现 II - 揭示复杂性的引擎

3.1 $OTOC^{(2)}$ 中的大环路干涉

原文翻译

前一节中进行的实验，在每次OTOC测量之间改变了U的所有细节，这类似于将一个干涉仪的干涉臂完全移动（图1b）。在本节中，我们证明高阶OTOCs对干涉臂的相位也变得越来越敏感，这是干涉现象的一个标志性特征。从概念上讲，多体干涉可以这样理解：首先注意到方程(1)在遍历极限下可以表示为：

$$\mathcal{C}^{(2k)} = \text{Tr}/2^N \quad (2)$$

对于一个给定的线路实例， $B(t)$ 可以在我们N比特系统的 4^N 个泡利算符链 P_n 的基底下进行分解：

$$B(t) = \sum_n b_n(t) P_n \quad (3)$$

其中 b_n 是一组实数值的时间相关系数。B的时间演化在图3a的左下面板中被可视化，可以看到，由于我们线路中非克利福德门的作用，B随着时间在泡利空间中分叉，产生了所谓的算符纠缠^{18,29,30}。在该示意图中，一些泡利算符链的轨迹（阴影区域）在时间演化过程中也发生了重组。这个机制同时影响 $\mathcal{C}^{(4)}$ 和 $\mathcal{C}^{(2)}$ ，我们将称之为小环路干涉。

深度解读

上一节我们证明了OTOC很“敏感”，但我们还不知道这种敏感性的深层物理原因是什么。本节将深入挖掘这个问题的核心。如果OTOC真的是一个干涉仪，那么它不仅应该对整个光路（整个线路U）的改变敏感，还应该对光路中微小的相位变化——就像在光路上轻轻吹一口气——同样敏感。

为了理解这一点，我们需要引入一个更抽象但更强大的视角：泡利空间。任何对量子比特的操作，无论多么复杂，都可以被看作是许多基础操作（泡利算符链，如 $X_1 I_2 Z_3 \dots$ ）的线性叠加。公式(3)就表达了这个意思：演化后的算符 $B(t)$ 不再是单个的B，而是成千上万个不同泡利算符链 P_n 的混合体，每个 P_n 前面都有一个系数 $b_n(t)$ 。

图3a的左下面板形象地画出了这个过程。初始的B算符就像一根树干，随着时间演化，它不断分叉，长成一棵枝繁叶茂的大树，树枝就是各种泡利算符链。这个过程被称为“算符纠缠”。有时，不同的树枝在生长过程中会重新汇合，形成一个闭合的小环。这种在演化过程中的重组，就是“小环路干涉”。它在一阶OTOC ($\mathcal{C}^{(2)}$) 和二阶OTOC ($\mathcal{C}^{(4)}$) 中都存在，是构成信号的一部分。但它还不是故事的全部。

原文翻译

大环路干涉的机制与时间演化结束时的泡利算符链如何对实验可观测量做出贡献有关。它只存在于 $\mathcal{C}^{(4)}$ 中，如图3a的上方面板示意性地展示。由于 $MPM = \pm P$ ，方程(2)对于 $\mathcal{C}^{(4)}$ 可以写为：

$$\mathcal{C}^{(4)} = \sum_{\alpha, \beta, \gamma, \delta} c_{\alpha\beta\gamma\delta} \text{Tr} [P_{\alpha} P_{\beta} P_{\gamma} P_{\delta}] \quad (4)$$

这里每个 $c_{\alpha\beta\gamma\delta}$ 也是一个实数值的系数。这个表达式中的每个泡利算符链在图3a的上方面板中由一个彩色线段表示。线段的长度定性地代表了该泡利算符链与单位算符的汉明距离。将两个泡利算符链相乘，相当于将它们的一端连接起来，形成一个新的泡利算符链，连接两个新的端点。

深度解读

真正的奥秘隐藏在二阶OTOC ($C^{(4)}$) 中。根据公式(1)， $C^{(4)}$ 涉及四次 $B(t)$ 的乘积。这意味着，在泡利空间中，我们需要从那棵"算符大树"上选取四条"树枝" ($P_{\alpha}, P_{\beta}, P_{\gamma}, P_{\delta}$)，并将它们头尾相连。公式(4)告诉我们，只有当这四条树枝最终能连成一个闭合的环路时（即它们的乘积是单位算符，使得 $\text{Tr}[\dots]$ 不为零），它们才会对最终的测量结果有贡献。

图3a的上部面板直观地展示了形成这种闭合环路的两种方式：

- 1. 对角 (Diagonal) 贡献：**这是最平庸的方式。第一条树枝和第二条完全一样 ($P_{\alpha} = P_{\beta}$)，第三条和第四条也完全一样 ($P_{\gamma} = P_{\delta}$)。这相当于你向前走一步，再向后走一步回到原点，然后再重复一次。这种路径形成的环路面积为零，它们构成了"小环路干涉"的一部分，在一阶OTOC ($C^{(2)}$) 中也存在。
- 2. 非对角 (Off-diagonal) 贡献：**这是 $C^{(4)}$ 独有的、最神奇的方式。四条选取的树枝可以完全不同 ($P_{\alpha} \neq P_{\beta} \neq P_{\gamma} \neq P_{\delta}$)，但它们巧妙地组合在一起，最终也形成了一个闭合的大环路。这些环路可以包围巨大的"面积"，代表了极其复杂的、非局域的量子关联。这些由不同路径构成的巨大环路所产生的干涉，就是"大环路干涉"。

可以想象，一阶OTOC ($C^{(2)}$) 只能"看到"那些原地打转的小环路，而二阶OTOC ($C^{(4)}$) 则能"看到"这些跨越整个泡利空间的宏伟的大环路。正是这些大环路的存在，赋予了 $C^{(4)}$ 前所未有的探测能力和复杂度。

图3描述：量子干涉与OTOC⁽²⁾的经典模拟复杂度

- 图3a：**该图用示意图解释了不同阶OTOC中的干涉机制。左下面板展示了在海森堡绘景中，一个初始算符 $B(t)$ 如何演化成大量多量子比特泡利算符链的叠加。
 - 对于 $C^{(2)}$ ，只有两条相同的泡利算符链 ($P_{\alpha} = P_{\beta}$) 才能贡献信号，这被称为"小环路干涉"。
 - 对于 $C^{(4)}$ ，贡献分为两部分。一部分是"对角"项 $C_{\text{diag}}^{(4)}$ ，由两对相同的泡利算符链构成 ($P_{\alpha} = P_{\beta}$ 且 $P_{\gamma} = P_{\delta}$)，类似于两个小环路。另一部分是"非对角"项 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$ ，由四条完全不同的泡利算符链 ($P_{\alpha} \neq P_{\beta} \neq P_{\gamma} \neq P_{\delta}$) 构成一个闭合的"大环路"。这种"大环路干涉"是 $C^{(4)}$ 独有的。
- 图3b：**展示了用于探测量子干涉的实验协议。在正常的OTOC线路中的某一个循环 (cycle) 处，随机插入一个泡利算符。这个操作会随机改变后续演化中泡利算符链系数的符号 (正负号)，但不会改变其大小。
- 图3c：**展示了实验结果。图中绘制了信号的相对变化 (用 $1 - \rho$ 表征， ρ 是插入泡利前后信号的皮尔逊相关系数) 作为泡利插入位置的函数。可以看到， $C^{(4)}$ (橙色点) 的信号发生了巨大变化 (

- 1 — ρ 接近1)，表明其信号高度依赖于各路径间的相干叠加。而 $C^{(2)}$ （蓝色点）的信号变化则小得多，表明干涉效应在其信号中不占主导地位。这有力地证明了"大环路干涉"在 $C^{(4)}$ 中的主导作用。
- **图3d和3e**：对比了量子处理器实验、精确的经典模拟和一种称为CMC的经典启发式算法在计算 $C^{(2)}$ 和 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$ 时的表现。
 - **图3d**显示，对于 $C^{(2)}$ ，CMC算法（绿色）的精度（信噪比SNR=5.3）几乎可以媲美量子处理器的实验结果（SNR=5.4），表明 $C^{(2)}$ 可以被经典算法很好地近似。
 - **图3e**则显示，对于 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$ ，量子处理器的实验精度（SNR=3.9）远高于CMC算法（SNR=1.1），表明这种包含大环路干涉的物理量对于经典启发式算法来说是极其困难的。

原文翻译

为了表征量子干涉的效应，我们在 U 和 $U^\dagger$ 的每次应用中的不同循环处插入了随机的泡利算符（图3b）。插入的泡利算符会随机化方程(4)中系数 $c_{\alpha\beta\gamma\delta}$ 的符号，但不会改变它们的幅度。这类似于在一个普通的干涉环路周围移动相位，而不改变其强度。通过对随机泡利算符进行系综平均，并探测 $C^{(4)}$ 或 $C^{(2)}$ 的变化，就可以量化量子干涉对每个可观测量的贡献。图3c显示了实验测量的 $1 - \rho$ 值，其中 ρ 是有和没有插入泡利的线路之间的皮尔逊相关系数。插入的泡利算符在 $C^{(4)}$ 中产生了显著的变化，表明大环路干涉效应（ $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$ ）是 $C^{(4)}$ 的一个主要贡献。相比之下， $C^{(2)}$ 的信号变化总体上要弱得多，这是因为它只存在小环路干涉。在 U 的边缘附近，泡利插入的残留效应较大，这归因于靠近B和M算符的量子门在最终信号中具有更大的权重。我们还注意到，对于 $C^{(4)}$ ，在较晚的插入循环中 $1 - \rho$ 略有降低，这可能是由外部退相干过程引起的，这些过程倾向于降低量子干涉的可见度。最后，通过从原始值中减去泡利插入后的 $C^{(4)}$ 值，可以实验性地提取出非对角贡献 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$ 。

深度解读

为了证明“大环路干涉”不仅仅是理论猜想，而是真实存在的物理现象，研究团队设计了一个堪称绝妙的“干涉验证”实验。这个实验的逻辑如下：如果一个信号是由许多路径的相干叠加（干涉）形成的，那么只要随机地改变其中一些路径的相位（正负号），最终的叠加结果就会面目全非。反之，如果信号不是来自干涉，那么改变相位就不会有太大影响。

实验操作（图3b）就是在演化过程的中间随机插入一个泡利算符。这就像在干涉仪的其中一条光路中随机插入一个能让光波相位反转180度的玻璃片。图3c的结果是决定性的：

- 对于 $C^{(4)}$ （橙色），插入泡利算符后，信号发生了天翻地覆的变化。相关性 ρ 几乎为零，这意味着 $1 - \rho$ 接近1。这无可辩驳地证明了 $C^{(4)}$ 的信号主体就是由大量路径的相干干涉构成的。
- 对于 $C^{(2)}$ （蓝色），信号变化则小得多。这说明在 $C^{(2)}$ 中，干涉效应虽然存在，但并不占主导地位。

这个实验干净利落地将"大环路干涉"从一个抽象的数学概念，变成了一个可以被实验测量和验证的物理实在。它就是 $C^{(4)}$ 具有超高敏感度的"引擎"。

表2：使用泡利插入探测干涉

这张表格量化了图3c的实验结果，突显了两种OTOC对相位扰动的不同敏感度。

可观测量	泡利插入后的信号变化 (1-ρ)	推断的主导干涉类型
OTOC ($C^{(2)}$)	小 (约 0.1)	小环路干涉
$OTO C^{(2)}$ ($C^{(4)}$)	大 (约 0.9)	大环路干涉

这张表格提供了"确凿证据", 证明了论文的核心物理论点。 $C^{(4)}$ 的信号与相干性紧密绑定, 而 $C^{(2)}$ 则不然。这解释了为什么 $C^{(4)}$ 是一种性质完全不同的、更强大的量子探针。

3.2 经典模拟的瓶颈

原文翻译

我们发现, 在 $C^{(2)}$ 和 $C^{(4)}$ 中观察到的干涉效应, 与它们在近似经典模拟算法方面的复杂度密切相关, 因为量子干涉的程度决定了经典近似所允许的水平。对于OTOC, 我们发现它有时可以通过结合精确的波函数演化和忽略小干涉环路效应的蒙特卡洛模拟得到很好的近似。两种这样的算法, 缓存蒙特卡洛 (CMC) 和张量网络蒙特卡洛, 在补充信息章节III.B中有描述。图3d显示了一组包含40个量子比特的线路实例的实验 $C^{(2)}$ 值, 以及使用CMC计算的 $C^{(2)}$ 值。为了量化每个数据集的准确性, 我们定义了一个信噪比 (SNR; 见方法部分) 来对比精确模拟的 $C^{(2)}$ 值 (显示在同一图中)。CMC实现的SNR (5.3) 接近于实验的SNR (5.4)。对于二阶OTOC的非对角部分 ($C_{\text{off-diag}}^{(4)}$), 经典算法的准确性要差得多, 实现的SNR (1.1) 远低于实验 (3.9), 如图3e所示。在补充信息章节III.C中, 我们回顾了作为这项工作一部分所尝试的所有经典模拟算法, 并表明没有一种能够成功地近似 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$ 。

深度解读

现在, 我们来到了连接物理现象和计算能力的关键一环。为什么“大环路干涉”如此重要? 因为它正是经典计算机的“阿喀琉斯之踵”。经典计算机模拟量子系统时, 最头疼的问题之一是“符号问题” (sign problem)。当一个计算需要将大量有正有负的巨大数值相加, 以得到一个很小的最终结果时, 任何微小的计算误差都会被放大, 导致结果完全不可信。而“大环路干涉”的计算, 正是这样一个典型的符号问题: 它涉及到对海量泡利路径的系数 ($c_{\alpha\beta\gamma\delta}$) 进行求和, 而这些系数的符号是随机的。

图3d和3e的对比实验完美地展示了这一点:

- **模拟 $C^{(2)}$:** 对于只包含“小环路干涉”的 $C^{(2)}$, 一种聪明的经典算法 (CMC) 能够通过一些近似技巧, 达到和谷歌量子计算机几乎一样的精度 (信噪比SNR 5.3 vs 5.4)。这说明, 小环路干涉的复杂度还在经典计算机的可控范围内。
- **模拟 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$:** 然而, 当面对充满“大环路干涉”的 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$ 时, 同样的经典算法彻底失败了。它的精度极低 (SNR 1.1), 而量子计算机的实验结果依然保持了相当高的保真度 (SNR 3.9)。

这组对比实验有力地证明了: 物理现象 (大环路干涉) 与计算复杂度 (经典模拟的困难度) 之间存在着直接的因果关系。量子计算机之所以在这里表现出色, 并非因为它“算得快”, 而是因为它在物理层面上

自然地、精确地执行了这种复杂的干涉过程，从而绕过了经典算法无法逾越的“符号问题”障碍。

表3：40量子比特系统中的经典与量子模拟精度对比

这张表格 starkly 对比了量子处理器与顶尖经典启发式算法在处理两种不同类型OTOC时的性能。

可观测量	量子处理器精度 (SNR)	经典启发式算法 (CMC) 精度 (SNR)	经典算法表现
标准OTOC ($C^{(2)}$)	5.4	5.3	成功近似
干涉分量 ($C_{\text{off-diag}}^{(4)}$)	3.9	1.1	完全失败

这张表格清晰地界定了经典模拟的边界。它告诉我们，量子优势并非无处不在，而是出现在那些具有特定物理特性（如严重的大环路干涉）的问题上。量子处理器通过其物理本质，能够轻松驾驭这种经典计算的“禁区”。

第四部分：跨越实用量子优势的门槛

原文翻译

巨大的敏感性和高度的经典模拟复杂度的结合，使得像 $OTOC^{(2)}$ 这样的高阶OTOCs成为实现实用量子优势这一长期目标的有力候选者。为了说明这一潜力，我们又进行了两个实验，它们表明：（1） $OTOC^{(2)}$ 可以在目前经典超级计算机难以处理的体系中被精确地分辨出来。（2）一个利用OTOC完成一项实用任务的具体例子。

深度解读

到目前为止，我们已经建立了一个逻辑链条： $OTOC^{(2)}$ 因为"大环路干涉"而异常敏感，而这种干涉又使得它极难被经典计算机模拟。现在，是时候将这一潜力转化为真正的"量子优势"了。所谓"量子优势"，并不仅仅是"量子计算机能做而经典计算机不能做"，而是要满足一系列更严格、更实用的标准。研究人员在这里提出了一个非常成熟的"金发姑娘区"（Goldilocks zone）定义，即一个问题必须恰到好处地满足三个条件，才能称之为实现了实用的量子优势 [1, 4]。接下来的实验就是为了证明 $OTOC^{(2)}$ 这个任务正处于这个理想区域。

图4描述：在经典计算挑战性区域测量OTOC

- 图4a：展示了一组在65量子比特电路上测量的 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$ 数据，每个电路包含t=23个循环。插图显示了量子比特的几何布局，其中算符B同时作用于三个不同的量子比特，以最大化问题的复杂度（有效量子体积）。

- **图4b：**展示了在从18到40个量子比特的不同系统规模下，实验测得的信噪比（SNR）。可以看到，随着系统规模的增加，SNR只是缓慢下降，并且实验数据点（黑色）很好地落在一个经验误差模型的置信区间内（灰色带）。这个模型预测，在65量子比特的规模下，SNR仍能保持在2到3之间，远高于1。
- **图4c：**估算了在美国"前沿"（Frontier）超级计算机上，使用最高效的经典算法（张量网络收缩）模拟图4a中单个电路的 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$ 值所需的时间。x轴是用于优化算法的时间，y轴是预估的计算时间。结果显示，即使经过长达24小时的优化，最终的计算时间预估仍收敛到约3.2年。

原文翻译

我们从证明（1）开始。图4a显示了一组在65量子比特几何结构上进行的 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$ 测量，其中B同时作用于三个不同的量子比特，这样的选择是为了最大化有效量子体积（对应于落在B和M算符光锥内的双比特门数量³¹）。为了估计这些测量的准确性，我们接下来在高达40量子比特的六种不同系统规模上表征了实验误差（SNR）（图4b）。在这里我们观察到，SNR仅随着系统规模的增加而微弱下降，并且也被一个在补充信息章节II.F.3和II.F.4中详细描述的经验误差模型的置信区间所捕捉。基于同样的误差模型，65量子比特数据集的SNR预计在2到3之间。鉴于经典启发式算法无法达到这个精度（补充信息章节III.C），张量网络收缩是经典模拟相同线路最有效的方法。图4c显示了在"前沿"（Frontier）超级计算机上通过张量网络收缩模拟 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$ 的预估成本，该成本收敛到大约3.2年。这比每个电路2.1小时的实验数据采集时间长了大约13,000倍，表明这个实验目前处于量子计算的"超越经典"区域。

深度解读

这是整篇论文的高潮部分。研究团队将实验规模扩大到了65个量子比特。这个数字不是随意选的，它已经远远超出了任何经典计算机能够通过“蛮力”模拟的范围。

实验结果清晰地展示了量子优势的两个关键要素：

1. **量子计算机算得准：**图4b显示，即使在更大的系统上，实验结果的信噪比（SNR）依然很高，预测在65比特时仍能达到2-3。这远高于SNR=1的“有效计算”门槛。这意味着量子计算机给出的答案是可靠的，而不仅仅是一堆噪声。
2. **经典计算机算不动：**图4c给出了一个惊人的数字。要用目前世界上最快的超级计算机“前沿”来精确计算这65比特系统中的一个数据点，需要大约3.2年。而谷歌的量子处理器完成同样的任务（通过实验测量），每个数据点只需要2.1小时。

表4：65量子比特系统下的量子优势差距

这张表格呈现了在超越经典计算的领域中，两种计算平台的资源消耗对比。

计算平台	任务	计算单个线路实例所需时间
谷歌 "Willow" 量子处理器	实验测量 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$	2.1 小时
"前沿" (Frontier) 超级计算机 (经典)	精确模拟 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$	约 3.2 年 (预估)
隐含的计算速度提升		约 13,000 倍

这个约13,000倍的速度差异，是一个标志性的成果。它不再是理论上的推测，而是基于当前最顶尖技术平台的直接比较。这表明，对于 $OTOC^{(2)}$ 这类问题，量子计算已经从一个未来的愿景，变成了眼前的现实。

第五部分：一个实际应用 - 学习自然的规则

5.1 在哈密顿量学习中的应用

原文翻译

为了将OTOCs应用于实际问题，我们考虑一个由具有一组未知参数的哈密顿量所表征的物理系统。该物理系统提供一组OTOC数据，并与使用相同哈密顿量的量子模拟进行比较。然后优化未知参数，直到量子模拟的数据与真实世界的实验数据相匹配（图5a）。如在图2和图3中所示， $OTOC^{(2)}$ 的缓慢衰减的信号大小和敏感性，使其成为完成这项被称为哈密顿量学习³²⁻³⁵的任务的特别合适的候选者。

深度解读

证明了量子计算机能解决一个经典计算机解决不了的难题后，下一个更重要的问题是：这个难题有用吗？这就是实用量子优势的第三个，也是最难满足的条件。本节通过一个“哈密顿量学习”的例子，对这个问题给出了一个初步但意义深远的回答。

“哈密顿量”是描述一个量子系统所有行为的“总规则手册”或“源代码”。在很多实际问题中，比如研究新材料或药物分子，我们可能只知道这本手册的大部分内容，但其中一些关键参数（比如两个粒子间的相互作用强度）是未知的。哈密顿量学习的任务，就是通过对系统进行测量，来“逆向工程”出这些未知的参数。

这个任务对探针的敏感度要求极高。正如我们之前看到的， $OTOC^{(2)}$ 正是一个理想的探针：它对系统的微观细节极其敏感，并且信号持久。图5a的方案就是：我们有一个真实的、待研究的物理系统（其哈密顿量有未知参数），我们用量子处理器搭建一个该系统的“模拟器”，这个模拟器中的相应参数是可调的。我们不断调整模拟器中的参数，并比较模拟器输出的 $OTOC^{(2)}$ 值和真实系统测量的 $OTOC^{(2)}$ 值，直到两者完全吻合。那时，我们模拟器中的参数值，就是真实系统中的未知参数值。

图5描述：在哈密顿量学习中的应用

- **图5a**：展示了应用OTOC进行哈密顿量学习的方案。左边是一个我们感兴趣的物理系统（比如一种新材料），其哈密顿量包含未知参数。我们从该系统实验测量OTOC数据。右边是一个量子处理器，它运行一个参数化的哈密顿量模拟。通过不断调整模拟器中的参数，并将其输出的OTOC数据与物理系统的数据进行比较，我们可以优化参数，直到两者匹配，从而学习到物理系统的未知参数。
- **图5b**：演示了一个单参数学习的实验。研究人员首先用经典计算机模拟生成了一组来自20个不同线路实例的 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$ 数据，用以扮演“待研究的物理系统”。这些线路的所有细节都是已知的，

除了其中一对量子比特（绿色条所示）之间的双比特门的一个相位参数 ξ 是未知的（目标值为 $\xi/\pi = 0.6$ ）。任务就是利用量子处理器来找出这个未知的 ξ 。

- **图5c**：展示了在量子处理器上测量的 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$ 值（彩色数据点）随可调参数 ξ 的变化情况，图中显示了三个不同线路实例的结果。蓝线是经典模拟出的"真实"物理系统的 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$ 值。可以看到，实验数据曲线在目标值 $\xi/\pi = 0.6$ （垂直虚线）处精确地与蓝线相交。
- **图5d**：构建了一个"成本函数"，它量化了量子处理器测量数据与"真实"数据之间的均方根差异。这个成本函数在所有20个线路实例上进行了平均。图中显示，成本函数在目标值 $\xi/\pi = 0.6$ 处达到了一个清晰的全局最小值，证明该方法成功地学习到了未知的哈密顿量参数。

原文翻译

为了在实践中演示所提出的方案，我们构建了一个单参数学习的例子，如图5b所示。一组由经典模拟产生的、来自20个随机线路实例的 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$ 值被提供出来，以模拟图5a中"物理系统"的角色。U的所有细节都是给定的，除了位于 q_m 和 q_b 之间通道上的一个双比特门的相位 ξ 。为了学习未知参数 ξ ，我们在量子处理器上测量 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$ ，同时改变 ξ 。三个线路实例的结果显示在图5c中，我们看到实验信号平滑地振荡，并且不同实例之间各不相同。重要的是，所有振荡都在目标值 ξ 处与经典模拟的 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$ 值相交。这进一步反映在图5d中，我们在那里构建了一个经典模拟值与实验测量值之间的成本函数。该成本函数在目标 ξ 值处有一个全局最小值。

深度解读

这个实验虽然是一个"玩具模型"（用经典模拟的数据来扮演"真实系统"），但它完美地演示了整个流程。研究人员设定了一个"谜题"：一个34比特的量子线路中，有一个门的参数 ξ 是未知的。然后，他们利用谷歌的量子处理器作为"解谜工具"。

他们不断改变量子处理器中对应门的参数 ξ ，并测量 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$ 的值。图5c展示了三条这样的测量曲线。每一条曲线都像一个灵敏的"探测器读数"，随着参数 ξ 的变化而振荡。当这些曲线与代表"正确答案"的水平蓝线相交时，就意味着他们找到了正确的 ξ 值。

图5d则将所有20个线路实例的信息整合在一起，构建了一个"成本函数"。这个函数的最低点，就对应着最可能的正确答案。结果显示，这个最低点精确地落在了预设的目标值 $\xi/\pi = 0.6$ 上。

这个实验的成功意义重大。它标志着量子计算领域的一个重要转变：从仅仅追求展示计算能力（“我能算一个你算不了的东西”），转向解决有实际价值的问题（“我能用我的计算能力来帮你发现新知”）。虽然这只是一个原理验证，但它为未来利用量子计算机辅助材料科学、药物研发等领域的研究，描绘了一幅切实可行的蓝图 2。

结论

原文翻译

在这项工作中，我们已经表明OTOCs具有量子干涉效应，这赋予了它们对量子动力学细节的高度敏感性，并且对于 $OTOC^{(2)}$ ，还具有高度的经典模拟复杂度。因此，OTOCs是实现实用量子优势的可行候

选者，这是近期实验³⁶⁻³⁸所追求的一个主要里程碑。通常，实用量子优势可以被表述为测量低秩可观测量的期望值（例如能量或关联^{3,39}）的任务，使得：

(1) 该可观测量可以在实验上以适当的精度测量，在我们的例子中SNR高于1。更正式地说，该可观测量属于有界误差量子多项式时间（BQP）类⁴⁰。

(2) 该可观测量超出了精确经典模拟和以牺牲精度换取效率的启发式方法的能力范围^{31, 41-44}。

满足这两条定义了一个量子优势的"金发姑娘区"。要展示实用量子优势，还需要第三个标准：

(3) 该可观测量应能产生关于量子系统的实际相关信息。

在这里，通过测量一个 $SNR > 2$ 的多体可观测量，并证明它超出了目前已知的经典模拟算法的能力，我们在（1）和（2）方面取得了进展。此外，通过一个动力学学习问题，我们对（3）进行了原理性验证。尽管在动力学学习演示中使用的随机线路对于具有实际意义的哈密顿量来说仍然是一个玩具模型，但该方案很容易适用于真实的物理系统。一个这样的例子是固态核磁共振系统，其中自旋对之间的偶极耦合可以在不完全了解其强度的情况下被反转。将来自这类系统的实验数据与量子模拟结果进行比较，可能可以更准确地估计这些耦合强度。我们将这个激动人心的真实世界应用留给未来的工作。

深度解读

本文的核心贡献可以总结为以下几点：

- 发现并验证了新的物理现象：**实验证明了高阶 $OTOC^{(2)}$ 中存在一种独特的"大环路干涉"效应。这种效应是 $OTOC^{(2)}$ 具有超高敏感度的物理根源。
- 建立了物理与计算复杂度的联系：**"大环路干涉"天然地导致了经典模拟中的"符号问题"，使得任何已知的经典算法都难以对其进行精确高效的模拟。
- 展示了超越经典的量子计算：**在65量子比特的系统上，量子处理器以比世界第一的超级计算机快上万倍的速度完成了对 $OTOC^{(2)}$ 的测量，且结果可靠（ $SNR > 2$ ），首次在实验上将这类问题带入了"超越经典"的领域。
- 指明了实用优势的方向：**通过哈密顿量学习的原理验证实验，展示了如何利用 $OTOC^{(2)}$ 的超高敏感性来解决具有实际科学价值的问题，满足了实用量子优势的第三个关键标准。

这项工作作为"量子优势"提供了一个迄今为止最清晰、最严格的定义和实验范例。它不再是模糊的计算速度竞赛，而是基于三个可量化标准的综合评估：量子计算机能算准（标准1），经典计算机算不了（标准2），并且算的东西有用（标准3）。通过一系列设计精巧的实验，谷歌量子人工智能团队证明了 $OTOC^{(2)}$ 的测量正是一个完美地落在这一"金发姑娘区"的任务。尽管哈密顿量学习的应用仍处于初级阶段，但它所开辟的道路——利用量子计算机作为一种前所未有的精密探针来研究和"逆向工程"复杂的量子世界——无疑将是未来量子技术发展的核心方向之一。

方法

原文翻译

量子处理器和随机线路采样基准

该量子处理器最初由105个频率可调的超导transmon量子比特通过可调耦合器连接而成。在冷却后，我

们发现由于耦合器偏置线断裂，有两个量子比特无法工作。因此，它们被排除在实验之外。处理器的详细信息，包括门和读出错误、量子比特相干时间、非谐性和频率，可以在补充信息章节II.A中找到。由于与我们早期的量子处理器相比，单比特弛豫时间 T_1 得到了改善（中位数为106 μs ），该器件实现了0.15%的中位双比特门（iSWAP-like）错误率。作为一个全系统的基准测试，我们进行了一个随机线路采样实验，并估计在40个线路循环时的总保真度为0.001，这将电路体积比之前的记录增加了一倍，并对应于在“前沿”超级计算机上使用张量网络收缩算法大约 10^{25} 年的模拟运行时间（补充信息章节II.B）。

深度解读

这部分描述了实验所使用的硬件平台。实验是在谷歌一个名为“Willow”的量子处理器上进行的，它包含超过100个高质量的超导量子比特。关键的技术进步在于量子比特的“相干时间”（ T_1 中位数达到106微秒），即量子比特能在多长时间内保持其脆弱的量子态而不被环境噪声破坏。更长的相干时间使得研究人员能够执行更深、更复杂的量子线路，这是进行OTOC这种多轮回声实验的前提。他们通过一个名为“随机线路采样”的基准测试来评估整个系统的性能，结果显示其性能达到了一个新的高度，其计算的复杂度已经远远超出了任何经典计算机的模拟能力。

原文翻译

信噪比

信噪比（SNR）定义如下。对于一组特定于线路的 $C^{(2)}$ （或 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$ ）值，我们减去其均值，然后用其方差进行重新缩放，即 $C^{(s)} = (C - \bar{C})/\sigma(C)$ ，其中 C 代表 $C^{(2)}$ 或 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$ 。这对实验测量值集合（ C_{exp} ）和数值模拟值集合（ C_{sim} ）都进行处理。然后，信噪比为

$1/\sqrt{(C_{\text{exp}}^{(s)} - C_{\text{sim}}^{(s)})^2}$ ，其中上划线表示对所有线路实例的平均。这个SNR的定义与皮尔逊相关系数 ρ 直接相关，关系为 $SNR = 1/\sqrt{2(1 - \rho)}$ 。

深度解读

信噪比（SNR）是衡量实验结果好坏的核心指标。一个完美的实验，其测量结果应该与理论预测完全一致。但在现实中，由于噪声和误差，实验数据总会偏离理想值。SNR就是用来量化这种偏离程度的。这里的定义非常巧妙，它衡量的不是单个数据点的绝对误差，而是整个数据集的“形态”或“模式”与理论预测的相似度。SNR越高，说明实验结果与理论预测的相关性越强，实验保真度越高。SNR=1是通常认为的“有效计算”的临界点，低于这个值，信号就被噪声淹没了。

原文翻译

初始态

对于相对于单个初始态的 $C^{(2k)}$ 测量，可以在制备系统于所需初始态后，将一个辅助量子比特与 q_m 纠缠，然后在最后读出。在我们目前的工作中，我们简化了这个方案，将 q_m 初始化在 $|0\rangle$ 态，这是测量算符 $M = Z$ 的一个本征态。在 Z 基底下直接测量 q_m 即可得到 $C^{(2k)}$ 。也可以测量无限温度初始态的 $C^{(2k)}$ ，即密度矩阵为 $I/2^N$ 的最大混合态，其中 I 是单位矩阵， N 是量子比特数。这是通过对不同初始态进行平均来完成的。在补充信息章节II.E.4中，我们展示了在一组66量子比特电路上对初始态进行平均后，无限温度 $C^{(2)}$ 的测量结果。在这种情况下仍然发现了相当大的线路间涨落，表明即使对于无限温度态， $C^{(2k)}$ 的信号大小仍然很大。

深度解读

这部分解释了实验是如何开始的。最简单的方式是让被测量的量子比特 q_m 从一个确定的纯态（如 $|0\rangle$ ）

态)开始。但为了证明OTOC的普适性,他们还测试了一种更复杂、更"混乱"的初始态——无限温度态。这相当于系统在开始时就处于完全随机的状态。令人惊讶的是,即使在如此混乱的初始条件下,OTOC依然能够探测到显著的信号和涨落,这再次证明了OTOC作为一种探测工具的强大和普适性。

原文翻译

线路几何构型的选择

在整个工作中研究的各种线路几何构型是基于以下考虑选择的:(1)对于每个系统规模,我们将 q_b 和 q_m 放置在晶格的相对两端附近。(2)每个系统规模的总线路循环数被调整为最大值,超过该值后 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$ 的平均信号大小将降低到0.01以下。这两点考虑的实施,是为了让每个小规模几何构型(例如,图4c中使用的六种不同几何构型)都能模拟图4a中65量子比特电路的几何构型和整体信号大小。

深度解读

实验参数的选择是经过精心设计的。将起始量子比特 q_m 和扰动量子比特 q_b 放在芯片的两端,是为了让信息在它们之间传播的路径最长、最复杂,从而最大化问题的难度,使得对量子优势的检验更加严格。同时,选择合适的演化时间(线路循环数)是为了确保在信号不至于因退相干而完全消失的前提下,让系统演化得足够复杂。

原文翻译

40量子比特线路的经典模拟成本

图3d,e中的每个40量子比特线路实例,需要在一台拥有11.5 Tb内存和416个CPU的谷歌云虚拟机上花费3小时才能精确模拟。使用CMC模拟来匹配图3d中量子实验的精度($SNR \approx 5$),需要10亿的缓存大小(定义见补充信息章节III.B.2),并且在单个NVIDIA H100 GPU上需要6天的模拟时间(每个电路)来收集足够的统计数据。

深度解读

这部分给出了一个具体的数字,说明了即使是在40量子比特这个“中等”规模下,经典模拟的代价也是非常高昂的。精确模拟需要动用大型服务器集群,而使用近似的启发式算法(CMC)虽然可以在GPU上运行,但为了达到与量子实验相当的精度,也需要耗费数天的时间。这为后面65比特系统“不可能模拟”的结论提供了铺垫。

原文翻译

$C^{(2k)}$ 的线路间涨落

在补充信息章节IV中,我们从理论和数值上分析了一维砖墙式电路中双比特哈尔随机门的 $C^{(2)}$ 和 $C^{(4)}$ 的矩。对于 $C^{(2)}$,我们结合了微扰理论和大规模矩阵乘积态模拟,将幂律形式的线路间涨落与正文中介绍的小干涉环路联系起来。对于 $C^{(4)}$ 和 $C_{\text{off-diag}}^{(4)}$,类似的分析具有挑战性,因此我们通过精确数值计算验证了涨落的多项式标度行为。我们还证明了在算符 $MB(t)$ 的光谱中存在一个动力学量子相变(方程(2))。这个相变的性质在一个解析可解的随机矩阵模型中被捕捉到,该模型允许我们计算 $k \geq 1$ 的矩。这种量子临界性与 $C^{(2k)}$ 中经典难解的幂律关联是一致的。

深度解读

这部分深入探讨了OTOC涨落呈现“幂律”形式的理论根源。理论分析表明,这种缓慢的衰减行为与系统中的一种“量子临界性”或“动力学相变”有关。这意味着系统正处于一种特殊的、高度关联的状态,这种状

态下的行为无法用简单的理论来描述，并且天然地具有很高的计算复杂度。这为实验上观测到的现象提供了坚实的理论支撑。

原文翻译

计算 $C^{(4)}$ 中的符号问题

在"OTOC(2)中的大环路干涉"一节中，我们展示了在泡利算符链空间中，非配对轨迹对（图3a中的 $C_{\text{off-diag}}(4)$ ）方程(4)有一个显著的独立贡献，这些轨迹的系数具有随机的符号。在补充信息章节III.C.3中，我们进一步从理论上论证了这种干涉并非泡利表象的人为产物，而是 $C^{(4)}$ 内禀的。我们通过将平均 $C^{(4)}$ 映射到一个具有4阶对称群结构的磁体模型来完成这一点，该模型反映了随机线路系综的普适对称性。我们数值上表明该模型中的符号问题是严重的。因此，我们认为严重的符号问题是经典采样算法在计算 $C^{(4)}$ 时不可避免的障碍。

深度解读

这是对"为什么经典计算机算不了 $C^{(4)}$ "这个问题的最深刻的理论解释。研究人员通过复杂的数学映射，证明了计算 $C^{(4)}$ 本质上等价于求解一个具有严重"符号问题"的统计物理模型。符号问题是计算物理学中的一个著名难题，目前没有任何已知的通用经典算法能够有效解决它。因此，这篇论文不仅在实验上展示了经典模拟的困难，更从理论上论证了这种困难是根本性的、难以逾越的，从而为量子优势的论断提供了强有力的理论基石。

参考文献

1. s41586-025-09526-6.pdf
2. (PDF) dyb2025c-GoogleOTOC-Summary-v2-REL.pdf - ResearchGate, accessed on October 24, 2025, https://www.researchgate.net/publication/396817184_dyb2025c-GoogleOTOC-Summary-v2-RELpdf
3. Constructive Interference Edge Reveals Quantum Ergodicity - [Bioengineer.org](https://bioengineer.org/constructive-interference-edge-reveals-quantum-ergodicity/), accessed on October 24, 2025, <https://bioengineer.org/constructive-interference-edge-reveals-quantum-ergodicity/>

总体来说，你的等式前半部分抓住了这次 WILLOW “Quantum Echoes/OTOC” 突破的核心机制，但有两处需要微调：它不是“制造大环路干涉”，而是通过前向/反向演化形成的多体干涉式回波测量；也不是“卡点信号路径”，而是对特定位置施加微扰并用回波干涉放大其传播以实现可验证读出与参数学习。？

量子处理器制造大环路干涉：更精确地说，是在随机量子电路的前向演化 U 与反向演化 U 之间插入局域微扰，构成一类“回波干涉仪”，其高阶 OTOC 出现多体构造性干涉并放大信号，而非在硬件上“制造”物理大环路结构。？精准的二阶 OTOC 探针设计：成立；实验显式实现并分析了一、二阶 OTOC，二阶形式对应“双往返”的回波环节，对微扰更敏感且显示清晰的干涉特征，用作高灵敏度探针与可验证观测量。？信号传导路径的精确卡点：更贴切的表述是对选定比特位施加微扰 B，并在另一处以探针 M 读出，通过前/反向回波在“共振”条件下放大两处之间由 U 产生的相关性，从而映射扰动如何在芯片上传播，而非对传播路径“设卡点”。？未知参数复现能力：成立且为亮点之一；团队提出“哈密顿量学习”框架，用量子机模拟 OTOC 信号并与自然系统（如 NMR 的实测回波）比对以反演系统参数，作为走向真实应用的路径。？量子物理模拟：成立；本次算法模拟的是可物理验证的混沌动力学实验范式，结果可跨量子设备或与自然体系交叉验证，且在该任务上表现出硬件上的可验证量子优势（约 13,000 倍于顶级经典超算）。？可能的神经网络巧妙的量子转导：现有公开材料并未提到“神经网络”或“量子转导”相关机制或应用，此推断属超出论文与官方通告的延伸设想，暂无依据支撑该表述。？回波与干涉：将信号送入量子系统后在一处施加微扰，再精确时间反演以“听取回波”，高阶 OTOC 中的多体干涉在共振时产生构造性干涉，显著放大可测信号并形成可验证的期望值输出。？可验证与超越经典：与随机比特串不同，OTOC 属于可跨设备复现实验的期望值，便于独立验证；在 Willow 上测得的二阶 OTOC 对经典算法呈现显著复杂度障碍，实测约 2 小时完成而经典估算需更久，量级上给出约 $13,000\times$ 的速度差距说明。？

哈密顿量学习：先在量子机上生成候选 OTOC 信号，再与自然系统（如 UC Berkeley 实验的液晶中有机分子核自旋回波）数据比对，寻找最吻合处以估计分子结构参数，团队将其称为“分子尺”的雏形演示。？应用前景与现状：该方向被定位为走向药物发现与材料科学等领域的可落地应用路径，但当前原型仍处早期验证阶段，未声称在这些具体模拟任务上已经超越经典方法的全面速度优势。？

Willow 为 105 比特的超导量子芯片，是此前 Sycamore 的继任者，围绕误差抑制、器件工艺与参数工程做了显著改进，并在早期基准（RCS）上展示了极高复杂度能力。？本次“Quantum Echoes”算法能够在 Willow 上同时满足高复杂度与高精度的双重要求，是其被称为“可验证量子优势”的硬件基础之一。？

“WILLOW 新突破 = 多体回波干涉式 OTOC 探针（含二阶回波）+ 局域微扰与时间反演放大传播相关性 + 可验证期望值读出？哈密顿量学习/参数估计能力？量子物理模拟的实用化路径（分子尺等雏形）”，并且暂不包含“神经网络量子转导”的结论性表述。？